La radioactivité au service de l'archéologie

Bac S 2006 Métropole (ancien programme) · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1 (Question 1.1 du sujet.) Pourquoi les noyaux ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ et ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ sont-ils appelés isotopes ?

Ces deux noyaux ont le même nombre de protons ($Z = 6$) mais des nombres de nucléons différents ($A = 12$ et $A = 13$), donc des nombres de neutrons différents (6 et 7).

Même Z, nombres de neutrons différents : ce sont des isotopes.

PIÈGE
Dire seulement « ils ont le même Z » ne suffit pas : il faut aussi la différence, qui porte sur le nombre de neutrons (ou sur A).

1.2 Donner la composition du noyau de symbole ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$.

$Z = 6$: le noyau contient 6 protons.

$A = 14$ nucléons, donc $A - Z = 14 - 6 = 8$ neutrons.

${}^{14}_{6}\mathrm{C}$: 6 protons et 8 neutrons.

PIÈGE
Ne pas compter d'électrons : on demande la composition du noyau, pas celle de l'atome. Et 14 est le nombre de nucléons, pas le nombre de neutrons.

1.3 Écrire l'équation de désintégration du « carbone 14 » en « azote 14 » (noyau fils non excité). S'agit-il d'une radioactivité α, β^+ ou β^- ?

Données utiles $Z = 6$ pour le carbone ; $Z = 7$ pour l'azote

On écrit ${}^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Conservation du nombre de nucléons : $14 = 14 + A$, donc $A = 0$.

Conservation de la charge électrique : $6 = 7 + Z$, donc $Z = -1$.

La particule émise est un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

${}^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: émission d'un électron, radioactivité β^-.

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, il n'y a pas d'émission γ à ajouter. Dans le noyau, un neutron s'est transformé en proton : Z augmente de 1, A ne change pas.

MÉTHODE
Pour identifier la particule émise, la laisser en inconnue ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ puis appliquer les deux lois de conservation (nucléons, charge). ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: β^- ; ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$: β^+ ; ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$: α.

2.1.1 Compléter : « La transformation radioactive d'un noyau possède un caractère … » (prévisible, aléatoire, périodique).

La transformation radioactive d'un noyau possède un caractère **aléatoire**.

COMPRENDRE
On ne peut pas prévoir l'instant où un noyau donné va se désintégrer.

2.1.2 Compléter : « La désintégration d'un noyau … celle d'un noyau voisin » (n'affecte pas, modifie, est perturbée par).

La désintégration d'un noyau **n'affecte pas** celle d'un noyau voisin.

2.1.3 Compléter : « Un noyau "âgé" a … de se désintégrer qu'un noyau "jeune" » (plus de chances, moins de chances, autant de chances).

Un noyau « âgé » a **autant de chances** de se désintégrer qu'un noyau « jeune ».

PIÈGE
Un noyau ne « vieillit » pas : sa probabilité de désintégration par unité de temps reste la même, quelle que soit la durée depuis laquelle il existe.

2.1.4 Compléter : « L'évolution d'une population d'un grand nombre de noyaux radioactifs possède un caractère … » (prévisible, aléatoire, périodique).

L'évolution d'une population d'un grand nombre de noyaux radioactifs possède un caractère **prévisible**.

COMPRENDRE
Aléatoire pour un noyau, prévisible pour un très grand nombre : c'est ce qui permet d'écrire une loi $N(t)$ et de dater.

2.1.1.	La transformation radioactive d'un noyau possède un caractère **aléatoire**.
2.1.2.	La désintégration d'un noyau **n'affecte pas** celle d'un noyau voisin.
2.1.3.	Un noyau « âgé » a **autant de chances** de se désintégrer qu'un noyau « jeune ».
2.1.4.	L'évolution d'une population d'un grand nombre de noyaux radioactifs possède un caractère **prévisible**.

2.1.4 · Annexe complétée (mots choisis en orange)

2.2.1 Pour chacune des expressions (a) $N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, (b) $N = N_0 - \lambda t$, (c) $N = N_0\,\mathrm{e}^{\lambda t}$: valeur de N à $t = 0$, limite quand t tend vers l'infini. En déduire l'expression à retenir.

Données utiles $\lambda > 0$

À $t = 0$, les trois expressions donnent $N = N_0$.

Quand $t \to +\infty$:

- (a) $\mathrm{e}^{-\lambda t} \to 0$, donc $N \to 0$;
- (b) $N \to -\infty$;
- (c) $\mathrm{e}^{\lambda t} \to +\infty$, donc $N \to +\infty$.

Le nombre de noyaux restants diminue au cours du temps, ce qui élimine (c) ; il ne peut pas devenir négatif, ce qui élimine (b). Seule (a) décrit une population qui décroît jusqu'à disparaître.

Expression à retenir : (a) $N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

MÉTHODE
Tester une loi proposée sur ses cas limites ($t = 0$, $t \to +\infty$) et sur son sens physique (signe, sens de variation) permet d'écarter les mauvaises expressions sans aucun calcul.

2.2.2 L'activité est donnée par $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$. Que représente A_0 ?

À $t = 0$: $A = A_0\,\mathrm{e}^{0} = A_0$.

A_0 est l'activité de l'échantillon à la date $t = 0$ (activité initiale).

COMPRENDRE
En dérivant (a) : $A = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc $A_0 = \lambda N_0$. L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux restants.

2.2.3 En s'aidant du texte, donner la valeur de A_0 pour un échantillon de 1,0 g de carbone pur extrait d'un être vivant.

D'après le texte, un gramme de carbone pur extrait d'un être vivant a une activité voisine de 13,6 désintégrations par minute.

En becquerels (désintégrations par seconde) : $A_0 = \dfrac{13{,}6}{60} = 0{,}227\ \mathrm{Bq}$.

$A_0 = 13{,}6$ désintégrations par minute, soit $0{,}227\ \mathrm{Bq}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme 13,6. Le becquerel vaut une désintégration par seconde ; les deux unités conviennent ici, à condition de garder la même pour A et A_0 dans la suite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{13.6}{60} \approx 0.2266667$

2.2.4 À quel événement correspond « l'âge zéro » cité dans le texte ?

Tant que l'organisme vit, il échange du carbone avec le milieu et son activité reste égale à 13,6 désintégrations par minute et par gramme. Dès sa mort, le carbone 14 n'est plus renouvelé et l'activité décroît.

« L'âge zéro » correspond à l'instant de la mort de l'organisme : c'est l'origine des dates $t = 0$.

3.1 Qu'appelle-t-on temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon radioactif ?

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

PIÈGE
Ce n'est pas « la moitié de la durée de vie » : au bout de $2\,t_{1/2}$ il reste encore un quart des noyaux, pas zéro.

3.2 Montrer que $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$ à partir des réponses aux questions 2.2.1 et 3.1.

D'après 2.2.1 : $N(t_{1/2}) = N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$. D'après 3.1 : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$.

Donc $N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$, soit $e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$.

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$.

$\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$

PIÈGE
Dans un « montrer que », chaque étape doit apparaître : égalité des deux expressions de $N(t_{1/2})$, simplification par N_0, passage au logarithme avec $\ln \frac{1}{2} = -\ln 2$.

3.3 Calculer la valeur de λ pour le « carbone 14 », en gardant $t_{1/2}$ en années.

Données utiles $t_{1/2} = 5{,}73 \times 10^3$ ans

D'après 3.2 : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5{,}73 \times 10^3} = 1{,}21 \times 10^{-4}\ \text{an}^{-1}$$

$\lambda = 1{,}21 \times 10^{-4}\ \text{an}^{-1}$

PIÈGE
L'unité : λ est l'inverse d'une durée. Avec $t_{1/2}$ en années, λ est en an^{-1}, pas en s^{-1}.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{\ln(2)}{5.73 \times 10^3} \approx 1.209681 \times 10^{-4}$

3.4 L'activité d'un échantillon de la momie d'Ötzi vaut 7,16 désintégrations par minute pour 1,0 g de carbone pur. Donner l'expression littérale de la durée écoulée entre la mort d'Ötzi et la mesure, puis la calculer.

Données utiles $A = 7{,}16$ désintégrations par minute ; $A_0 = 13{,}6$ désintégrations par minute (2.2.3) ; $\lambda = 1{,}21 \times 10^{-4}$ an^{-1} (3.3)

L'origine des dates est la mort d'Ötzi ; la mesure est faite à la date t : $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

$\dfrac{A}{A_0} = \mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc $\ln\dfrac{A}{A_0} = -\lambda t$, soit

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{A_0}{A}$$

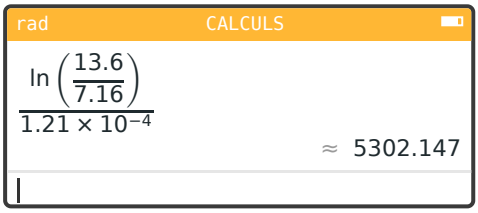
$$t = \frac{1}{1{,}21\times10^{-4}} \times \ln\frac{13{,}6}{7{,}16} = 5{,}30\times10^{3}\ \text{ans}$$

$t = \dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{A_0}{A} = 5{,}30\times10^{3}$ ans : Ötzi est mort il y a environ 5 300 ans.

PIÈGE
Inverser le rapport donne une durée négative : $\ln\dfrac{A}{A_0} < 0$ puisque $A < A_0$. Les deux activités doivent être dans la même unité ; inutile de les convertir en becquerels.

COMPRENDRE
Contrôle : A est un peu supérieure à $A_0/2 = 6{,}8$ désintégrations par minute, donc t doit être un peu inférieure à $t_{1/2} = 5{,}73\times10^{3}$ ans. C'est bien le cas.

À LA CALCULATRICE



3.5 Un corail vieux de $1{,}2\times10^{5}$ ans a-t-il pu être daté par la méthode du « carbone 14 » ? Justifier d'après le texte.

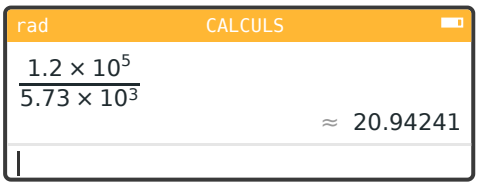
D'après le texte, au bout de 40 millénaires ($4{,}0\times10^{4}$ ans) il reste moins de 1 % du carbone 14 initial, teneur trop faible pour être mesurée avec précision.

Or l'âge du corail, $1{,}2\times10^{5}$ ans, soit 120 millénaires, est trois fois plus grand : il n'y reste pratiquement plus de carbone 14.

Non : ce corail est trop ancien pour être daté au carbone 14 (limite d'environ 40 000 ans).

COMPRENDRE
$1{,}2\times10^{5}$ ans représentent environ 21 demi-vies : il reste $\dfrac{1}{2^{21}}$ des noyaux, soit moins d'un millionième. L'activité est indétectable.

À LA CALCULATRICE



4.1 Quel pourcentage de noyaux de « potassium 40 » reste-t-il dans une roche au bout de 4 fois le temps de demi-vie ?

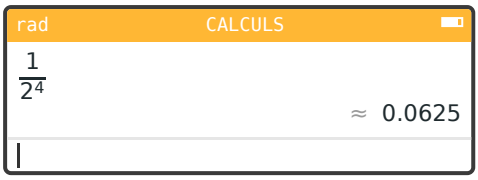
À chaque demi-vie, le nombre de noyaux restants est divisé par 2.
Après 4 demi-vies :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

Il reste 6,25 % des noyaux de potassium 40, soit environ 6 %.

MÉTHODE
Après n demi-vies, il reste $\dfrac{N_0}{2^n}$ noyaux : 50 %, 25 %, 12,5 %, 6,25 %… Ce raisonnement évite de passer par λ et l'exponentielle.

À LA CALCULATRICE



4.2 La teneur résiduelle minimale pour dater au « potassium 40 » est de 1 % de la teneur initiale. En comparant l'âge de la Terre à la demi-vie du « potassium 40 », dire si cette méthode permet de mesurer l'âge de la Terre.

Données utiles âge de la Terre : $4{,}5 \times 10^9$ ans ; $t_{1/2} = 1{,}3 \times 10^9$ ans

$\dfrac{4{,}5 \times 10^9}{1{,}3 \times 10^9} = 3{,}5$: l'âge de la Terre vaut environ 3,5 demi-vies du potassium 40, soit moins de 4 demi-vies.

D'après 4.1, il reste donc plus de 6,25 % des noyaux initiaux. Plus précisément :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^{3{,}5}} = 0{,}091 \quad \text{soit } 9{,}1\ \%$$

Cette teneur est supérieure au seuil de 1 %.

Oui : il reste environ 9 % du potassium 40 initial ($> 1\ \%$), la méthode permet de mesurer l'âge de la Terre.

COMPRENDRE

Un radioélément convient pour des âges allant jusqu'à quelques demi-vies : le carbone 14 ($5{,}73 \times 10^3$ ans) pour l'archéologie, le potassium 40 ($1{,}3 \times 10^9$ ans) pour la géologie.

À LA CALCULATRICE

