Corrigé complet — Bac S 2006 Métropole (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Corrosion des gouttières** Tableau d'avancement · Réactif limitant · Suivi cinétique par pression · Vitesse volumique de réaction · Facteurs cinétiques	6,5 pts	1 h 18	12 questions	p. 2
Ex 2	**Céramique et ultrasons** Période et fréquence · Longueur d'onde · Résonance · Circuit RLC série · Équation différentielle · Période propre	4 pts	52 min	12 questions	p. 8
Ex 3	**La radioactivité au service de l'archéologie** Isotopes et composition d'un noyau · Radioactivité β^- et lois de conservation · Loi de décroissance radioactive · Activité et demi-vie · Datation au carbone 14	5,5 pts	1 h 05	18 questions	p. 12
Ex 4	**Spécialité : Son émis par une corde de violoncelle** Modes propres d'une corde · Longueur d'onde et célérité · Période et fréquence · Analyse spectrale · Hauteur et timbre d'un son	4 pts	52 min	13 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Corrosion des gouttières

Bac S 2006 Métropole (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Compléter le tableau d'évolution du système donné en annexe.

D'après les nombres stœchiométriques, quand l'avancement vaut x : il disparaît x mol de zinc et $2x$ mol d'ions oxonium ; il se forme x mol d'ions zinc et x mol de dihydrogène.

À l'état final, on remplace x par x_{max}.

En cours : $n(\text{Zn}) = n(\text{Zn})_i - x$; $n(\text{H}_3\text{O}^+) = n(\text{H}_3\text{O}^+)_i - 2x$; $n(\text{Zn}^{2+}) = n(\text{H}_2) = x$

PIÈGE
Oublier le nombre stœchiométrique 2 devant H_3O^+ : la quantité d'ions oxonium diminue de $2x$, pas de x.

Équation		Zn (s) +	2 H_3O^+ =	Zn^{2+} (aq) +	H_2 (g) +	2 H_2O (ℓ)
État initial	0	$n(Zn)_i$	$n(H_3O^+)_i$	0	0	en excès
En cours	x	$n(Zn)_i - x$	$n(H_3O^+)_i - 2x$	x	x	en excès
État final	x_{max}	$n(Zn)_i - x_{max}$	$n(H_3O^+)_i - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	en excès

1.1 · Tableau d'évolution de l'annexe (quantités en mol), cases complétées en orange

1.2 En déduire la valeur de l'avancement maximal x_{max}. Quel est le réactif limitant ?

Données utiles $m(\text{Zn}) = 0{,}50$ g ; $M(\text{Zn}) = 65{,}4$ g · mol^{-1} ; $V = 75{,}0$ mL ; $[\text{H}_3\text{O}^+]_i = 0{,}40$ mol · L^{-1}

Quantités initiales :

$$n(\text{Zn})_i = \frac{m(\text{Zn})}{M(\text{Zn})} = \frac{0{,}50}{65{,}4} = 7{,}6 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n(\text{H}_3\text{O}^+)_i = [\text{H}_3\text{O}^+]_i \times V = 0{,}40 \times 75{,}0 \times 10^{-3} = 3{,}0 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

La transformation est totale : le réactif limitant est entièrement consommé à l'état final.

- Si c'est le zinc : $n(\text{Zn})_i - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 7{,}6 \times 10^{-3}$ mol.
- Si c'est l'ion oxonium : $n(\text{H}_3\text{O}^+)_i - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{3{,}0 \times 10^{-2}}{2} = 1{,}5 \times 10^{-2}$ mol.

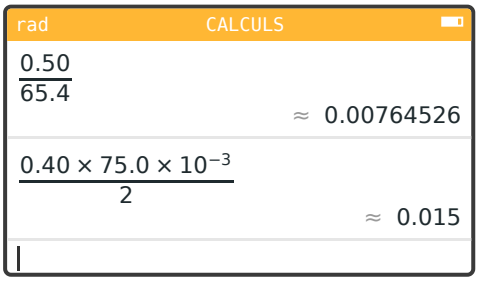
On retient la plus petite des deux valeurs.

$x_{max} = 7{,}6 \times 10^{-3}$ mol $= 7{,}6$ mmol ; le réactif limitant est le **zinc**.

PIÈGE
Comparer directement $n(\text{Zn})_i$ et $n(\text{H}_3\text{O}^+)_i$ sans diviser par les nombres stœchiométriques. Ici la conclusion serait la même, mais le raisonnement est faux.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la masse $0{,}50$ g et la concentration $0{,}40$ mol · L^{-1}, qui sont les données les moins précises.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Donner la relation entre l'avancement x de la réaction et $(P - P_i)$, V_{gaz}, R et T.

D'après le tableau d'évolution, $n(\mathrm{H_2}) = x$.

En remplaçant dans la relation de l'énoncé : $(P - P_i)\,V_{gaz} = x\,R\,T$.

$$x = \frac{(P - P_i)\,V_{gaz}}{R\,T}$$

COMPRENDRE
La pression initiale P_i est celle de l'air enfermé. Seule la surpression $P - P_i$ est due au dihydrogène formé : c'est elle qui mesure l'avancement.

1.3.2 Écrire la relation donnant x_{max} en fonction de P_{max}, P_i, V_{gaz}, R et T. En déduire que $x = x_{max}\left(\dfrac{P - P_i}{P_{max} - P_i}\right)$.

À l'état final, $P = P_{max}$ et $x = x_{max}$:

$$x_{max} = \frac{(P_{max} - P_i)\,V_{gaz}}{R\,T}$$

On divise membre à membre la relation de la question 1.3.1 par celle-ci. Les grandeurs V_{gaz}, R et T, constantes pendant l'expérience, se simplifient :

$$\frac{x}{x_{max}} = \frac{P - P_i}{P_{max} - P_i}$$

$$x = x_{max}\left(\frac{P - P_i}{P_{max} - P_i}\right)$$

MÉTHODE
Faire le rapport de deux relations de même forme élimine les grandeurs inconnues mais constantes : ici, ni V_{gaz} ni T ne sont donnés, et on n'en a pas besoin.

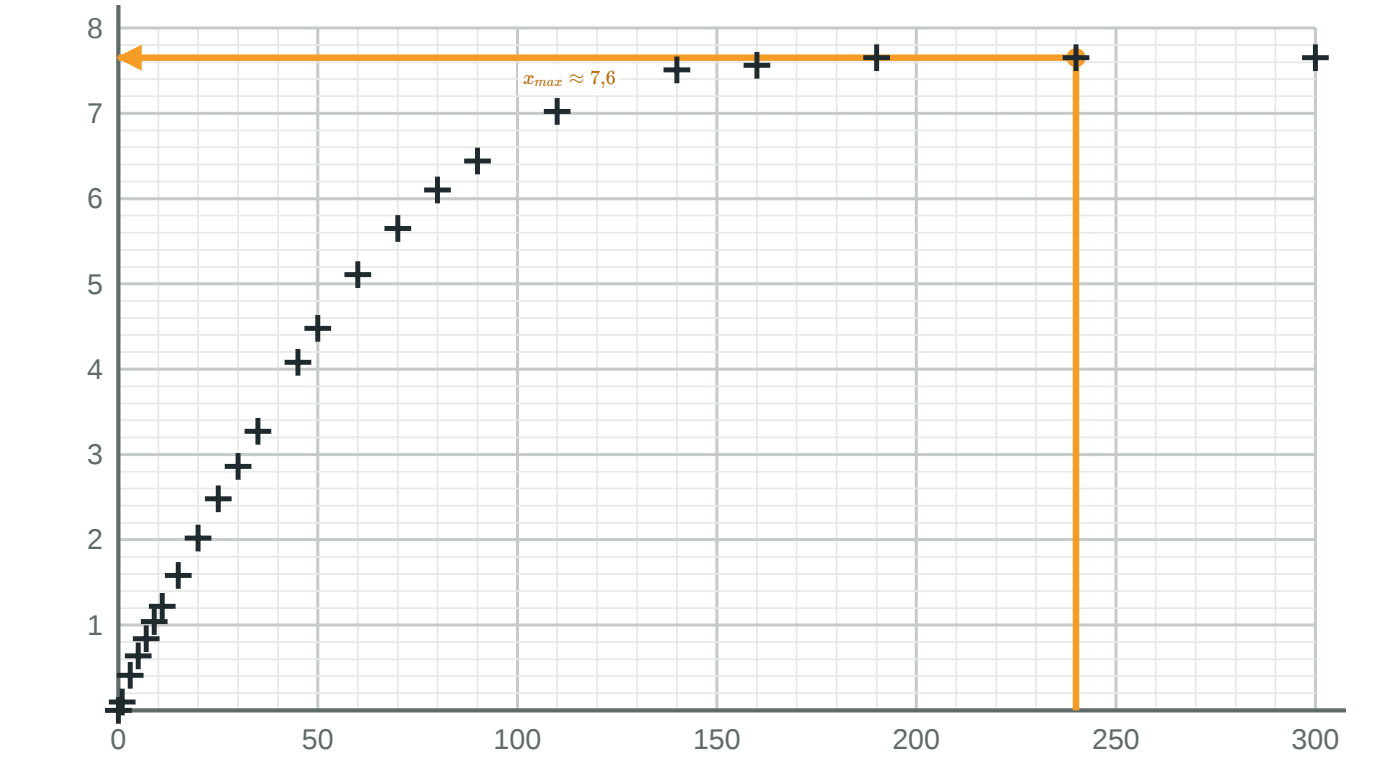
1.3.3 Vérifier à l'aide de la courbe de la figure 2 la valeur de x_{max} trouvée à la question 1.2.

Données utiles $x_{max} = 7{,}6$ mmol (1.2)

Sur la figure 2, à partir de $t \approx 190$ min, les points sont alignés sur un palier horizontal : l'avancement n'évolue plus, l'état final est atteint.

L'ordonnée de ce palier se lit un peu au-dessus de la graduation 7,5 mmol.

Lecture graphique : $x_{max} \approx 7{,}6\ \mathrm{mmol}$, en accord avec la valeur calculée à la question 1.2.



1.3.3 · Figure 2 de l'annexe : lecture du palier

1.3.4 À l'aide du tableau des résultats, déterminer la valeur de l'avancement à la date $t = 50{,}0$ min. Vérifier cette valeur sur la courbe.

Données utiles à $t = 50{,}0$ min : $P = 1452$ hPa ; $P_i = 1020$ hPa ; $P_{max} = 1757$ hPa ; $x_{max} = 7{,}6 \times 10^{-3}$ mol (1.2)

La pression finale est la valeur qui ne varie plus dans le tableau : $P_{max} = 1757$ hPa.

Avec la relation de la question 1.3.2 :

$$x = 7{,}6 \times 10^{-3} \times \frac{1452 - 1020}{1757 - 1020} = 4{,}5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Sur la figure 2, le point d'abscisse 50 min a une ordonnée d'environ 4,5 mmol : la valeur est vérifiée.

$$\boxed{x(50{,}0 \text{ min}) = 4{,}5 \times 10^{-3} \text{ mol} = 4{,}5 \text{ mmol}}$$

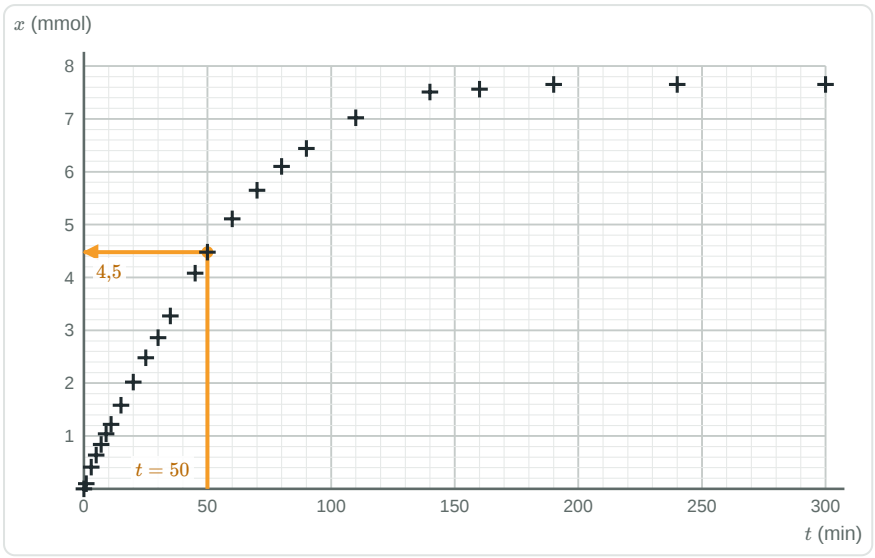
COMPRENDRE

Les pressions peuvent rester en hPa : seul leur rapport intervient, il n'a pas d'unité. Le calcul est mené avec la valeur non arrondie de x_{max}.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{\frac{0.50}{65.4} \times (1452 - 1020)}{1757 - 1020} \approx 0.004481346$$



1.3.4 · Figure 2 de l'annexe : lecture à 50 min

1.4 Comment déduire de la figure 2 l'évolution de la vitesse volumique de réaction $v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ au cours de la transformation ? Décrire qualitativement cette évolution.

Le volume V de la solution est constant : la vitesse v est proportionnelle à $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, qui est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date considérée.

On suit donc l'évolution de v en observant la pente des tangentes successives à la courbe.

La tangente est très inclinée à $t = 0$, puis de moins en moins, et elle devient horizontale sur le palier.

> La vitesse volumique de réaction est maximale à l'instant initial, diminue au cours du temps et s'annule à l'état final.

COMPRENDRE
La vitesse diminue parce que la concentration en ions oxonium, facteur cinétique, baisse au fur et à mesure de leur consommation.

COMPRENDRE
Avec le vocabulaire actuel, $\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est ici la vitesse volumique d'apparition des ions zinc, $\frac{\mathrm{d}[\mathrm{Zn}^{2+}]}{\mathrm{d}t}$, puisque $n(\mathrm{Zn}^{2+}) = x$.

2.1 Associer à chacune des courbes (a), (b) et (c) de la figure 3 le numéro de l'expérience 1, 2 ou 3 correspondante. Justifier.

Données utiles $[\mathrm{H_3O^+}]_i$: $0{,}50\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (exp. 1) ; $0{,}25\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (exp. 2) ; $0{,}40\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (exp. 3)

Les trois expériences ne diffèrent que par la concentration initiale en ions oxonium. La concentration d'un réactif est un facteur cinétique : plus elle est grande, plus la transformation est rapide, donc plus l'avancement atteint à une date donnée est grand.

À $t = 40$ min, on lit sur la figure 3 : $x_{(a)} \approx 4{,}2$ mmol, $x_{(b)} \approx 4{,}0$ mmol et $x_{(c)} \approx 3{,}2$ mmol, soit $x_{(a)} > x_{(b)} > x_{(c)}$.

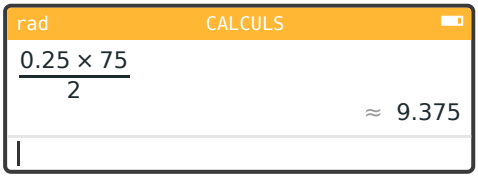
Or $[\mathrm{H_3O^+}]_{i,1} > [\mathrm{H_3O^+}]_{i,3} > [\mathrm{H_3O^+}]_{i,2}$.

> Courbe (a) : expérience 1 ; courbe (b) : expérience 3 ; courbe (c) : expérience 2.

COMPRENDRE
La comparaison a un sens car le zinc reste limitant dans les trois cas : même dans l'expérience 2, la moitié de $n(\mathrm{H_3O^+})_i$ vaut 9,4 mmol, plus que 7,6 mmol. L'état final est donc le même.

MÉTHODE
Les tangentes à l'origine sont trop proches pour être classées à l'œil. On compare plutôt les avancements à une même date, ou les durées nécessaires pour atteindre un même avancement.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 À partir des courbes des expériences 4 et 5, indiquer l'influence de la surface du zinc en contact avec la solution sur la vitesse de réaction.

Les expériences 4 et 5 ne diffèrent que par la forme du zinc : poudre (4) ou grenaille (5). À masse égale, la poudre présente une surface de contact avec la solution bien plus grande que la grenaille.

Sur la figure 4, à $t = 50$ min, $x \approx 4{,}8$ mmol pour l'expérience 4 contre $x \approx 1{,}0$ mmol pour l'expérience 5 : la transformation est beaucoup plus rapide avec la poudre.

Plus la surface de zinc en contact avec la solution est grande, plus la vitesse de réaction est élevée.

PIÈGE
Se contenter de « la poudre réagit plus vite ». La question porte sur la surface de contact : il faut dire que la poudre, plus divisée, en offre davantage.

2.2.2 À partir des courbes obtenues, indiquer l'influence de la couche de carbonate de zinc sur la vitesse de réaction.

Les expériences 5 et 6 utilisent toutes deux de la grenaille ; seule la couche de carbonate de zinc les distingue.

Sur la figure 4, la courbe de l'expérience 6 reste presque confondue avec l'axe des abscisses : après 250 min, l'avancement est encore très proche de zéro, alors qu'il atteint environ 3,7 mmol pour l'expérience 5.

La couche de carbonate de zinc rend la réaction extrêmement lente : elle isole le métal de la solution acide et le protège.

MÉTHODE
Pour isoler l'effet d'un facteur, comparer deux expériences qui ne diffèrent que par ce facteur : ici 5 et 6, et non 4 et 6.

3.1 À partir de la valeur du pH des eaux de pluie, déterminer la valeur moyenne de leur concentration en ions oxonium H_3O^+.

Données utiles pH ≈ 5

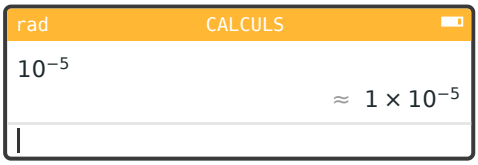
Par définition, $\text{pH} = -\log\left(\dfrac{[H_3O^+]}{c^\circ}\right)$ avec $c^\circ = 1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$, donc :

$$[H_3O^+] = c^\circ \times 10^{-\text{pH}} = 1 \times 10^{-5}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$[H_3O^+] \approx 1 \times 10^{-5}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

COMPRENDRE
Le pH n'est donné que par son ordre de grandeur : un seul chiffre significatif suffit. Le sujet de 2006 écrivait $\text{pH} = -\log[H_3O^+]$, sans la concentration standard c° ; le résultat est le même.

À LA CALCULATRICE



3.2 Les trois facteurs cinétiques étudiés dans la partie 2 permettent-ils d'expliquer la longévité des gouttières en zinc dans les habitations ?

Données utiles $[H_3O^+] \approx 1 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (3.1)

Les trois facteurs agissent dans le même sens, celui d'une réaction très lente :

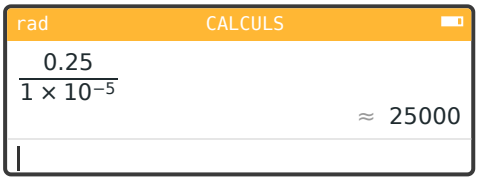
- **Concentration en ions oxonium** : dans l'eau de pluie, elle est environ $25\,000$ fois plus faible que dans la moins concentrée des solutions étudiées ($0{,}25\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).
- **Surface de contact** : une gouttière est une tôle massive, qui offre à l'eau une surface très réduite par rapport à la même masse de poudre ou de grenaille.
- **État de surface** : à l'air humide, le zinc se recouvre de carbonate de zinc, couche qui protège le métal de l'attaque acide.

Oui : faible acidité de la pluie, métal non divisé et couche protectrice de carbonate rendent la corrosion très lente, d'où la longévité des gouttières.

PIÈGE

Citer la température : ce n'est pas l'un des trois facteurs étudiés ici, toutes les expériences ayant été menées à 25 °C.

À LA CALCULATRICE



Céramique et ultrasons

Bac S 2006 Métropole (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Déterminer la période T et la fréquence f de la tension observée à l'oscilloscope.

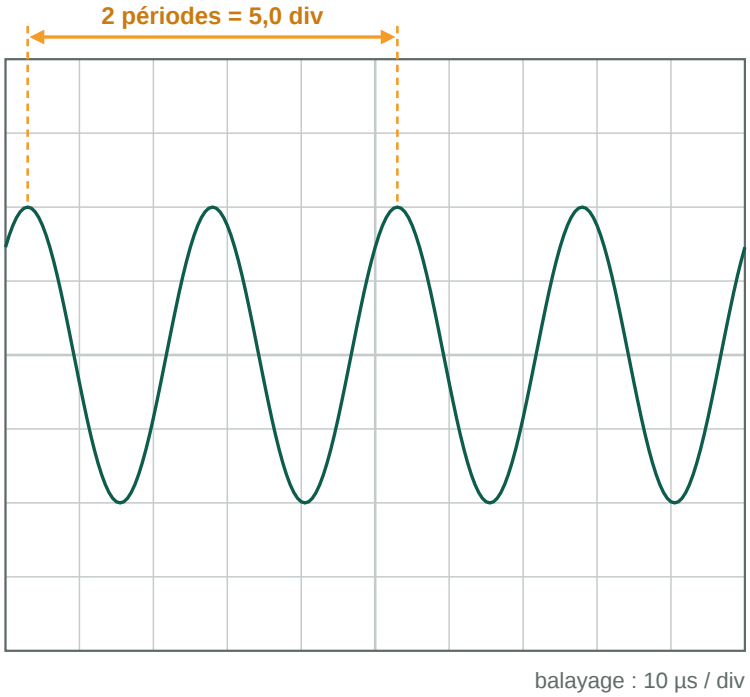
Données utiles coefficient de balayage : $10\ \mu s/\text{div}$

Sur la figure 8, deux périodes occupent $5{,}0$ divisions :

$2T = 5{,}0 \times 10 = 50\ \mu s$, donc $T = 25\ \mu s = 2{,}5 \times 10^{-5}$ s.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}5 \times 10^{-5}} = 4{,}0 \times 10^{4}\ \text{Hz}$$

$T = 2{,}5 \times 10^{-5}$ s et $f = 4{,}0 \times 10^{4}$ Hz $= 40$ kHz



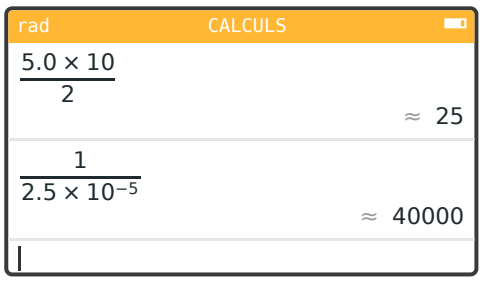
1.1.1 · Figure 8 du sujet : deux périodes entre deux maximums, pour une lecture plus précise

PIÈGE
Calculer f avec T en microsecondes : il faut convertir en secondes pour obtenir des hertz.

COMPRENDRE
La lecture sur l'écran se fait au mieux à quelques dixièmes de division près : deux chiffres significatifs suffisent pour T et f.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes d'un coup, entre deux maximums éloignés, puis diviser : l'erreur de lecture est répartie sur le nombre de périodes.

À LA CALCULATRICE



1.1.2 En déduire la fréquence f_u des ultrasons. Justifier.

D'après l'énoncé, la tension aux bornes de la céramique réceptrice a la même fréquence que les ultrasons qu'elle reçoit. La fréquence lue à l'oscilloscope est donc celle de l'onde :

$f_u = f = 4{,}0 \times 10^{4}$ Hz

COMPRENDRE
Cette valeur dépasse 20 kHz, limite supérieure des sons audibles : il s'agit bien d'ultrasons.

1.1.3 Donner l'expression littérale puis la valeur de la longueur d'onde λ des ultrasons dans l'air.

Données utiles $v_{\text{air}} = 340\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $f_u = 4{,}0 \times 10^4\ \text{Hz}$ (1.1.2)

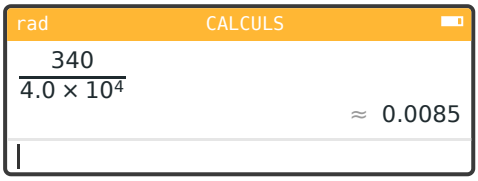
La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période :

$$\lambda = v_{\text{air}}\, T = \frac{v_{\text{air}}}{f_u} = \frac{340}{4{,}0 \times 10^4} = 8{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$\lambda = \frac{v_{\text{air}}}{f_u} = 8{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m} = 8{,}5\ \text{mm}$$

PIÈGE
Garder trois chiffres parce que 340 en a trois : f_u n'en a que deux, le résultat aussi.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 Que peut-on dire de la valeur de la fréquence de la tension excitatrice à la résonance ?

À la résonance, la fréquence imposée par l'excitateur (la tension sinusoïdale) est très proche de la fréquence propre de vibration du résonateur (la céramique).

Fréquence de la tension excitatrice ≈ fréquence propre de la céramique.

COMPRENDRE
La céramique émet alors à cette fréquence : d'après la partie 1.1, sa fréquence propre vaut environ $40\ \text{kHz}$.

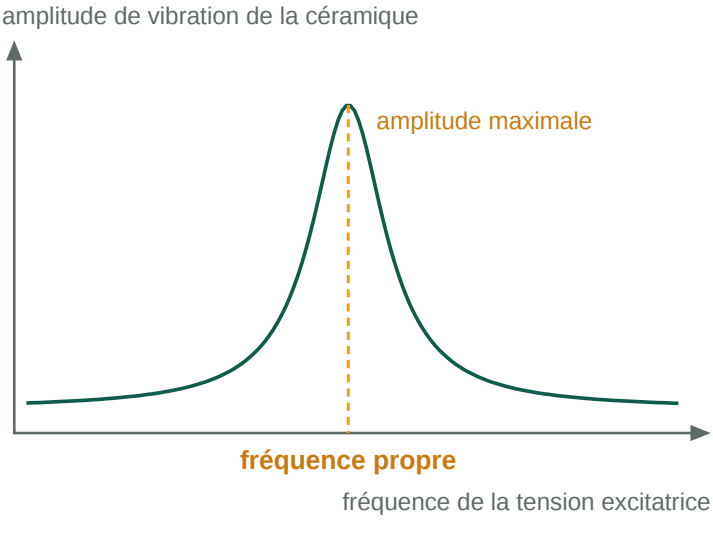
1.2.2 Décrire qualitativement le phénomène de résonance en ce qui concerne l'amplitude de vibration de la céramique.

La céramique effectue des oscillations forcées : elle vibre à la fréquence de la tension appliquée, quelle que soit cette fréquence.

L'amplitude de ses vibrations dépend de cette fréquence : faible quand elle est éloignée de la fréquence propre, elle augmente quand elle s'en rapproche.

À la résonance, l'amplitude de vibration de la céramique est maximale.

PIÈGE
Dire que la fréquence de vibration « devient » la fréquence propre : en régime forcé, la fréquence est toujours celle de l'excitateur. Seule l'amplitude change.



1.2.2 · Allure de la courbe de résonance

2.1 Comment appelle-t-on le type de régime correspondant à la figure 10 ?

La tension u_C oscille de part et d'autre de zéro avec une amplitude qui diminue au cours du temps.

C'est un régime pseudo-périodique (oscillations libres amorties).

COMPRENDRE
Les circuits RLC et les oscillations électriques ne figurent plus au programme actuel de spécialité de Terminale, qui se limite au circuit RC. Toute la partie 2 relève de l'ancien programme.

2.2 Interpréter en termes d'énergie l'amortissement des oscillations que l'on observe.

Au cours des oscillations, l'énergie passe du condensateur à la bobine et inversement. À chaque échange, une partie est dissipée par effet Joule dans la résistance R du circuit, sous forme de transfert thermique.

L'énergie totale du circuit diminue, donc l'amplitude de u_C décroît.

COMPRENDRE
L'énergie du condensateur vaut $\frac{1}{2}C\,u_C^2$: si elle est plus petite à chaque maximum, l'amplitude de u_C l'est aussi.

2.3 Comment peut-on éviter l'amortissement des oscillations, sachant que la résistance du circuit ne peut pas être nulle ?

Il faut ajouter au circuit un dispositif d'entretien des oscillations : il apporte à chaque instant une énergie égale à celle qui est dissipée par effet Joule.

Un dispositif d'entretien compense les pertes : les oscillations gardent une amplitude constante.

COMPRENDRE
En pratique, c'est un montage électronique alimenté par une source extérieure, qui se comporte comme une « résistance négative » : l'énergie fournie vient de son alimentation.

2.4 Dire si les deux affirmations concernant les oscillations libres d'un dipôle RLC sont vraies ou fausses. Commenter brièvement.

Affirmation 1 : fausse. Si R devient trop grande, l'énergie est dissipée avant qu'une oscillation ait lieu : u_C revient vers zéro sans osciller. Le régime est alors apériodique.

Affirmation 2 : fausse. La période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ ne dépend que de L et de C. La charge initiale fixe seulement l'amplitude des oscillations.

Les deux affirmations sont fausses.

PIÈGE
Répondre « vrai » ou « faux » sans justification ne rapporte rien : la consigne demande un commentaire pour chaque affirmation.

2.5.1 Pour le circuit LC de la figure 11, exprimer l'intensité i en fonction de u_C, puis montrer que $\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+\dfrac{1}{LC}u_C=0$.

Avec les orientations de la figure 11, le courant arrive sur l'armature de charge q vers laquelle pointe la flèche u_C : $i=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q=C\,u_C$.
Comme C est constante :

$$i=C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

Aux bornes de la bobine, de résistance négligée : $u_L=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=LC\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}$.
Loi des mailles, interrupteur fermé : $u_C+u_L=0$, soit $u_C+LC\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}=0$.
En divisant par LC :

$\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+\dfrac{1}{LC}u_C=0$: c'est l'équation attendue.

PIÈGE
Les signes dépendent des flèches du schéma. Ici u_C et u_L sont orientées dans le même sens le long de la maille, d'où une somme nulle et un signe « $+$ » dans l'équation.

MÉTHODE
Trois étapes, toujours les mêmes : relation courant-tension de chaque dipôle, loi des mailles, puis tout exprimer avec la seule grandeur demandée, ici u_C.

2.5.2 La solution s'écrit $u_C(t)=U_0\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t\right)$. En déduire, à l'aide de l'équation différentielle, l'expression littérale de la période propre T_0.

On dérive deux fois la solution proposée :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=-\frac{2\pi}{T_0}U_0\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_0\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2u_C$$

On reporte dans l'équation différentielle :

$$\left[\frac{1}{LC}-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right]u_C=0$$

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, alors que u_C n'est pas toujours nulle : le crochet est nul, donc $\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}=\dfrac{1}{LC}$, soit $T_0^2=4\pi^2LC$.

$T_0=2\pi\sqrt{LC}$

PIÈGE
Oublier le facteur $\dfrac{2\pi}{T_0}$ qui sort à chaque dérivation : il apparaît au carré après deux dérivations, et c'est lui qui donne T_0.

2.5.3 Calculer la valeur à donner à la capacité C du condensateur pour obtenir des oscillations à la fréquence $f_0=40\ \text{kHz}$.

Données utiles $L=1{,}0\ \text{mH}$; $f_0=40\ \text{kHz}$; $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ (2.5.2)

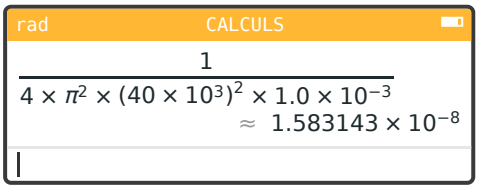
$f_0=\dfrac{1}{T_0}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, donc $f_0^2=\dfrac{1}{4\pi^2LC}$ et :

$$C=\frac{1}{4\pi^2f_0^2L}=\frac{1}{4\pi^2\times(40\times10^3)^2\times1{,}0\times10^{-3}}=1{,}6\times10^{-8}\ \text{F}$$

$C=1{,}6\times10^{-8}\ \text{F}=16\ \text{nF}$

PIÈGE
Laisser f_0 en kilohertz ou L en millihenrys : il faut 40×10^3 Hz et $1{,}0\times10^{-3}$ H pour obtenir des farads. Penser aussi au carré sur f_0.

À LA CALCULATRICE



La radioactivité au service de l'archéologie

Bac S 2006 Métropole (ancien programme) · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1 (Question 1.1 du sujet.) Pourquoi les noyaux ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ et ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ sont-ils appelés isotopes ?

Ces deux noyaux ont le même nombre de protons ($Z = 6$) mais des nombres de nucléons différents ($A = 12$ et $A = 13$), donc des nombres de neutrons différents (6 et 7).

Même Z, nombres de neutrons différents : ce sont des isotopes.

PIÈGE
Dire seulement « ils ont le même Z » ne suffit pas : il faut aussi la différence, qui porte sur le nombre de neutrons (ou sur A).

1.2 Donner la composition du noyau de symbole ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$.

$Z = 6$: le noyau contient 6 protons.

$A = 14$ nucléons, donc $A - Z = 14 - 6 = 8$ neutrons.

${}^{14}_{6}\mathrm{C}$: 6 protons et 8 neutrons.

PIÈGE
Ne pas compter d'électrons : on demande la composition du noyau, pas celle de l'atome. Et 14 est le nombre de nucléons, pas le nombre de neutrons.

1.3 Écrire l'équation de désintégration du « carbone 14 » en « azote 14 » (noyau fils non excité). S'agit-il d'une radioactivité α, β^+ ou β^- ?

Données utiles $Z = 6$ pour le carbone ; $Z = 7$ pour l'azote

On écrit ${}^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Conservation du nombre de nucléons : $14 = 14 + A$, donc $A = 0$.

Conservation de la charge électrique : $6 = 7 + Z$, donc $Z = -1$.

La particule émise est un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

${}^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: émission d'un électron, radioactivité β^-.

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, il n'y a pas d'émission γ à ajouter. Dans le noyau, un neutron s'est transformé en proton : Z augmente de 1, A ne change pas.

MÉTHODE
Pour identifier la particule émise, la laisser en inconnue ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ puis appliquer les deux lois de conservation (nucléons, charge). ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: β^- ; ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$: β^+ ; ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$: α.

2.1.1 Compléter : « La transformation radioactive d'un noyau possède un caractère … » (prévisible, aléatoire, périodique).

La transformation radioactive d'un noyau possède un caractère **aléatoire**.

COMPRENDRE
On ne peut pas prévoir l'instant où un noyau donné va se désintégrer.

2.1.2 Compléter : « La désintégration d'un noyau … celle d'un noyau voisin » (n'affecte pas, modifie, est perturbée par).

La désintégration d'un noyau **n'affecte pas** celle d'un noyau voisin.

2.1.3 Compléter : « Un noyau "âgé" a … de se désintégrer qu'un noyau "jeune" » (plus de chances, moins de chances, autant de chances).

Un noyau « âgé » a **autant de chances** de se désintégrer qu'un noyau « jeune ».

PIÈGE
Un noyau ne « vieillit » pas : sa probabilité de désintégration par unité de temps reste la même, quelle que soit la durée depuis laquelle il existe.

2.1.4 Compléter : « L'évolution d'une population d'un grand nombre de noyaux radioactifs possède un caractère … » (prévisible, aléatoire, périodique).

L'évolution d'une population d'un grand nombre de noyaux radioactifs possède un caractère **prévisible**.

COMPRENDRE
Aléatoire pour un noyau, prévisible pour un très grand nombre : c'est ce qui permet d'écrire une loi $N(t)$ et de dater.

2.1.1.	La transformation radioactive d'un noyau possède un caractère **aléatoire**.
2.1.2.	La désintégration d'un noyau **n'affecte pas** celle d'un noyau voisin.
2.1.3.	Un noyau « âgé » a **autant de chances** de se désintégrer qu'un noyau « jeune ».
2.1.4.	L'évolution d'une population d'un grand nombre de noyaux radioactifs possède un caractère **prévisible**.

2.1.4 · Annexe complétée (mots choisis en orange)

2.2.1 Pour chacune des expressions (a) $N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, (b) $N = N_0 - \lambda t$, (c) $N = N_0\,\mathrm{e}^{\lambda t}$: valeur de N à $t = 0$, limite quand t tend vers l'infini. En déduire l'expression à retenir.

Données utiles $\lambda > 0$

À $t = 0$, les trois expressions donnent $N = N_0$.

Quand $t \to +\infty$:

- (a) $\mathrm{e}^{-\lambda t} \to 0$, donc $N \to 0$;
- (b) $N \to -\infty$;
- (c) $\mathrm{e}^{\lambda t} \to +\infty$, donc $N \to +\infty$.

Le nombre de noyaux restants diminue au cours du temps, ce qui élimine (c) ; il ne peut pas devenir négatif, ce qui élimine (b). Seule (a) décrit une population qui décroît jusqu'à disparaître.

Expression à retenir : (a) $N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

MÉTHODE
Tester une loi proposée sur ses cas limites ($t = 0$, $t \to +\infty$) et sur son sens physique (signe, sens de variation) permet d'écarter les mauvaises expressions sans aucun calcul.

2.2.2 L'activité est donnée par $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$. Que représente A_0 ?

À $t = 0$: $A = A_0\,\mathrm{e}^{0} = A_0$.

A_0 est l'activité de l'échantillon à la date $t = 0$ (activité initiale).

COMPRENDRE
En dérivant (a) : $A = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc $A_0 = \lambda N_0$. L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux restants.

2.2.3 En s'aidant du texte, donner la valeur de A_0 pour un échantillon de 1,0 g de carbone pur extrait d'un être vivant.

D'après le texte, un gramme de carbone pur extrait d'un être vivant a une activité voisine de 13,6 désintégrations par minute.

En becquerels (désintégrations par seconde) : $A_0 = \dfrac{13{,}6}{60} = 0{,}227\ \mathrm{Bq}$.

$A_0 = 13{,}6$ désintégrations par minute, soit $0{,}227\ \mathrm{Bq}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme 13,6. Le becquerel vaut une désintégration par seconde ; les deux unités conviennent ici, à condition de garder la même pour A et A_0 dans la suite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{13.6}{60} \approx 0.2266667$

2.2.4 À quel événement correspond « l'âge zéro » cité dans le texte ?

Tant que l'organisme vit, il échange du carbone avec le milieu et son activité reste égale à 13,6 désintégrations par minute et par gramme. Dès sa mort, le carbone 14 n'est plus renouvelé et l'activité décroît.

« L'âge zéro » correspond à l'instant de la mort de l'organisme : c'est l'origine des dates $t = 0$.

3.1 Qu'appelle-t-on temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon radioactif ?

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

PIÈGE
Ce n'est pas « la moitié de la durée de vie » : au bout de $2\,t_{1/2}$ il reste encore un quart des noyaux, pas zéro.

3.2 Montrer que $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$ à partir des réponses aux questions 2.2.1 et 3.1.

D'après 2.2.1 : $N(t_{1/2}) = N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$. D'après 3.1 : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

Donc $N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$, soit $e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$.

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$.

$\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$

PIÈGE
Dans un « montrer que », chaque étape doit apparaître : égalité des deux expressions de $N(t_{1/2})$, simplification par N_0, passage au logarithme avec $\ln \frac{1}{2} = -\ln 2$.

3.3 Calculer la valeur de λ pour le « carbone 14 », en gardant $t_{1/2}$ en années.

Données utiles $t_{1/2} = 5{,}73 \times 10^3$ ans

D'après 3.2 : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5{,}73 \times 10^3} = 1{,}21 \times 10^{-4}\ \text{an}^{-1}$$

$\lambda = 1{,}21 \times 10^{-4}\ \text{an}^{-1}$

PIÈGE
L'unité : λ est l'inverse d'une durée. Avec $t_{1/2}$ en années, λ est en an^{-1}, pas en s^{-1}.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{\ln(2)}{5.73 \times 10^3} \approx 1.209681 \times 10^{-4}$

3.4 L'activité d'un échantillon de la momie d'Ötzi vaut 7,16 désintégrations par minute pour 1,0 g de carbone pur. Donner l'expression littérale de la durée écoulée entre la mort d'Ötzi et la mesure, puis la calculer.

Données utiles $A = 7{,}16$ désintégrations par minute ; $A_0 = 13{,}6$ désintégrations par minute (2.2.3) ; $\lambda = 1{,}21 \times 10^{-4}$ an^{-1} (3.3)

L'origine des dates est la mort d'Ötzi ; la mesure est faite à la date t : $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

$\dfrac{A}{A_0} = \mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc $\ln\dfrac{A}{A_0} = -\lambda t$, soit

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{A_0}{A}$$

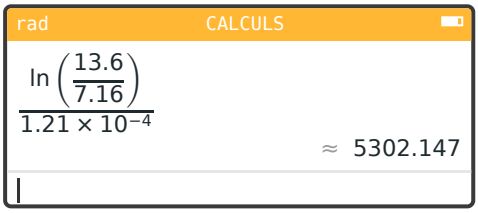
$$t = \frac{1}{1{,}21\times10^{-4}} \times \ln\frac{13{,}6}{7{,}16} = 5{,}30\times10^{3}\ \text{ans}$$

$t = \dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{A_0}{A} = 5{,}30\times10^{3}$ ans : Ötzi est mort il y a environ 5 300 ans.

PIÈGE
Inverser le rapport donne une durée négative : $\ln\dfrac{A}{A_0} < 0$ puisque $A < A_0$. Les deux activités doivent être dans la même unité ; inutile de les convertir en becquerels.

COMPRENDRE
Contrôle : A est un peu supérieure à $A_0/2 = 6{,}8$ désintégrations par minute, donc t doit être un peu inférieure à $t_{1/2} = 5{,}73\times10^{3}$ ans. C'est bien le cas.

À LA CALCULATRICE



3.5 Un corail vieux de $1{,}2\times10^{5}$ ans a-t-il pu être daté par la méthode du « carbone 14 » ? Justifier d'après le texte.

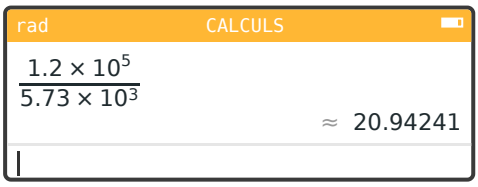
D'après le texte, au bout de 40 millénaires ($4{,}0\times10^{4}$ ans) il reste moins de 1 % du carbone 14 initial, teneur trop faible pour être mesurée avec précision.

Or l'âge du corail, $1{,}2\times10^{5}$ ans, soit 120 millénaires, est trois fois plus grand : il n'y reste pratiquement plus de carbone 14.

Non : ce corail est trop ancien pour être daté au carbone 14 (limite d'environ 40 000 ans).

COMPRENDRE
$1{,}2\times10^{5}$ ans représentent environ 21 demi-vies : il reste $\dfrac{1}{2^{21}}$ des noyaux, soit moins d'un millionième. L'activité est indétectable.

À LA CALCULATRICE



4.1 Quel pourcentage de noyaux de « potassium 40 » reste-t-il dans une roche au bout de 4 fois le temps de demi-vie ?

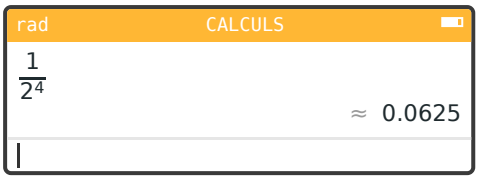
À chaque demi-vie, le nombre de noyaux restants est divisé par 2.
Après 4 demi-vies :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

Il reste 6,25 % des noyaux de potassium 40, soit environ 6 %.

MÉTHODE
Après n demi-vies, il reste $\dfrac{N_0}{2^n}$ noyaux : 50 %, 25 %, 12,5 %, 6,25 %… Ce raisonnement évite de passer par λ et l'exponentielle.

À LA CALCULATRICE



4.2 La teneur résiduelle minimale pour dater au « potassium 40 » est de 1 % de la teneur initiale. En comparant l'âge de la Terre à la demi-vie du « potassium 40 », dire si cette méthode permet de mesurer l'âge de la Terre.

Données utiles âge de la Terre : $4{,}5 \times 10^9$ ans ; $t_{1/2} = 1{,}3 \times 10^9$ ans

$\dfrac{4{,}5 \times 10^9}{1{,}3 \times 10^9} = 3{,}5$: l'âge de la Terre vaut environ 3,5 demi-vies du potassium 40, soit moins de 4 demi-vies.

D'après 4.1, il reste donc plus de 6,25 % des noyaux initiaux. Plus précisément :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{3{,}5}} = 0{,}091 \quad \text{soit } 9{,}1\ \%$$

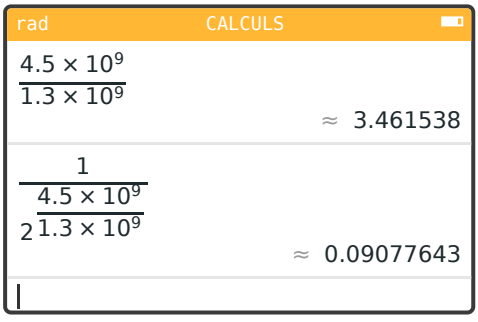
Cette teneur est supérieure au seuil de 1 %.

Oui : il reste environ 9 % du potassium 40 initial ($> 1\ \%$), la méthode permet de mesurer l'âge de la Terre.

COMPRENDRE

Un radioélément convient pour des âges allant jusqu'à quelques demi-vies : le carbone 14 ($5{,}73 \times 10^3$ ans) pour l'archéologie, le potassium 40 ($1{,}3 \times 10^9$ ans) pour la géologie.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Son émis par une corde de violoncelle

Bac S 2006 Métropole (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Comment appelle-t-on les modes de vibration de la corde de longueur L ?

La corde, fixée à ses deux extrémités, ne peut vibrer qu'à certaines fréquences bien définies : le mode fondamental et les modes harmoniques.

Ce sont les **modes propres** de vibration de la corde.

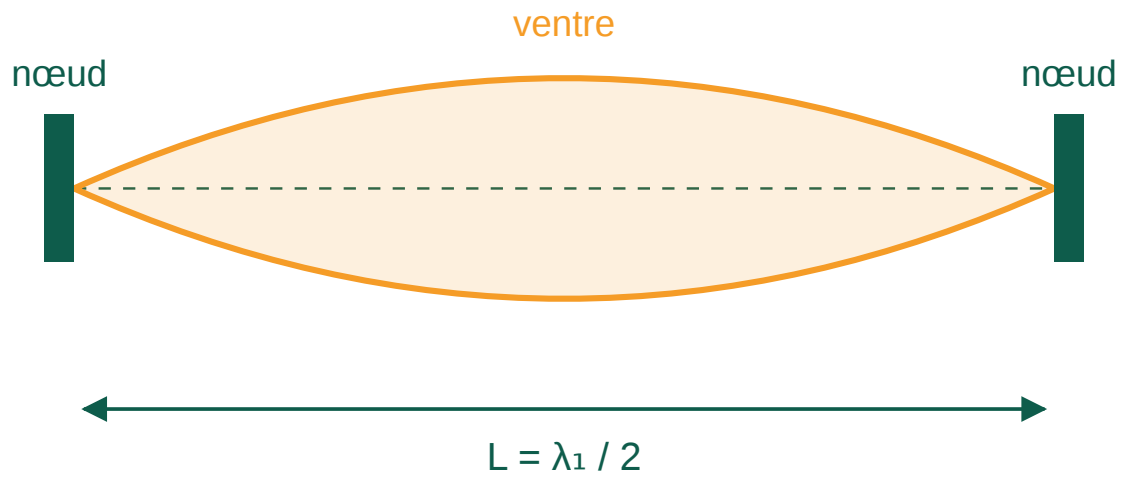
COMPRENDRE
Sujet d'ancien programme : les harmoniques, la hauteur et le timbre d'un son ne figurent plus au programme actuel de la spécialité de Terminale. L'exercice reste un bon entraînement sur les ondes, la période et la fréquence.

1.2.1 Décrire l'aspect de la corde vibrant dans son mode fondamental, observée à la lumière du jour, et l'illustrer par un schéma.

La corde vibre trop vite pour que l'œil la suive : on ne distingue pas la corde elle-même, mais une zone floue en forme de fuseau, qui est la surface balayée par la corde.

Les deux extrémités fixes restent immobiles (nœuds) et l'amplitude est maximale au milieu (ventre).

On observe **un seul fuseau** entre les deux extrémités fixes.



1.2.1 · Corde vibrant dans son mode fondamental : un seul fuseau

1.2.2 Calculer la longueur d'onde λ_1 correspondant au mode fondamental.

Données utiles $L = 69{,}0$ cm

Un fuseau a pour longueur une demi-longueur d'onde. Dans le mode fondamental, la corde porte un seul fuseau : $L = \dfrac{\lambda_1}{2}$, donc $\lambda_1 = 2L$.

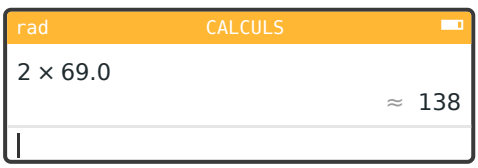
$\lambda_1 = 2 \times 69{,}0 = 138$ cm

$\lambda_1 = 138 \text{ cm} = 1{,}38 \text{ m}$

PIÈGE
Écrire $\lambda_1 = L$. La longueur de la corde vaut un nombre entier de fuseaux, donc de demi-longueurs d'onde : $L = n\,\dfrac{\lambda_n}{2}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme L : le facteur 2 est un nombre exact, il ne limite pas la précision.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Exploiter l'oscillogramme de la figure 7 pour déterminer la fréquence f_1 du mode fondamental.

Données utiles base de temps : 2,5 ms/div

Le signal est périodique : le même motif se répète toutes les 4 divisions environ (par exemple entre deux creux profonds successifs).

$T_1 = 4 \times 2{,}5 = 10 \text{ ms} = 10 \times 10^{-3} \text{ s}$

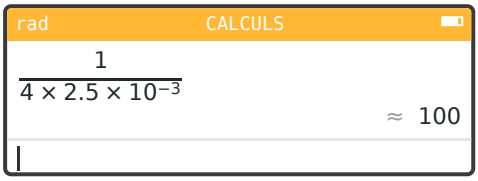
$f_1 = \dfrac{1}{T_1} = \dfrac{1}{10 \times 10^{-3}}$

$f_1 = 1{,}0 \times 10^2 \text{ Hz}$

PIÈGE
Oublier de convertir les millisecondes en secondes : on trouverait 0,10 Hz, valeur absurde pour un son audible.

MÉTHODE
L'écran affiche 10 divisions, soit 25 ms : on y compte deux motifs et demi. Mesurer plusieurs périodes puis diviser rend la lecture plus précise.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 À quelle qualité physiologique du son cette fréquence est-elle associée ?

La fréquence du fondamental fixe la **hauteur** du son : plus elle est grande, plus le son est aigu.

1.4 Décrire la méthode qui permet de retrouver la fréquence du mode fondamental à l'aide d'un stroboscope.

On éclaire la corde vibrante avec le stroboscope, dans l'obscurité, en partant d'une fréquence d'éclairs élevée, que l'on diminue progressivement.

La corde paraît immobile, en un seul exemplaire, lorsqu'elle se retrouve dans la même position à chaque éclair, c'est-à-dire lorsque la période des éclairs est un multiple de T_1 : $T_e = k\,T_1$.

La **plus grande** fréquence des éclairs pour laquelle la corde paraît unique et immobile est égale à f_1.

PIÈGE
Partir d'une fréquence basse : l'immobilité apparaît aussi pour $f_1/2$, $f_1/3$… et l'on risque de retenir un sous-multiple de f_1.

1.5 Déduire des réponses aux questions 1.2 et 1.3 la célérité v de la vibration le long de la corde.

Données utiles $\lambda_1 = 1{,}38$ m (1.2.2) ; $f_1 = 1{,}0 \times 10^2$ Hz (1.3.1)

$v = \lambda_1 \times f_1$

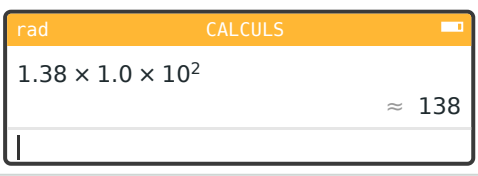
$v = 1{,}38 \times 1{,}0 \times 10^2 = 138 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, à arrondir à deux chiffres significatifs.

$v = 1{,}4 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser λ_1 en centimètres. Cette célérité est celle de l'onde le long de la corde, pas celle du son dans l'air.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement : f_1, lue sur l'oscillogramme, est la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



1.6.1 Écrire la relation existant entre f_2 et f_1 d'une part, entre f_3 et f_1 d'autre part.

Les fréquences des harmoniques sont des multiples entiers de celle du fondamental : $f_n = n\,f_1$.

$f_2 = 2\,f_1$ et $f_3 = 3\,f_1$

1.6.2 Retrouver, parmi les cinq pics de la figure 8, celui du mode fondamental f_1 et ceux qui correspondent à f_2 et f_3.

Données utiles $f_1 = 1{,}0 \times 10^2$ Hz (1.3.1)

Le fondamental est le pic de plus basse fréquence : le pic (a), à 100 Hz, ce qui confirme la valeur de la question 1.3.1.

Alors $f_2 = 200$ Hz, pic (b), et $f_3 = 300$ Hz, pic (c).

f_1 : pic **(a)** ; f_2 : pic **(b)** ; f_3 : pic **(c)**

PIÈGE
Choisir (b) comme fondamental parce qu'il est le plus haut. Le fondamental est le pic de plus basse fréquence, pas celui de plus grande amplitude.

1.7 Donner, en fonction de f_1, l'expression de la fréquence f' du fondamental lorsque le violoncelliste joue la note à l'octave supérieure.

La fréquence est inversement proportionnelle à la longueur de la corde : $f \times L = \text{constante}$, donc $f' \times \dfrac{L}{2} = f_1 \times L$.

$f' = 2\,f_1$

COMPRENDRE
Monter d'une octave revient à doubler la fréquence. Ici $f' \approx 200$ Hz, la célérité v restant la même puisque la corde et sa tension ne changent pas.

2.1 Exploiter la figure 9 pour indiquer si la hauteur du son est modifiée par rapport à celle du son étudié dans la partie 1.

Données utiles base de temps : 2,5 ms/div

Sur la figure 9, le motif se répète aussi toutes les 4 divisions environ : $T = 4 \times 2{,}5 = 10$ ms, comme sur la figure 7.

Même période, donc même fréquence du fondamental, environ 100 Hz.

La hauteur du son **n'est pas modifiée**.

2.2 En comparant les figures 7 et 9, indiquer la caractéristique physiologique du son qui a été modifiée. Justifier.

Les deux signaux ont la même période, mais la forme du motif n'est pas la même : la répartition de l'amplitude entre les harmoniques diffère.

C'est le **timbre** du son qui est modifié.

COMPRENDRE
Deux sons de même hauteur se distinguent par leur timbre : c'est ce qui permet de reconnaître la corde frottée de la corde pincée, ou deux instruments jouant la même note.

3 En comparant les spectres des figures 8 et 10, indiquer la conséquence de cette technique sur les caractéristiques physiologiques du son produit.

Figure 8 : le pic de plus basse fréquence est à 100 Hz.

Figure 10 : le premier pic est à 200 Hz et les suivants sont à des multiples de 200 Hz (400 Hz, 600 Hz…). Le fondamental est donc à 200 Hz, soit $2\,f_1$.

La fréquence du fondamental a doublé : la hauteur est modifiée. Le nombre et les amplitudes relatives des harmoniques changent aussi, donc le timbre également.

Le son est **plus aigu, d'une octave** (fondamental à 200 Hz) et son timbre est différent.

COMPRENDRE
Effleurer la corde en son milieu y impose un nœud : seuls subsistent les modes qui ont un nœud au milieu, c'est-à-dire les harmoniques de rang pair du son initial.