# Mission sur mars

Bac S 2006 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

**1.1** Donner la définition d'un mouvement circulaire uniforme.

La trajectoire est un cercle et la valeur de la vitesse reste constante au cours du temps.

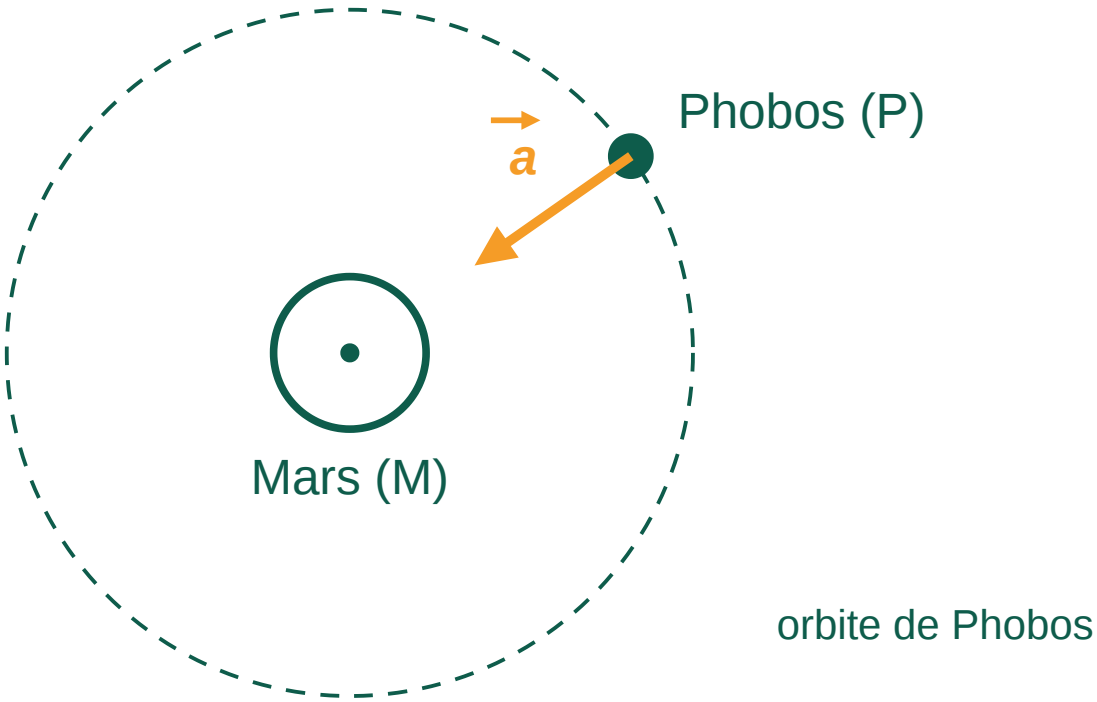
**PIÈGE**
Seule la valeur de la vitesse est constante. Le vecteur vitesse change de direction à chaque instant : il y a donc une accélération.

**1.2** Représenter sur un schéma le point d'application, la direction et le sens du vecteur accélération de Phobos.

Point d'application : le centre P de Phobos.

Direction : la droite (PM) qui joint les centres de Phobos et de Mars.

Sens : de Phobos vers Mars ; l'accélération est centripète.




**1.2** · Accélération de Phobos : centripète, dirigée vers le centre de Mars

**1.3** Donner, sans justification, l'expression de la norme du vecteur accélération de Phobos en fonction de $v$ et $r$.

$$a = \frac{v^2}{r}$$

**1.4** Appliquer la deuxième loi de Newton à Phobos.

Système {Phobos}, de masse $m_P$ ; référentiel centré sur Mars, supposé galiléen.

Seule force : l'attraction gravitationnelle de Mars, $\overrightarrow{F}_{M/P} = G\dfrac{m_P\, m_M}{r^2}\,\vec{u}$ , où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire dirigé de P vers M.

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F}_{M/P} = m_P\,\vec{a}$, donc

$\vec{a} = \dfrac{G\,m_M}{r^2}\,\vec{u}$, de norme $a = \dfrac{G\,m_M}{r^2}$

**COMPRENDRE**
La masse $m_P$ se simplifie : le mouvement de Phobos ne dépend pas de sa propre masse, ce qui explique que l'énoncé ne la donne pas.

**1.5** En déduire que la vitesse de révolution de Phobos autour de Mars est $v = \sqrt{\dfrac{G\,m_M}{r}}$.

Les deux expressions de $a$ (1.3 et 1.4) sont égales :

$$\frac{v^2}{r} = \frac{G\,m_M}{r^2} \quad \text{donc} \quad v^2 = \frac{G\,m_M}{r}$$

$v = \sqrt{\dfrac{G\,m_M}{r}}$ : c'est l'expression attendue.

**1.6** Déterminer l'expression reliant $v$, $r$ et la période de révolution $T_P$ de Phobos.

En une période $T_P$, Phobos parcourt à vitesse constante le périmètre $2\pi r$ de son orbite.

$v = \dfrac{2\pi r}{T_P}$

**1.7** Montrer que $\dfrac{T_P^2}{r^3} = 9{,}22 \times 10^{-13}\ \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$.

**Données utiles** $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ; $m_M = 6{,}42 \times 10^{23}$ kg

On élève au carré les deux expressions de $v$ (1.5 et 1.6) :

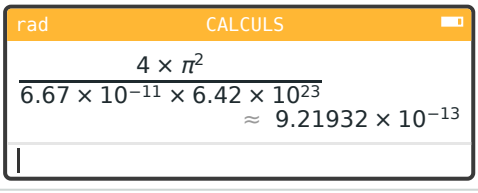
$$\frac{4\pi^2 r^2}{T_P^2} = \frac{G\,m_M}{r} \quad \text{donc} \quad \frac{T_P^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,m_M}$$

$$\frac{T_P^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}42 \times 10^{23}}$$

$\dfrac{T_P^2}{r^3} = 9{,}22 \times 10^{-13}\ \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$ : c'est la valeur attendue.

**COMPRENDRE**
C'est la troisième loi de Kepler : le rapport ne dépend que de la masse de Mars. Trois chiffres significatifs, comme $G$ et $m_M$.

**À LA CALCULATRICE**



**1.8** En déduire la valeur de $T_P$.

**Données utiles** $r = 9{,}38 \times 10^3$ km ; $\frac{T_P^2}{r^3}$ (1.7)

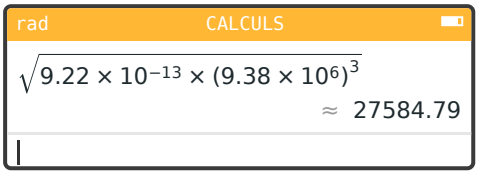
$T_P = \sqrt{9{,}22 \times 10^{-13} \times r^3}$ avec $r = 9{,}38 \times 10^6$ m.

$$T_P = \sqrt{9{,}22 \times 10^{-13} \times (9{,}38 \times 10^6)^3}$$

$T_P = 2{,}76 \times 10^4$ s, soit environ 7 h 40 min.

**PIÈGE**
Laisser $r$ en kilomètres : le rapport de 1.7 est en $\mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$, il faut $r$ en mètres.

**À LA CALCULATRICE**




**1.9** Dans quel plan faut-il placer un satellite pour qu'il soit immobile par rapport à la base relais sur Mars ? Justifier sans calcul.

Le satellite doit rester à la verticale d'un même point du sol martien. Ce point décrit un cercle dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de Mars.

Par ailleurs, la force gravitationnelle est dirigée vers le centre de Mars : le plan de l'orbite contient ce centre.

Un seul plan est à la fois perpendiculaire à l'axe de rotation et passe par le centre de Mars.

Le satellite doit être placé dans le plan de l'équateur de Mars (et tourner dans le même sens que la planète).

**COMPRENDRE**
L'énoncé annonçait une base relais sur Phobos et parle ici d'une base sur Mars. On répond à la question telle qu'elle est posée : un satellite immobile vu du sol martien, analogue d'un satellite géostationnaire.

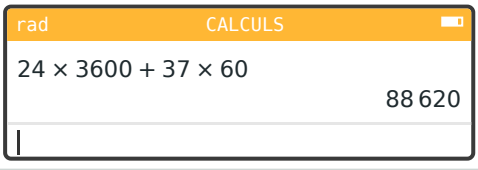
**1.10** Quelle est la période $T_S$ de révolution d'un tel satellite ?

**Données utiles** $T_M = 24\text{ h }37\text{ min}$

Le satellite fait un tour pendant que Mars fait un tour sur elle-même.

$T_S = T_M = 24\text{ h }37\text{ min} = 8{,}862 \times 10^4$ s

**À LA CALCULATRICE**




**2.1.1** Donner la définition du mot isotope.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons (même numéro atomique $Z$) mais des nombres de neutrons différents (nombres de nucléons $A$ différents).

**2.1.2** En utilisant la courbe d'Aston, montrer qualitativement que la fusion du deutérium et du tritium dégage de l'énergie.

Sur la courbe, $-\dfrac{E_l}{A}$ vaut environ $-1$ MeV par nucléon pour ${}^2_1\mathrm{H}$, $-3$ pour ${}^3_1\mathrm{H}$ et $-7$ pour ${}^4_2\mathrm{He}$ : le point de l'hélium 4 est nettement plus bas.

L'énergie de liaison par nucléon du noyau formé est donc plus grande que celle des noyaux de départ : les nucléons y sont plus fortement liés, le noyau d'hélium est plus stable.

En passant de noyaux peu liés à un noyau plus stable, le système perd de l'énergie : la fusion en libère vers l'extérieur.

**COMPRENDRE**
La courbe représente l'opposé de $E_l/A$ : plus un noyau est bas, plus il est stable. Les noyaux légers gagnent en stabilité par fusion, les noyaux très lourds par fission.

**2.2.1** Montrer que le défaut de masse de la réaction de fusion étudiée vaut $\Delta m = -0{,}01886$ u.

**Données utiles** $m({}^4_2\mathrm{He}) = 4{,}00150$ u ; $m(n) = 1{,}00869$ u ; $m({}^2_1\mathrm{H}) = 2{,}01355$ u ; $m({}^3_1\mathrm{H}) = 3{,}01550$ u

$\Delta m$ est la variation de masse au cours de la réaction, masse des produits moins masse des réactifs :

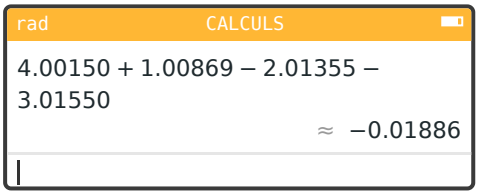
$$\Delta m = m({}^4_2\mathrm{He}) + m(n) - m({}^2_1\mathrm{H}) - m({}^3_1\mathrm{H})$$

$$\Delta m = 4{,}00150 + 1{,}00869 - 2{,}01355 - 3{,}01550$$

$\Delta m = -0{,}01886$ u : c'est la valeur attendue.

**COMPRENDRE**
Le sujet parle de « défaut de masse », mais une valeur négative correspond à une variation de masse (produits moins réactifs). Un défaut de masse est par définition positif. Le signe « $-$ » traduit une perte de masse.

**À LA CALCULATRICE**




**2.2.2** Rappeler la relation d'équivalence masse-énergie.

$E = m\,c^2$, avec $E$ en joules, $m$ en kilogrammes et $c$ en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

**2.2.3** Montrer que l'énergie libérée par la réaction de formation d'un noyau d'hélium est $E = -2{,}81 \times 10^{-12}$ J.

**Données utiles** $\Delta m = -0{,}01886$ u (2.2.1) ; $1\ \mathrm{u} = 1{,}66050 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 2{,}99792 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$E = \Delta m \times c^2$, avec $\Delta m$ converti en kilogrammes :

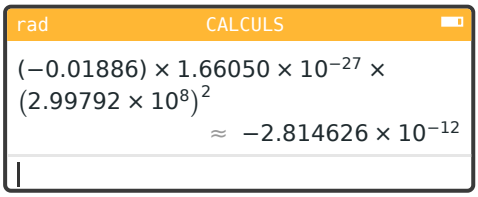
$$E = -0{,}01886 \times 1{,}66050 \times 10^{-27} \times (2{,}99792 \times 10^8)^2$$

$E = -2{,}81 \times 10^{-12}$ J : c'est la valeur attendue.

**PIÈGE**
Oublier de convertir les unités de masse atomique en kilogrammes, ou oublier le carré sur $c$.

**COMPRENDRE**
Le signe « $-$ » indique que le système cède cette énergie au milieu extérieur : l'énergie libérée par une fusion vaut $2{,}81 \times 10^{-12}$ J, soit environ 17,6 MeV.

**À LA CALCULATRICE**



**2.2.4** Calculer le nombre de noyaux contenus dans $m = 100$ g de deutérium.

**Données utiles** $m(^2_1\mathrm{H}) = 3{,}3435 \times 10^{-27}$ kg

$N = \dfrac{m}{m(^2_1\mathrm{H})}$, les deux masses étant exprimées en kilogrammes : $m = 0{,}100$ kg.

$$N = \frac{0{,}100}{3{,}3435 \times 10^{-27}}$$

$N = 2{,}99 \times 10^{25}$ noyaux de deutérium

**À LA CALCULATRICE**

rad CALCULS

$\dfrac{0.100}{3.3435 \times 10^{-27}} \approx 2.990878 \times 10^{25}$

**2.2.5** En déduire que la fusion de 100 g de deutérium avec la quantité correspondante de tritium libère une énergie $E_l = -8{,}40 \times 10^{13}$ J.

**Données utiles** $N = 2{,}99 \times 10^{25}$ (2.2.4) ; $E = -2{,}81 \times 10^{-12}$ J (2.2.3)

Chaque fusion consomme un noyau de deutérium : la réaction se produit $N$ fois.

$$E_l = N \times E = 2{,}99 \times 10^{25} \times (-2{,}81 \times 10^{-12})$$

$E_l = -8{,}40 \times 10^{13}$ J : c'est la valeur attendue.

**COMPRENDRE**

La valeur de l'énoncé s'obtient avec $N$ et $E$ arrondis. En gardant les valeurs non arrondies dans la calculatrice, on trouve $-8{,}42 \times 10^{13}$ J : les deux résultats sont acceptables.

**À LA CALCULATRICE**

rad CALCULS

$2.99 \times 10^{25} \times (-2.81 \times 10^{-12}) \approx -8.4019 \times 10^{13}$

**3.1.1** Compléter le schéma de principe de l'électrolyseur (annexe) : nom des électrodes et nature de la réaction à chaque électrode.

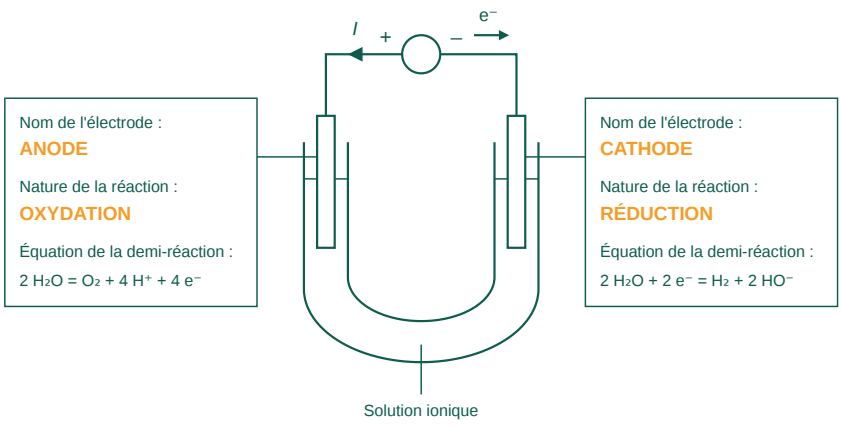
Électrode de gauche, reliée à la borne $+$ du générateur : les électrons la quittent. La demi-équation $2\,\mathrm{H_2O} = \mathrm{O_2} + 4\,\mathrm{H^+} + 4\,\mathrm{e^-}$ libère des électrons : c'est une oxydation, l'électrode est l'anode.

Électrode de droite, reliée à la borne $-$ : les électrons y arrivent. La demi-équation $2\,\mathrm{H_2O} + 2\,\mathrm{e^-} = \mathrm{H_2} + 2\,\mathrm{HO^-}$ consomme des électrons : c'est une réduction, l'électrode est la cathode.

À gauche : anode, oxydation. À droite : cathode, réduction.

**MÉTHODE**

Anode et oxydation commencent par une voyelle, cathode et réduction par une consonne. Les électrons circulent dans les fils en sens inverse du courant $I$.




**3.1.1** · Annexe complétée : électrolyseur

**3.1.2** Rappeler, sans le justifier, si cette électrolyse est une réaction spontanée ou forcée.

L'électrolyse est une transformation forcée : elle n'a lieu que grâce à l'énergie électrique fournie par le générateur.

**3.2.1** Calculer la quantité de matière $n_{O_2}$ de dioxygène envoyée par les poumons pendant une heure.

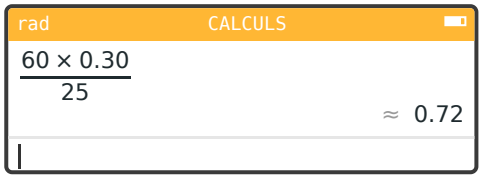
**Données utiles** $v = 0{,}30$ L par minute ; $V_m = 25\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$

En une heure, soit 60 minutes, le volume de dioxygène est $V = 60 \times v$.

$$n_{O_2} = \frac{V}{V_m} = \frac{60 \times 0{,}30}{25}$$

$n_{O_2} = 0{,}72$ mol

À LA CALCULATRICE




**3.2.2** Montrer que la quantité de matière d'électrons échangée vaut $n_{e^-} = 2{,}88$ mol.

**Données utiles** $n_{O_2} = 0{,}72$ mol (3.2.1)

À l'anode : $2\,H_2O = O_2 + 4\,H^+ + 4\,e^-$.

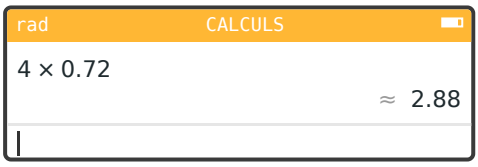
Pour un avancement $x$ de cette demi-réaction, il se forme $n_{O_2} = x$ et il circule $n_{e^-} = 4x$ : la formation d'une mole de dioxygène libère quatre moles d'électrons.

$$n_{e^-} = 4\,n_{O_2} = 4 \times 0{,}72$$

$n_{e^-} = 2{,}88$ mol : c'est la valeur attendue.

**PIÈGE**
Utiliser la demi-équation de la cathode (2 électrons) : elle concerne $H_2$, pas $O_2$. Le coefficient 4 se lit dans la demi-équation où figure le dioxygène.

À LA CALCULATRICE




**3.2.3** En déduire la quantité d'électricité $Q$ mise en jeu.

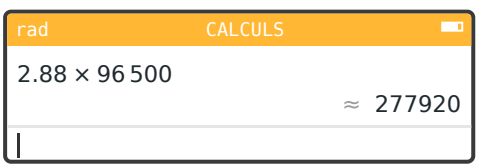
**Données utiles** $n_{e^-} = 2{,}88$ mol (3.2.2) ; $F = 96\,500\ \text{C} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$Q = n_{e^-} \times F = 2{,}88 \times 96\,500$$

$Q = 2{,}78 \times 10^5$ C

**COMPRENDRE**
Le volume $v = 0{,}30$ L n'a que deux chiffres significatifs ; on en garde trois ici pour rester cohérent avec la valeur $2{,}88$ mol imposée par l'énoncé.

À LA CALCULATRICE



**3.2.4** Quelle est l'intensité $I$ du courant nécessaire, supposée constante pendant toute l'heure de fonctionnement ?

**Données utiles** $Q$ (3.2.3) ; $\Delta t = 1\text{ h} = 3600\text{ s}$

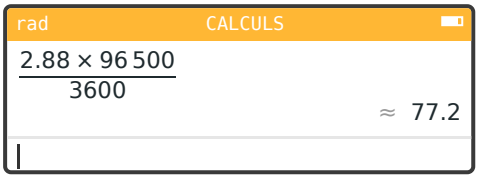
Pour un courant constant, $Q = I \times \Delta t$, donc

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{2{,}88 \times 96\,500}{3600}$$

$$\boxed{I = 77{,}2\text{ A}}$$

**PIÈGE**
Laisser la durée en heures : dans $Q = I\,\Delta t$, la durée est en secondes pour une charge en coulombs.

**À LA CALCULATRICE**




**3.2.5** La tension aux bornes du générateur étant $U = 5{,}00$ V, calculer l'énergie électrique $E_{el}$ consommée pendant une heure.

**Données utiles** $U = 5{,}00$ V ; $I = 77{,}2$ A (3.2.4) ; $\Delta t = 3600$ s

$$E_{el} = U\,I\,\Delta t = 5{,}00 \times 77{,}2 \times 3600$$

$$\boxed{E_{el} = 1{,}39 \times 10^{6}\text{ J}}$$

**COMPRENDRE**
Cela représente environ 0,39 kWh par heure, soit une puissance de 386 W fournie en continu pour la respiration d'un seul spationaute.

**À LA CALCULATRICE**

