Corrigé complet — Bac S 2007 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Stockage de l'énergie solaire** Charge d'un condensateur à courant constant · Décharge d'un circuit RC · Constante de temps · Énergie d'un condensateur · Électrolyse de l'eau · Pile à combustible et quantité d'électricité	6,5 pts	1 h 18	17 questions	p. 2
Ex 2	**Un conservateur alimentaire** Couple acide-base · Solubilité et solution saturée · Taux d'avancement final · Titrage pH-métrique · Équivalence · Modélisation d'une courbe	4 pts	52 min	12 questions	p. 8
Ex 3	**Science et sport** Énergie potentielle de pesanteur · Conservation de l'énergie mécanique · Poussée d'Archimède · Deuxième loi de Newton · Frottement fluide et vitesse limite · Méthode d'Euler	5,5 pts	1 h 05	12 questions	p. 12

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Stockage de l'énergie solaire

Bac S 2007 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Nommer les deux régimes observables sur le graphe $u_C = f(t)$ de la figure 2.

De $t = 0$ à $t \approx 0{,}82$ s, la tension u_C augmente : c'est le **régime transitoire**.

Ensuite, u_C garde la valeur constante $U_{max} = 2{,}25$ V : c'est le **régime permanent**.

Régime transitoire (tension croissante), puis régime permanent (tension constante).

1.1.2 Donner l'expression de u_C en fonction de C et de la charge q du condensateur.

$$u_C = \frac{q}{C}$$

COMPRENDRE
q est la charge de l'armature vers laquelle pointe la flèche de u_C (figure 1). Avec q en coulombs et C en farads, u_C est en volts.

1.1.3 Exprimer la charge q en fonction de I et de t pendant la charge à courant constant, puis en déduire que $u_C = \dfrac{I\,t}{C}$.

L'intensité est le débit de charge : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Ici $i = I$ est constante, donc $q(t) = I\,t + q(0)$.

Le condensateur est déchargé à $t = 0$: $q(0) = 0$, d'où $q = I\,t$.

En remplaçant dans $u_C = \dfrac{q}{C}$ (1.1.2) :

$q = I\,t$ donc $u_C = \dfrac{I\,t}{C}$ tant que $u_C < U_{max}$.

PIÈGE
Écrire directement $q = I\,t$ sans dire que la charge initiale est nulle : la constante d'intégration doit être justifiée par la condition initiale.

1.1.4 Déterminer la valeur et l'unité du coefficient directeur k de la portion de droite de la figure 2, puis vérifier que la valeur de C est compatible avec les indications du constructeur.

Données utiles $I = 0{,}27$ A ; $C = 100\,000\ \mu\text{F} \pm 10\ \%$; figure 2 : la droite passe par $(0\ ;\ 0)$ et $(0{,}82\ \text{s}\ ;\ 2{,}25\ \text{V})$

La droite passe par l'origine et par le point $(0{,}82\ \text{s}\ ;\ 2{,}25\ \text{V})$:

$$k = \frac{\Delta u_C}{\Delta t} = \frac{2{,}25 - 0}{0{,}82 - 0} = 2{,}7\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$$

D'après 1.1.3, $u_C = \dfrac{I}{C}\,t$: par identification $k = \dfrac{I}{C}$, donc

$$C = \frac{I}{k} = \frac{0{,}27}{2{,}7} = 0{,}10\ \text{F}$$

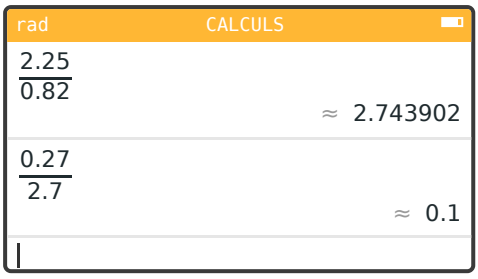
Le constructeur annonce $C = 0{,}100$ F à 10 % près, soit $0{,}090\ \text{F} \leqslant C \leqslant 0{,}110\ \text{F}$.

$k = 2{,}7\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$ et $C = 0{,}10$ F : valeur compatible avec l'indication du constructeur.

PIÈGE
Oublier l'unité de k : c'est une tension divisée par une durée, donc des $\text{V}\cdot\text{s}^{-1}$. Ne pas laisser non plus C en microfarads dans la comparaison.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : la date $0{,}82$ s lue sur le graphe et l'intensité $0{,}27$ A n'en ont que deux.

À LA CALCULATRICE



1.1.5 Calculer l'énergie électrique stockée dans le condensateur lorsque la charge est terminée.

Données utiles $C = 0{,}10$ F (1.1.4) ; $U_{max} = 2{,}25$ V

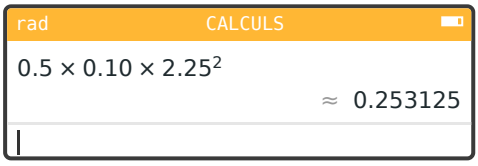
En fin de charge, $u_C = U_{max}$:

$$E = \frac{1}{2} C U_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}10 \times 2{,}25^2$$

$$\boxed{E = 0{,}25 \text{ J}}$$

PIÈGE
Oublier le carré de la tension ou le facteur $\frac{1}{2}$.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 En respectant les conventions de la figure 3, établir l'expression de i en fonction de u_C.

Sur la figure 3, le courant i est orienté vers l'armature qui porte la charge q : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

Or $q = C\,u_C$ avec C constante, donc :

$$\boxed{i = C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}}$$

COMPRENDRE
Le signe dépend du schéma. Si la flèche de i s'éloignait de l'armature portant q, on aurait $i = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Il faut toujours regarder l'orientation avant d'écrire la relation.

1.2.2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_C lors de la décharge s'écrit $u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

On note u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique, fléchée en convention récepteur (flèche opposée au sens de i).

Loi des mailles, interrupteur fermé : $u_C + u_R = 0$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$, et $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (1.2.1). Donc $u_C + R\,C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

$$\boxed{u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0}$$

MÉTHODE
Équation différentielle d'un circuit RC : 1) flécher les tensions ; 2) loi des mailles ; 3) loi d'Ohm ; 4) remplacer i par $C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ pour ne garder que u_C.

1.2.3 Vérifier que $u_C = U_{max}\,e^{-t/RC}$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{du_C}{dt} = -\dfrac{U_{max}}{RC}\,e^{-t/RC}$.

On remplace dans le membre de gauche de l'équation :

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = U_{max}\,e^{-t/RC} - RC \times \frac{U_{max}}{RC}\,e^{-t/RC} = 0$$

L'égalité est vérifiée à chaque instant : $u_C = U_{max}\,e^{-t/RC}$ est bien solution.

COMPRENDRE
La fonction respecte aussi la condition initiale : à $t = 0$, elle donne $u_C = U_{max}$, la tension du condensateur à la fermeture de K'.

1.2.4 Quel est le signe de $i(t)$ lors de la décharge ? Justifier.

Pendant la décharge, u_C décroît : $\dfrac{du_C}{dt} < 0$.

Comme $i = C\dfrac{du_C}{dt}$ avec $C > 0$:

$i(t) < 0$ pendant toute la décharge.

COMPRENDRE
Un signe négatif signifie que le courant circule réellement dans le sens opposé à la flèche de la figure 3 : les charges quittent l'armature qui porte q.

1.2.5 Déterminer, en faisant apparaître la méthode sur la figure 4 de l'annexe, la constante de temps τ, puis en déduire la valeur de la résistance R.

Données utiles $U_{max} = 2{,}25$ V ; $C = 0{,}10$ F (1.1.4)

À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = U_{max}\,e^{-1} = 0{,}37\,U_{max} = 0{,}37 \times 2{,}25 = 0{,}83$ V.

On trace l'horizontale $u_C = 0{,}83$ V ; elle coupe la courbe au point d'abscisse $\tau \approx 130$ ms $= 0{,}13$ s.

Comme $\tau = RC$:

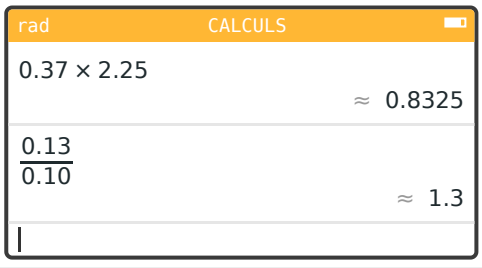
$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}13}{0{,}10} = 1{,}3\ \Omega$$

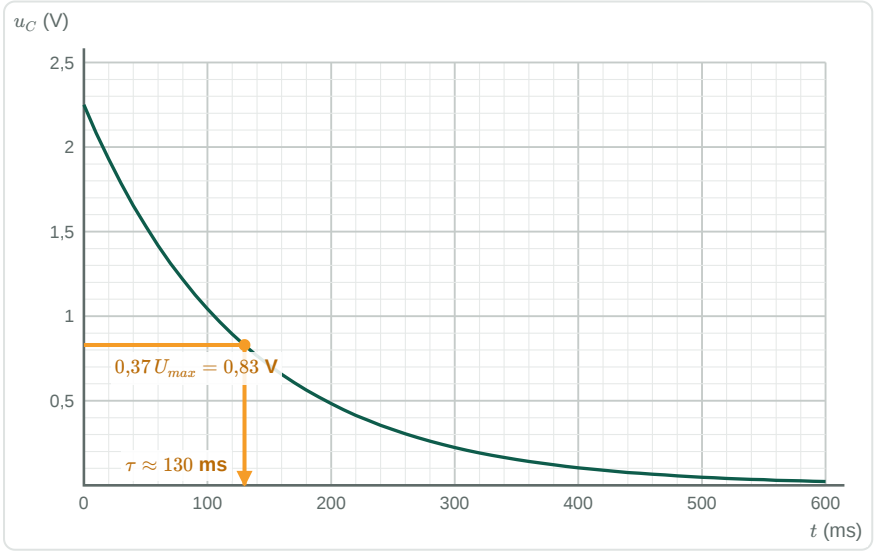
$\tau \approx 0{,}13$ s et $R = 1{,}3\ \Omega$

PIÈGE
Laisser τ en millisecondes dans le calcul de R : on obtiendrait $1\,300\ \Omega$.

MÉTHODE
Autre tracé accepté : la tangente à la courbe à $t = 0$ coupe l'axe des abscisses à $t = \tau$. La lecture à 37 % de la valeur initiale est en général plus précise.

À LA CALCULATRICE



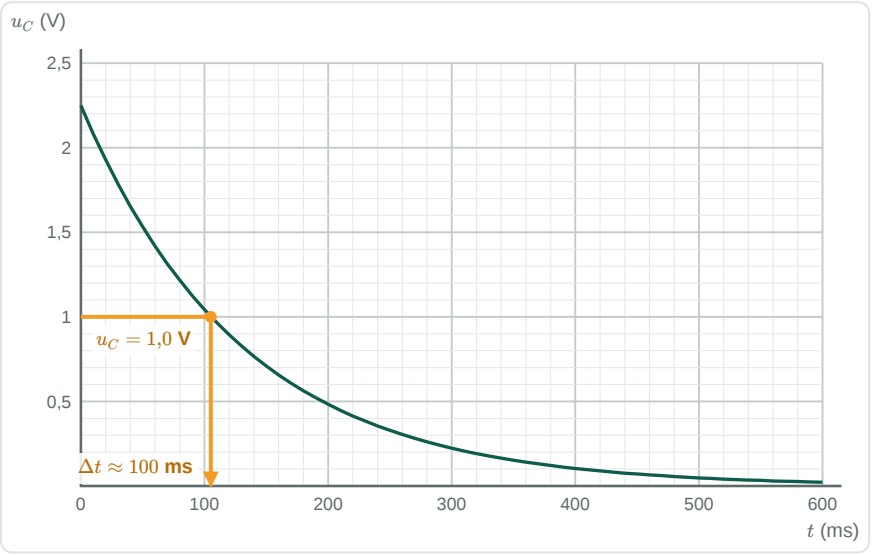


1.2.5 · Figure 4 de l'annexe : lecture de τ à $0{,}37\,U_{max}$

1.2.6 Déterminer, à l'aide de la figure 4, la durée Δt pendant laquelle la lampe éclaire suffisamment ($u_C > 1{,}0$ V). Conclure sur l'utilisation de ce condensateur pour un éclairage la nuit.

On trace l'horizontale $u_C = 1{,}0$ V ; elle coupe la courbe au point d'abscisse $t \approx 100$ ms. Avant cette date, $u_C > 1{,}0$ V.

$\Delta t \approx 1{,}0 \times 10^2$ ms $= 0{,}10$ s : la lampe n'éclaire correctement qu'un dixième de seconde, ce condensateur ne convient pas pour un éclairage nocturne.



1.2.6 · Figure 4 de l'annexe : date à laquelle u_C passe sous 1,0 V

COMPRENDRE
Le calcul confirme la lecture : $u_C = 1{,}0$ V pour $t = \tau \ln \frac{U_{max}}{1{,}0} \approx 0{,}105$ s. Le condensateur ne stocke que $0{,}25$ J (1.1.5), bien trop peu pour une nuit.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.13 \times \ln\left(\frac{2.25}{1.0}\right)$

$\approx$ 0.1054209

2.1.1 L'électrolyse de l'eau est-elle une transformation spontanée ? Justifier.

L'électrolyse ne se produit que si un générateur (ici la cellule photovoltaïque) impose le passage du courant et fournit de l'énergie électrique au système. Sans lui, l'eau ne se décompose pas ; c'est la réaction inverse, entre H_2 et O_2, qui est spontanée (celle de la pile).

Non : cette transformation n'est pas spontanée, elle est **forcée**.

2.1.2 Écrire les deux équations d'oxydoréduction correspondant aux transformations ayant lieu aux électrodes.

Données utiles couples $O_2\,(g)$ / $H_2O\,(l)$ et $H^+\,(aq)$ / $H_2\,(g)$; bilan : $2\,H_2O\,(l) = 2\,H_2\,(g) + O_2\,(g)$

L'eau est le réactif : elle est oxydée en dioxygène, tandis que les ions H^+ sont réduits en dihydrogène.

Oxydation : $2\,H_2O\,(l) = O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^-$

Réduction : $2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = H_2\,(g)$

$2\,H_2O\,(l) = O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^-$ et $2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = H_2\,(g)$

MÉTHODE
Vérification : la première équation ajoutée à deux fois la seconde (4 électrons échangés) redonne le bilan $2\,H_2O = 2\,H_2 + O_2$ après simplification des ions H^+.

2.1.3 Quel type de réaction a lieu à l'électrode reliée à la borne négative de la cellule photovoltaïque ? Nommer cette électrode.

La borne négative du générateur envoie des électrons vers l'électrode à laquelle elle est reliée. Ces électrons y sont consommés : $2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = H_2\,(g)$. Un gain d'électrons est une réduction.

Il s'y produit une **réduction** : cette électrode est la **cathode** (le dihydrogène s'y dégage).

PIÈGE
Associer « cathode » à un signe. La cathode est toujours le siège de la réduction : elle est reliée à la borne $-$ dans un électrolyseur, mais c'est la borne $+$ d'une pile.

2.2.1 Indiquer sur la figure 5 de l'annexe les bornes positive et négative de la pile, ainsi que la nature et le sens de circulation des porteurs de charge hors de la pile.

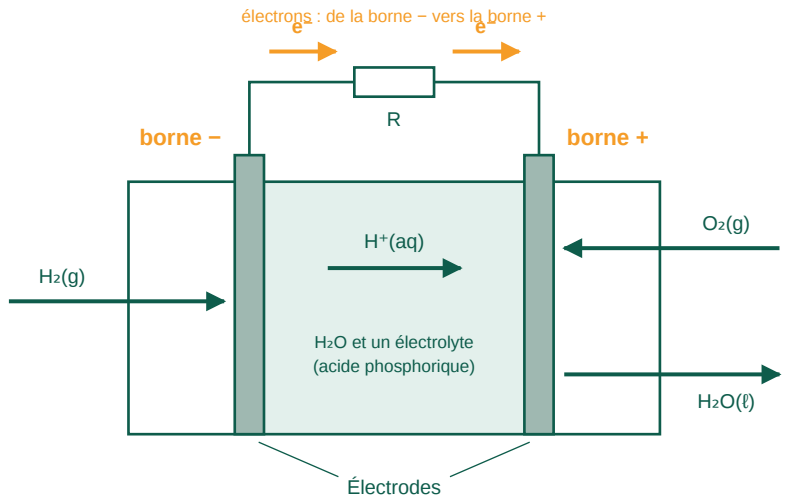
À l'électrode alimentée en dihydrogène : $H_2\,(g) = 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-$ (oxydation). Elle libère des électrons vers le circuit : c'est la borne négative.

À l'électrode alimentée en dioxygène : $O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^- = 2\,H_2O\,(l)$ (réduction). Elle capte des électrons : c'est la borne positive.

Hors de la pile, les porteurs de charge sont les électrons.

Borne $-$: électrode côté H_2 ; borne $+$: électrode côté O_2 ; les électrons vont, par le fil et le conducteur ohmique, de la borne $-$ vers la borne $+$.

COMPRENDRE
Le courant, par convention, circule en sens inverse des électrons : il sort par la borne $+$. Dans l'électrolyte, les ions H^+ migrent vers l'électrode où ils sont consommés, ce que montre la flèche de la figure.



2.2.1 · Figure 5 de l'annexe complétée (en orange)

2.2.2 Exprimer la quantité d'électrons $n(e^-)$ échangée lors de la « combustion » de la quantité $n(H_2)$ de dihydrogène, puis en déduire la quantité d'électricité Q échangée.

Données utiles $n(H_2) = 6{,}0 \times 10^{-2}$ mol ; $F = 9{,}65 \times 10^4$ C · mol^{-1}

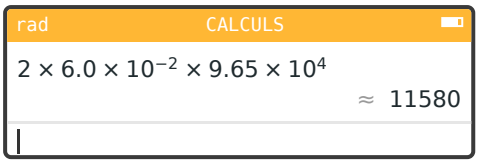
D'après $H_2\,(g) = 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-$, chaque mole de dihydrogène consommée libère deux moles d'électrons : $n(e^-) = 2\,n(H_2)$.

$$Q = n(e^-)\,F = 2\,n(H_2)\,F = 2 \times 6{,}0 \times 10^{-2} \times 9{,}65 \times 10^4$$

$n(e^-) = 2\,n(H_2) = 0{,}12$ mol et $Q = 1{,}2 \times 10^4$ C

PIÈGE
Lire le coefficient 2 de H_2 dans l'équation de la pile et croire qu'il donne le nombre d'électrons : c'est la demi-équation qui relie $n(e^-)$ à $n(H_2)$.

À LA CALCULATRICE



2.2.3 Déterminer la durée de fonctionnement de la pile pour une intensité constante de 0,70 A, puis commenter en la comparant à la durée obtenue en 1.2.6.

Données utiles $I = 0{,}70$ A ; $Q = 2\,n(\mathrm{H_2})\,F$ (2.2.2) ; $\Delta t = 0{,}10$ s pour le condensateur (1.2.6)

À intensité constante, $Q = I\,\Delta t'$, donc

$$\Delta t' = \frac{Q}{I} = \frac{2\,n(\mathrm{H_2})\,F}{I} = \frac{2 \times 6{,}0 \times 10^{-2} \times 9{,}65 \times 10^{4}}{0{,}70} = 1{,}7 \times 10^{4}\ \text{s}$$

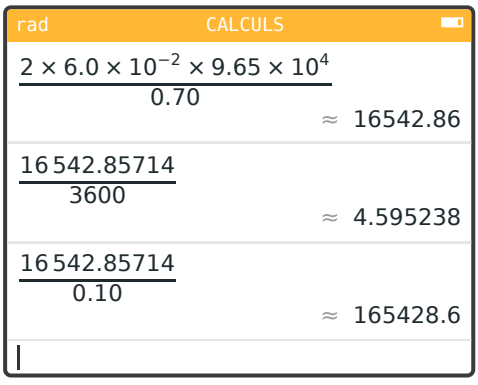
soit environ $4{,}6$ h. Le condensateur n'alimentait la lampe que $0{,}10$ s : la pile tient environ $1{,}7 \times 10^{5}$ fois plus longtemps.

$\Delta t' = 1{,}7 \times 10^{4}$ s $\approx 4{,}6$ h : le stockage sous forme de dihydrogène permet un éclairage de plusieurs heures la nuit, contrairement au condensateur.

COMPRENDRE

Les données sont cohérentes : une lampe traversée par $0{,}70$ A sous $1{,}0$ V a une résistance voisine de $1{,}4\ \Omega$, proche de la valeur $R = 1{,}3\ \Omega$ trouvée en 1.2.5.

À LA CALCULATRICE



Un conservateur alimentaire

Bac S 2007 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Écrire l'équation de la réaction entre l'acide benzoïque et l'eau.

L'acide benzoïque cède un ion H^+ à l'eau, base du couple H_3O^+/H_2O :

$$C_6H_5CO_2H\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons C_6H_5CO_2^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

PIÈGE
Ne pas confondre avec l'équation de dissolution du solide donnée par l'énoncé : ici l'acide est déjà dissous, noté (aq), et il réagit avec l'eau en formant H_3O^+.

1.2 Déterminer la concentration molaire apportée c dans un litre de solution saturée à 24 °C, puis la solubilité s en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles $m = 3{,}26$ g dissous au maximum dans $V = 1{,}00$ L ; $M = 122\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Quantité de matière dissoute : $n = \dfrac{m}{M}$, donc

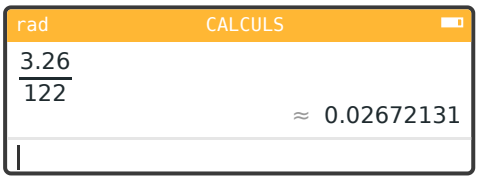
$$c = \frac{n}{V} = \frac{m}{M\,V} = \frac{3{,}26}{122 \times 1{,}00} = 2{,}67 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La solubilité est la quantité de matière maximale dissoute par litre de solution : dans une solution saturée, elle est égale à la concentration apportée.

$$s = c = 2{,}67 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m et M. La concentration « apportée » compte tout l'acide dissous, qu'il soit resté sous forme acide ou devenu ion benzoate.

À LA CALCULATRICE



1.3 Déterminer l'avancement maximal de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau dans 20,0 mL de solution saturée.

Données utiles $s = 2{,}67 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (1.2) ; $V_0 = 20{,}0$ mL

Quantité initiale d'acide : $n_0 = s\,V_0$. Au cours de la transformation, il reste $n_0 - x$ d'acide ; l'eau, solvant, est en excès.

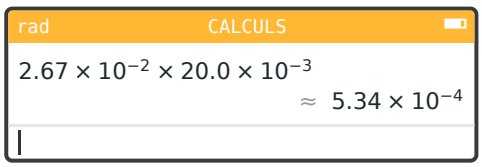
Si la transformation était totale, l'acide serait entièrement consommé : $n_0 - x_{max} = 0$.

$$x_{max} = s\,V_0 = 2{,}67 \times 10^{-2} \times 20{,}0 \times 10^{-3}$$

$$x_{max} = 5{,}34 \times 10^{-4}\ \text{mol}$$

PIÈGE
Le volume doit être converti en litres : $20{,}0\ \text{mL} = 20{,}0 \times 10^{-3}\ \text{L}$.

À LA CALCULATRICE



1.4 Le pH de la solution vaut 2,9. Déterminer l'avancement final puis le taux d'avancement final. La transformation est-elle totale ?

Données utiles $\mathrm{pH} = 2{,}9$; $V_0 = 20{,}0$ mL ; $x_{max} = 5{,}34 \times 10^{-4}$ mol (1.3)

D'après l'équation, il se forme autant d'ions H_3O^+ que l'avancement : $n(H_3O^+)_f = x_f$. Or $[H_3O^+]_f = 10^{-\mathrm{pH}}$, donc

$$x_f = 10^{-\mathrm{pH}} \times V_0 = 10^{-2{,}9} \times 20{,}0 \times 10^{-3} = 2{,}5 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Taux d'avancement final :

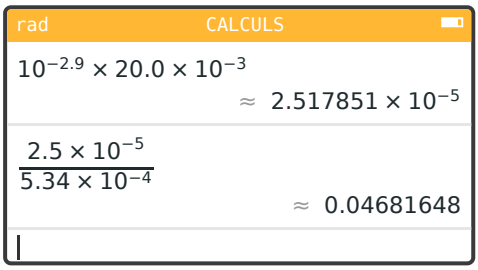
$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{2{,}5 \times 10^{-5}}{5{,}34 \times 10^{-4}} = 4{,}7 \times 10^{-2}$$

$x_f = 2{,}5 \times 10^{-5}$ mol ; $\tau \approx 4{,}7$ %, très inférieur à 100 % : la transformation n'est **pas totale**, elle est très limitée.

COMPRENDRE
Le pH n'est donné qu'au dixième : x_f et τ ne méritent pas plus de deux chiffres significatifs.

MÉTHODE
Le volume se simplifie : $\tau = \frac{10^{-\mathrm{pH}}}{s}$. Le taux d'avancement se calcule aussi directement avec les concentrations.

À LA CALCULATRICE



1.5 Choisir, en justifiant, la conclusion adaptée : (a) la concentration en ion benzoate est sensiblement égale à celle de l'acide benzoïque ; (b) la concentration en acide benzoïque à l'équilibre est sensiblement égale à la concentration apportée.

Données utiles $\tau = 4{,}7 \times 10^{-2}$ (1.4) ; $c = 2{,}67 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} (1.2)

À l'équilibre : $[C_6H_5CO_2^-]_{éq} = \frac{x_f}{V_0} = \tau\, c$ et $[C_6H_5CO_2H]_{éq} = \frac{n_0 - x_f}{V_0} = c\,(1-\tau)$.

Avec $\tau = 4{,}7$ % : $[C_6H_5CO_2H]_{éq} \approx 0{,}95\, c$, alors que $[C_6H_5CO_2^-]_{éq} \approx 0{,}05\, c$, soit environ vingt fois moins.

Conclusion **(b)** : environ 95 % de l'acide apporté reste sous forme $C_6H_5CO_2H$, donc $[C_6H_5CO_2H]_{éq} \approx c$.

COMPRENDRE
C'est le cas de tout acide faible peu dissocié : comme τ est petit, on peut confondre la concentration de l'acide à l'équilibre avec la concentration apportée.

2.1 Écrire l'équation de la réaction modélisant la transformation ayant lieu lors du titrage de l'acide benzoïque.

L'acide benzoïque réagit avec les ions hydroxyde apportés par la solution d'hydroxyde de sodium :

$$C_6H_5CO_2H\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow C_6H_5CO_2^-\,(aq) + H_2O\,(l)$$

PIÈGE
Les ions Na^+ sont spectateurs : ils n'apparaissent pas dans l'équation. Une réaction support de titrage est totale, d'où la flèche simple.

2.2 Définir l'équivalence du titrage.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction de titrage : l'acide benzoïque et les ions HO^- versés sont tous deux entièrement consommés. C'est le moment où le réactif limitant change.

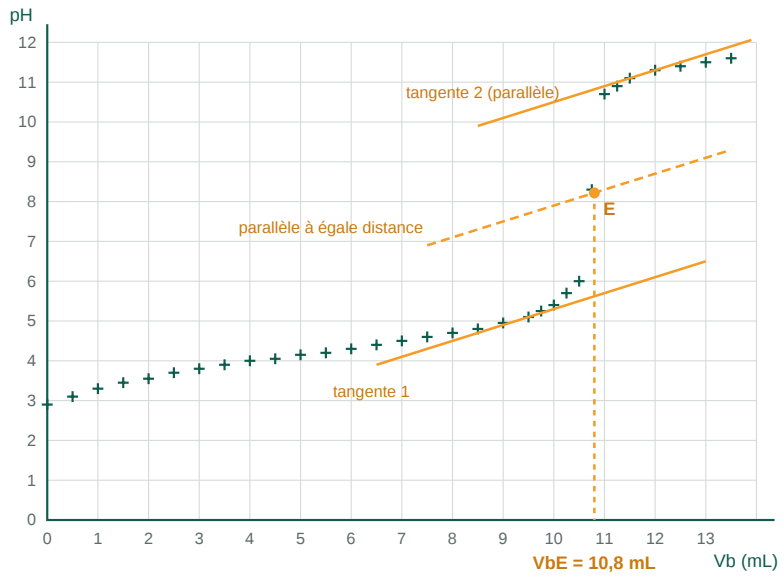
COMPRENDRE
Avant l'équivalence, le réactif limitant est HO^- (réactif titrant) ; après, c'est l'acide benzoïque (réactif titré), qui a disparu.

2.3 Déterminer par une méthode graphique, à faire apparaître sur la figure 9 de l'annexe, le volume V_{bE} de solution d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence.

Méthode des tangentes parallèles : on trace deux tangentes à la courbe, parallèles entre elles, de part et d'autre du saut de pH, puis la droite parallèle située à égale distance des deux. Elle coupe la courbe au point d'équivalence E, dont on lit l'abscisse.

$V_{bE} = 10{,}8$ mL

MÉTHODE
Le saut de pH est presque vertical : quelle que soit l'inclinaison choisie pour les tangentes, le point E tombe entre les deux mesures qui encadrent le saut, vers 10,8 mL.



2.3 · Figure 9 de l'annexe complétée : méthode des tangentes parallèles

2.4 Calculer la concentration molaire c d'acide benzoïque dissous dans la solution. En déduire la solubilité de l'acide benzoïque à 24 °C.

Données utiles $c_b = 5{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $V_p = 20{,}0$ mL ; $V_{bE} = 10{,}8$ mL (2.3)

À l'équivalence, la quantité d'ions HO^- versée est égale à la quantité d'acide initialement présente dans le prélèvement : $c\,V_p = c_b\,V_{bE}$.

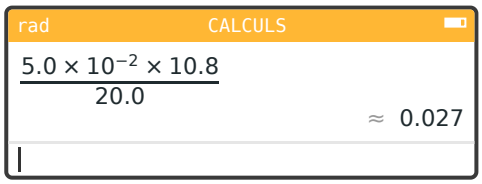
$$c = \frac{c_b\,V_{bE}}{V_p} = \frac{5{,}0 \times 10^{-2} \times 10{,}8}{20{,}0} = 2{,}7 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La solution titrée est saturée, donc sa concentration est la solubilité.

$s = c = 2{,}7 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1}, en accord avec la valeur de la question 1.2.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, comme c_b. Les deux volumes peuvent rester en mL puisque leurs unités se simplifient dans le rapport.

À LA CALCULATRICE



2.5 En déduire la masse maximale d'acide benzoïque que l'on peut dissoudre dans 100 mL de solution à 24 °C. La comparer à la masse introduite et expliquer l'expression « solution saturée ».

Données utiles $s = 2{,}7 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} (2.4) ; $M = 122$ g · mol^{-1} ; $V = 100$ mL ; masse introduite : 0,55 g

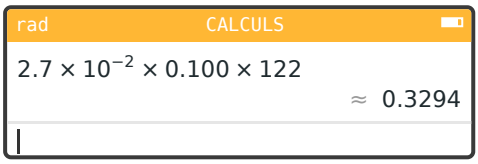
$$m_{max} = s\,V\,M = 2{,}7 \times 10^{-2} \times 0{,}100 \times 122 = 0{,}33 \text{ g}$$

La masse introduite, 0,55 g, est supérieure à m_{max} : tout l'acide ne peut pas se dissoudre à 24 °C. Il reste environ $0{,}55 - 0{,}33 = 0{,}22$ g de solide au fond du bécher.

$m_{max} = 0{,}33 \text{ g} < 0{,}55 \text{ g}$: la solution contient le maximum d'acide dissous et du solide subsiste, elle est **saturée**.

COMPRENDRE
C'est pourquoi le protocole prélève la solution « surnageante » : le liquide limpide au-dessus du solide, sans cristaux, qui fausserait le titrage en se dissolvant au fur et à mesure.

À LA CALCULATRICE



3.1 Parmi les quatre équations proposées, une seule peut modéliser la courbe de la figure 10. Choisir l'expression correcte et justifier.

La courbe de la figure 10 croît et n'est pas une droite (a, $b > 0$).

- (1) $s = aT + b$ est affine, représentée par une droite : exclue ;
- (2) et (4) : e^{-aT} et $\dfrac{a}{T}$ diminuent quand T augmente : exclues ;
- (3) : quand T augmente, $-\dfrac{a}{T}$ augmente, donc $s = b\,e^{-a/T}$ augmente.

Seule l'expression **(3)** $s = b\,e^{-a/T}$ convient.

MÉTHODE
Pour départager des modèles, comparer d'abord le sens de variation, puis la forme (droite ou courbe). L'exponentielle est croissante : e^u varie dans le même sens que u.

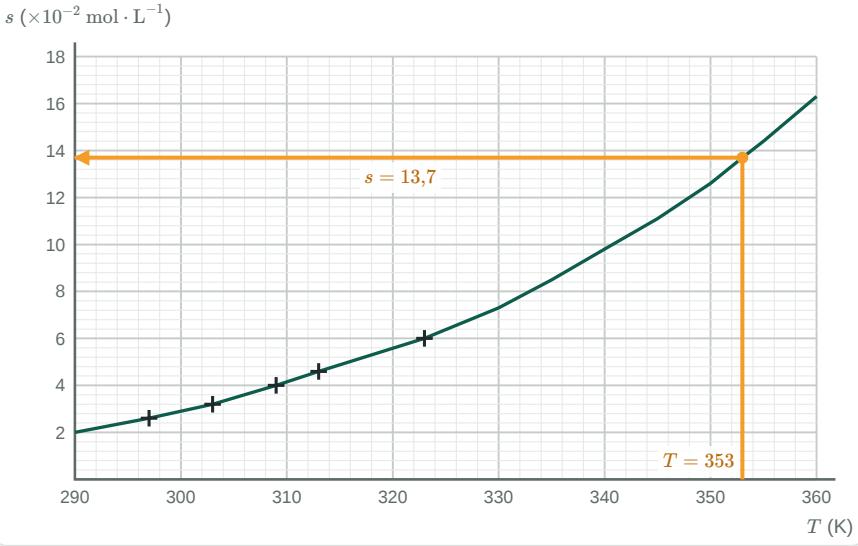
3.2 À l'aide de la figure 10, déterminer la solubilité s de l'acide benzoïque à une température de 80 °C.

$T = 80 + 273 = 353$ K ; sur la figure 10, la courbe a pour ordonnée environ 13,7 à cette abscisse.

$s \approx 1{,}4 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} à 80 °C (lecture : $13{,}7 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1})

PIÈGE
L'axe des abscisses est en kelvins : chercher 80 sur l'axe n'a pas de sens. L'axe des ordonnées est gradué en 10^{-2} mol · L^{-1}, facteur à ne pas oublier.

COMPRENDRE
Les mesures s'arrêtent à 50 °C (323 K) : au-delà, la courbe est le prolongement du modèle. La solubilité est environ cinq fois plus grande qu'à 24 °C, ce qui rend possible la recristallisation.



3.2 · Figure 10 du sujet, avec la lecture à $T = 353$ K

Science et sport

Bac S 2007 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

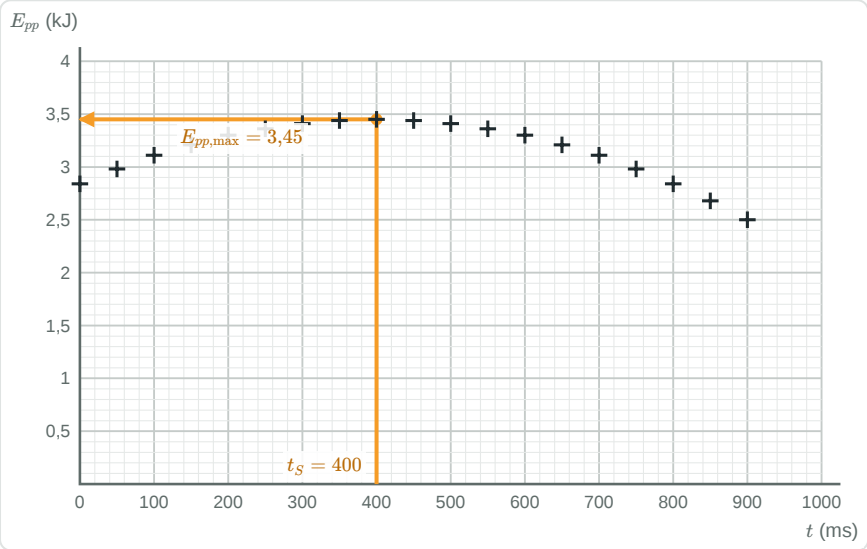
1.1 À l'aide de la figure 7, déterminer l'altitude y_S du centre d'inertie G à la date t_S où l'énergie potentielle de pesanteur est maximale.

Données utiles $m = 70{,}0$ kg ; $g = 9{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $E_{pp} = m\,g\,y$

Sur la figure 7, le maximum est atteint à $t_S \approx 400$ ms et vaut $E_{pp,\max} \approx 3{,}45$ kJ $= 3{,}45 \times 10^3$ J.

Comme $E_{pp,\max} = m\,g\,y_S$: $\quad y_S = \dfrac{E_{pp,\max}}{m\,g} = \dfrac{3{,}45 \times 10^3}{70{,}0 \times 9{,}80}$

$$y_S \approx 5{,}0\ \text{m}$$

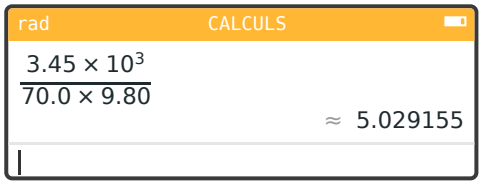


1.1 · Figure 7 du sujet, avec la lecture du maximum

PIÈGE
L'axe vertical est gradué en kJ : il faut convertir en joules avant de diviser par $m\,g$, sinon on trouve une altitude mille fois trop petite.

COMPRENDRE
La lecture graphique est fiable à $0{,}05$ kJ près : deux chiffres significatifs suffisent pour y_S. De façon générale, le résultat garde autant de chiffres que la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 Donner l'expression de l'énergie mécanique du système {plongeur en interaction avec la Terre} en fonction de m, g, y et v.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 + m\,g\,y$$

1.2.2 Dire, en justifiant, comment cette énergie évolue au cours du temps.

L'action de l'air étant négligée, le plongeur n'est soumis qu'à son poids, qui est une force conservative. Aucune force non conservative ne travaille.

L'énergie mécanique se conserve : $E_m = \text{constante}$ pendant tout le saut.

COMPRENDRE
Pendant la montée, l'énergie cinétique diminue et l'énergie potentielle augmente d'autant ; c'est l'inverse pendant la descente. Seule leur somme reste fixe.

1.2.3 À la date t_1 où les mains touchent l'eau, exprimer, en justifiant, l'énergie cinétique du plongeur en fonction de v_0, m, g, y_0 et y_1, puis la calculer.

Données utiles $v_0 = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $y_0 = 4{,}0$ m ; $y_1 = 1{,}0$ m ; $m = 70{,}0$ kg ; $g = 9{,}80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

L'énergie mécanique a la même valeur au départ du saut et à la date t_1 (1.2.2) :

$$\frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,y_0 = E_c(t_1) + m\,g\,y_1$$

donc $E_c(t_1) = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,(y_0 - y_1)$

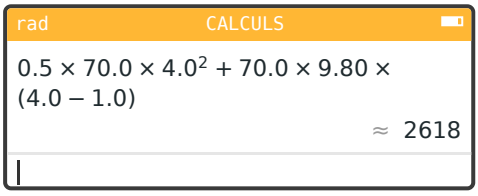
$$E_c(t_1) = \frac{1}{2}\times 70{,}0\times 4{,}0^2 + 70{,}0\times 9{,}80\times(4{,}0-1{,}0) = 2\,618\ \text{J}$$

$$\boxed{E_c(t_1) = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,(y_0 - y_1) \approx 2{,}6\times 10^3\ \text{J}}$$

PIÈGE
À t_1 le centre d'inertie est encore à $1{,}0$ m au-dessus de l'eau : l'énergie potentielle n'est pas nulle. La hauteur de chute de G est $y_0 - y_1 = 3{,}0$ m, pas $4{,}0$ m.

MÉTHODE
Conservation de l'énergie : écrire E_m en deux positions, l'une où tout est connu, l'autre où figure l'inconnue, puis isoler cette inconnue avant de passer aux nombres.

À LA CALCULATRICE



1.2.4 En déduire l'expression de la vitesse v_1 à la date t_1 et calculer sa valeur.

Données utiles $E_c(t_1) = 2\,618$ J (1.2.3) ; $m = 70{,}0$ kg

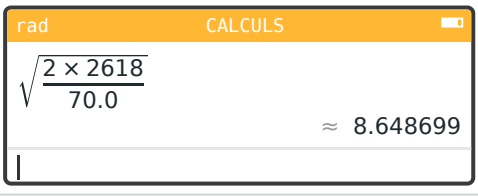
$E_c(t_1) = \frac{1}{2}\,m\,v_1^2$ donc $v_1 = \sqrt{\dfrac{2\,E_c(t_1)}{m}} = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,(y_0 - y_1)}$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\times 2\,618}{70{,}0}}$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2\,E_c(t_1)}{m}} \approx 8{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

COMPRENDRE
L'expression littérale montre que v_1 ne dépend ni de la masse du plongeur ni de la direction de $\vec{v}_0$: seules comptent la vitesse initiale et la hauteur de chute.

À LA CALCULATRICE



2.1 Au moment où il amorce sa remontée, les mains du plongeur ont-elles atteint le fond du bassin ? Justifier.

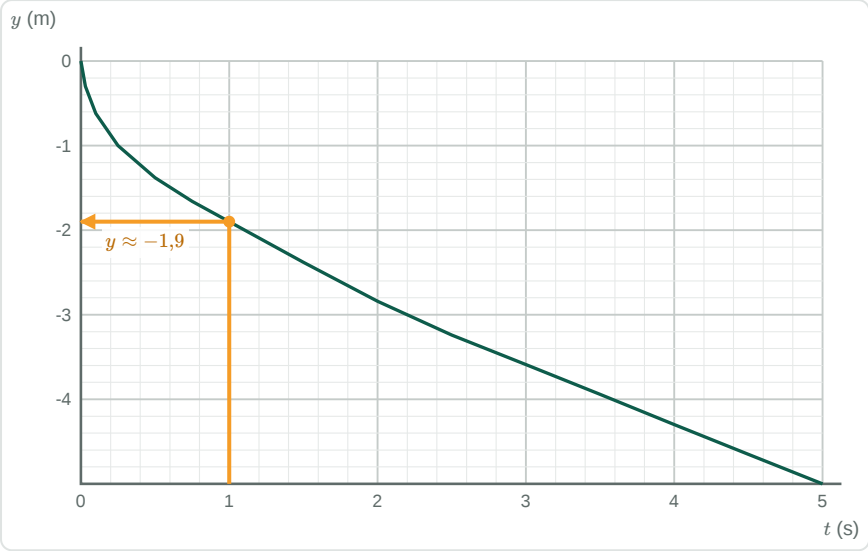
Données utiles remontée amorcée à $t = 1{,}0$ s ; mains à $1{,}0$ m de G ; profondeur du bassin : $5{,}0$ m

Sur la figure 8, à $t = 1{,}0$ s, on lit $y \approx -1{,}9$ m : le centre d'inertie est à environ $1{,}9$ m sous la surface.

Les mains tendues sont $1{,}0$ m plus bas, soit à environ $1{,}9 + 1{,}0 = 2{,}9$ m de profondeur.

$2{,}9\ \text{m} < 5{,}0\ \text{m}$: les mains n'ont pas atteint le fond quand le plongeur amorce sa remontée.

PIÈGE
La courbe donne la position de G, pas celle des mains. Il faut ajouter $1{,}0$ m à la profondeur lue avant de comparer à celle du bassin.



2.1 · Figure 8 du sujet, avec la lecture à $t = 1{,}0$ s

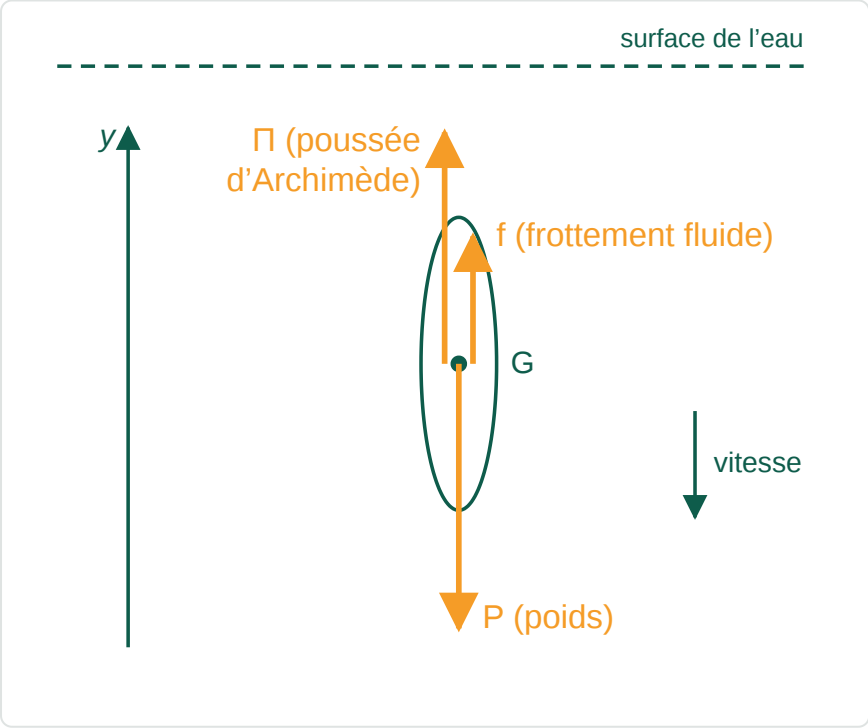
2.2.1 Nommer les forces qui s'exercent sur le plongeur dans l'eau et les représenter, sans souci d'échelle, en son centre d'inertie G.

Le plongeur, qui descend, est soumis à trois forces, toutes verticales :

- son poids $\vec{P}$, vers le bas, de valeur $P = m\,g$;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, vers le haut, de valeur $\Pi = \rho\,V\,g$;
- la force de frottement fluide $\vec{f}$, opposée à la vitesse donc vers le haut, de valeur $f = k\,v^2$.

Trois forces : poids $\vec{P}$ (vers le bas), poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ et frottement fluide $\vec{f}$ (vers le haut).

PIÈGE
Le frottement n'est pas « vers le haut » par nature : il s'oppose à la vitesse. C'est parce que le plongeur descend que $\vec{f}$ est ici dirigée vers le haut.



2.2.1 · Forces appliquées en G pendant la descente (les deux forces vers le haut sont dessinées côte à côte pour rester lisibles)

2.2.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que $\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} - \dfrac{k}{m}v_y^2 + g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right) = 0$.

Système {plongeur}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

En projection sur l'axe (Oy) orienté vers le haut, avec $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$ et $v^2 = v_y^2$:

$$-m\,g + \rho V\,g + k\,v_y^2 = m\,\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$$

On divise par m : $\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \dfrac{k}{m}v_y^2 - g + \dfrac{\rho V}{m}g$, puis on regroupe dans le membre de gauche :

$\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} - \dfrac{k}{m}v_y^2 + g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right) = 0$: c'est l'équation attendue.

PIÈGE
Le signe de chaque projection se décide sur le schéma : $-m\,g$ pour le poids, mais $+\rho V g$ et $+k\,v_y^2$ pour les deux forces dirigées vers le haut. Écrire $-k\,v_y^2$ change l'équation.

COMPRENDRE
v_y est négative (le plongeur descend), mais v_y^2 est positif : le terme $+k\,v_y^2$ donne bien une force vers le haut sans qu'on ait à écrire de valeur absolue.

2.2.3 En déduire, en justifiant, l'expression de la valeur v_p de la vitesse en régime permanent.

En régime permanent, la vitesse ne varie plus : $\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = 0$ et $v_y^2 = v_p^2$.

L'équation différentielle devient $-\dfrac{k}{m}v_p^2 + g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right) = 0$, soit $v_p^2 = \dfrac{m\,g}{k}\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right)$.

$$v_p = \sqrt{\frac{m\,g}{k}\left(1 - \frac{\rho V}{m}\right)} = \sqrt{\frac{g\,(m - \rho V)}{k}}$$

COMPRENDRE
En régime permanent les forces se compensent : $P = \Pi + f$. On retrouve la même expression en écrivant directement $m\,g = \rho V g + k\,v_p^2$.

2.2.4 Calculer v_p.

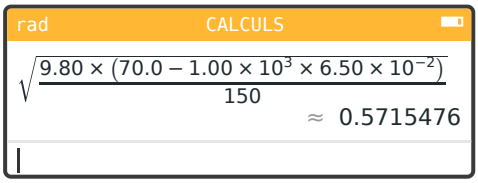
Données utiles $\rho = 1{,}00 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $V = 6{,}50 \times 10^{-2}\ \mathrm{m^3}$; $k = 150\ \mathrm{kg \cdot m^{-1}}$; $m = 70{,}0\ \mathrm{kg}$; $g = 9{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$$v_p = \sqrt{\frac{g\,(m - \rho V)}{k}} = \sqrt{\frac{9{,}80 \times (70{,}0 - 1{,}00 \times 10^3 \times 6{,}50 \times 10^{-2})}{150}} = \sqrt{\frac{9{,}80 \times 5{,}0}{150}}$$

$v_p \approx 0{,}57\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

COMPRENDRE
La différence $m - \rho V = 70{,}0 - 65{,}0 = 5{,}0$ kg n'a plus que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Le plongeur est à peine plus dense que l'eau, d'où une vitesse limite faible.

À LA CALCULATRICE



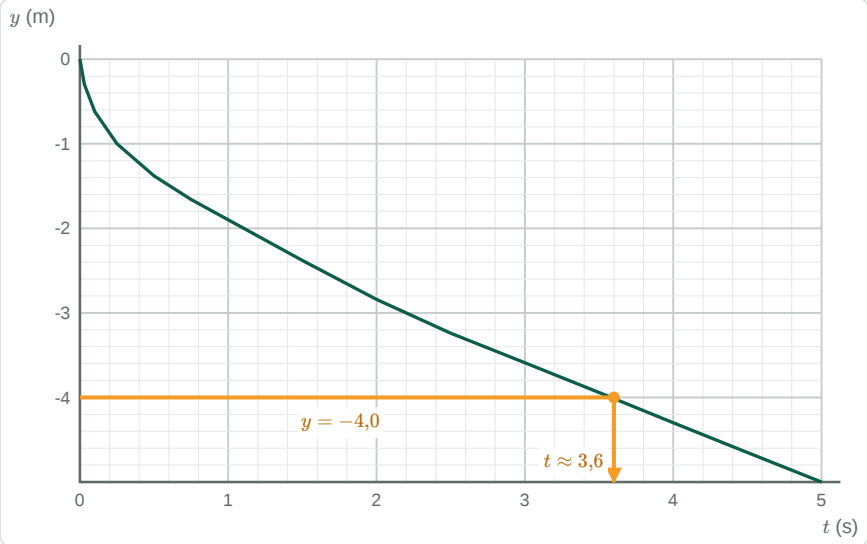
2.2.5 En exploitant la figure 8, dire si le plongeur a atteint le régime permanent avant que ses mains ne touchent le fond.

Données utiles $v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$; mains à $1{,}0$ m de G ; profondeur du bassin : $5{,}0$ m

Les mains touchent le fond quand G est à $1{,}0$ m au-dessus de lui, soit $y = -5{,}0 + 1{,}0 = -4{,}0$ m. Sur la figure 8, cela correspond à $t \approx 3{,}6$ s.

v_y est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $y(t)$. La courbe, d'abord très pentue, s'incurve puis devient pratiquement une droite à partir de $t \approx 3$ s : v_y est alors constante.

Oui : le régime permanent est atteint vers $t \approx 3$ s, avant que les mains ne touchent le fond ($t \approx 3{,}6$ s).



2.2.5 · Figure 8 du sujet : date à laquelle les mains toucheraient le fond

COMPRENDRE

La pente de la partie rectiligne vaut environ $0{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, un peu plus que $v_p = 0{,}57\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$: la simulation tracée ne correspond pas exactement aux valeurs numériques données. Cela ne change pas la conclusion.

MÉTHODE

Sur un graphe de position, une vitesse constante se reconnaît à une portion rectiligne ; sur un graphe de vitesse, à un palier horizontal.

2.3 À l'aide des relations (1) et (2) de la méthode d'Euler, compléter le tableau 1 de l'annexe.

Données utiles $v_y(t_n) = -2{,}21\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $a_y(t_n) = 9{,}75\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\Delta t = 1{,}20 \times 10^{-2}$ s ; relation (2) : $a_y = 2{,}14\, v_y^2 - 0{,}700$

Relation (1) : $v_y(t_{n+1}) = v_y(t_n) + a_y(t_n)\,\Delta t = -2{,}21 + 9{,}75 \times 1{,}20 \times 10^{-2} = -2{,}09\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Relation (2) : $a_y(t_{n+1}) = 2{,}14 \times v_y^2(t_{n+1}) - 0{,}700 = 2{,}14 \times (-2{,}09)^2 - 0{,}700 = 8{,}65\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$v_y(t_{n+1}) = -2{,}09\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $a_y(t_{n+1}) = 8{,}65\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Dates en s	v_y en m·s⁻¹	a_y en m·s⁻²
$t_n = 1{,}44 \times 10^{-1}$	− 2,21	9,75
$t_{n+1} = 1{,}56 \times 10^{-1}$	**− 2,09**	**8,65**
$t_{n+2} = 1{,}68 \times 10^{-1}$	− 1,99	7,77

2.3 · Tableau 1 de l'annexe complété

PIÈGE
Le calcul de $v_y(t_{n+1})$ utilise l'accélération de la ligne précédente, $a_y(t_n)$, et non celle de la même ligne. Attention aussi au signe : v_y est négative mais augmente.

MÉTHODE
Contrôle : reprendre la relation (1) à la ligne suivante. $-2{,}09 + 8{,}65 \times 1{,}20 \times 10^{-2} = -1{,}99\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, valeur déjà inscrite dans le tableau pour t_{n+2}.

À LA CALCULATRICE

