Stockage de l'énergie solaire

Bac S 2007 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Nommer les deux régimes observables sur le graphe $u_C = f(t)$ de la figure 2.

De $t = 0$ à $t \approx 0{,}82$ s, la tension u_C augmente : c'est le **régime transitoire**.

Ensuite, u_C garde la valeur constante $U_{max} = 2{,}25$ V : c'est le **régime permanent**.

Régime transitoire (tension croissante), puis régime permanent (tension constante).

1.1.2 Donner l'expression de u_C en fonction de C et de la charge q du condensateur.

$$u_C = \frac{q}{C}$$

COMPRENDRE

q est la charge de l'armature vers laquelle pointe la flèche de u_C (figure 1). Avec q en coulombs et C en farads, u_C est en volts.

1.1.3 Exprimer la charge q en fonction de I et de t pendant la charge à courant constant, puis en déduire que $u_C = \frac{I\,t}{C}$.

L'intensité est le débit de charge : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Ici $i = I$ est constante, donc $q(t) = I\,t + q(0)$.

Le condensateur est déchargé à $t = 0$: $q(0) = 0$, d'où $q = I\,t$.

En remplaçant dans $u_C = \frac{q}{C}$ (1.1.2) :

$q = I\,t$ donc $u_C = \frac{I\,t}{C}$ tant que $u_C < U_{max}$.

PIÈGE

Écrire directement $q = I\,t$ sans dire que la charge initiale est nulle : la constante d'intégration doit être justifiée par la condition initiale.

1.1.4 Déterminer la valeur et l'unité du coefficient directeur k de la portion de droite de la figure 2, puis vérifier que la valeur de C est compatible avec les indications du constructeur.

Données utiles $I = 0{,}27$ A ; $C = 100\,000\ \mu\text{F} \pm 10\ \%$; figure 2 : la droite passe par $(0\ ;\ 0)$ et $(0{,}82\ \text{s}\ ;\ 2{,}25\ \text{V})$

La droite passe par l'origine et par le point $(0{,}82\ \text{s}\ ;\ 2{,}25\ \text{V})$:

$$k = \frac{\Delta u_C}{\Delta t} = \frac{2{,}25 - 0}{0{,}82 - 0} = 2{,}7\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$$

D'après 1.1.3, $u_C = \frac{I}{C}\,t$: par identification $k = \frac{I}{C}$, donc

$$C = \frac{I}{k} = \frac{0{,}27}{2{,}7} = 0{,}10\ \text{F}$$

Le constructeur annonce $C = 0{,}100$ F à 10 % près, soit $0{,}090\ \text{F} \leqslant C \leqslant 0{,}110\ \text{F}$.

$k = 2{,}7\ \text{V}\cdot\text{s}^{-1}$ et $C = 0{,}10$ F : valeur compatible avec l'indication du constructeur.

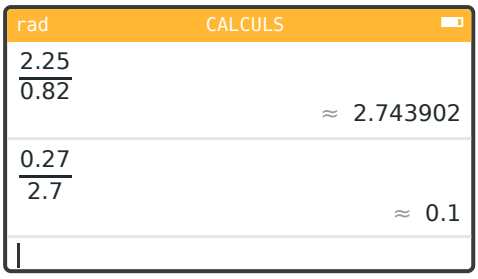
PIÈGE

Oublier l'unité de k : c'est une tension divisée par une durée, donc des $\text{V}\cdot\text{s}^{-1}$. Ne pas laisser non plus C en microfarads dans la comparaison.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs : la date $0{,}82$ s lue sur le graphe et l'intensité $0{,}27$ A n'en ont que deux.

À LA CALCULATRICE



1.1.5 Calculer l'énergie électrique stockée dans le condensateur lorsque la charge est terminée.

Données utiles $C = 0{,}10$ F (1.1.4) ; $U_{max} = 2{,}25$ V

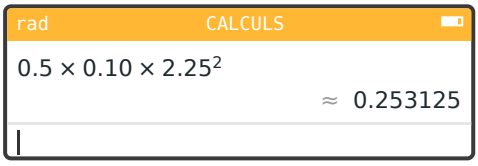
En fin de charge, $u_C = U_{max}$:

$$E = \frac{1}{2} C U_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}10 \times 2{,}25^2$$

$$\boxed{E = 0{,}25 \text{ J}}$$

PIÈGE
Oublier le carré de la tension ou le facteur $\frac{1}{2}$.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 En respectant les conventions de la figure 3, établir l'expression de i en fonction de u_C.

Sur la figure 3, le courant i est orienté vers l'armature qui porte la charge q : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

Or $q = C\,u_C$ avec C constante, donc :

$$\boxed{i = C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}}$$

COMPRENDRE
Le signe dépend du schéma. Si la flèche de i s'éloignait de l'armature portant q, on aurait $i = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Il faut toujours regarder l'orientation avant d'écrire la relation.

1.2.2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_C lors de la décharge s'écrit $u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

On note u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique, fléchée en convention récepteur (flèche opposée au sens de i).

Loi des mailles, interrupteur fermé : $u_C + u_R = 0$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$, et $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (1.2.1). Donc $u_C + R\,C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

$$\boxed{u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0}$$

MÉTHODE
Équation différentielle d'un circuit RC : 1) flécher les tensions ; 2) loi des mailles ; 3) loi d'Ohm ; 4) remplacer i par $C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ pour ne garder que u_C.

1.2.3 Vérifier que $u_C = U_{max}\,e^{-t/RC}$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

On dérive la fonction proposée : $\dfrac{du_C}{dt} = -\dfrac{U_{max}}{RC}\,e^{-t/RC}$.

On remplace dans le membre de gauche de l'équation :

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = U_{max}\,e^{-t/RC} - RC \times \frac{U_{max}}{RC}\,e^{-t/RC} = 0$$

L'égalité est vérifiée à chaque instant : $u_C = U_{max}\,e^{-t/RC}$ est bien solution.

COMPRENDRE
La fonction respecte aussi la condition initiale : à $t = 0$, elle donne $u_C = U_{max}$, la tension du condensateur à la fermeture de K'.

1.2.4 Quel est le signe de $i(t)$ lors de la décharge ? Justifier.

Pendant la décharge, u_C décroît : $\dfrac{du_C}{dt} < 0$.

Comme $i = C\dfrac{du_C}{dt}$ avec $C > 0$:

$i(t) < 0$ pendant toute la décharge.

COMPRENDRE
Un signe négatif signifie que le courant circule réellement dans le sens opposé à la flèche de la figure 3 : les charges quittent l'armature qui porte q.

1.2.5 Déterminer, en faisant apparaître la méthode sur la figure 4 de l'annexe, la constante de temps τ, puis en déduire la valeur de la résistance R.

Données utiles $U_{max} = 2{,}25$ V ; $C = 0{,}10$ F (1.1.4)

À la date $t = \tau$: $u_C(\tau) = U_{max}\,e^{-1} = 0{,}37\,U_{max} = 0{,}37 \times 2{,}25 = 0{,}83$ V.

On trace l'horizontale $u_C = 0{,}83$ V ; elle coupe la courbe au point d'abscisse $\tau \approx 130$ ms $= 0{,}13$ s.

Comme $\tau = RC$:

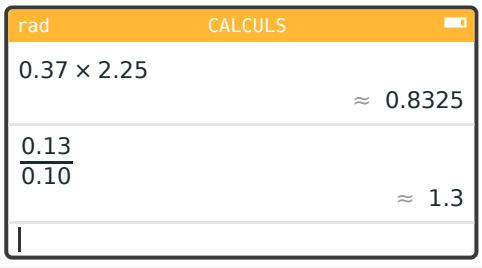
$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0{,}13}{0{,}10} = 1{,}3\ \Omega$$

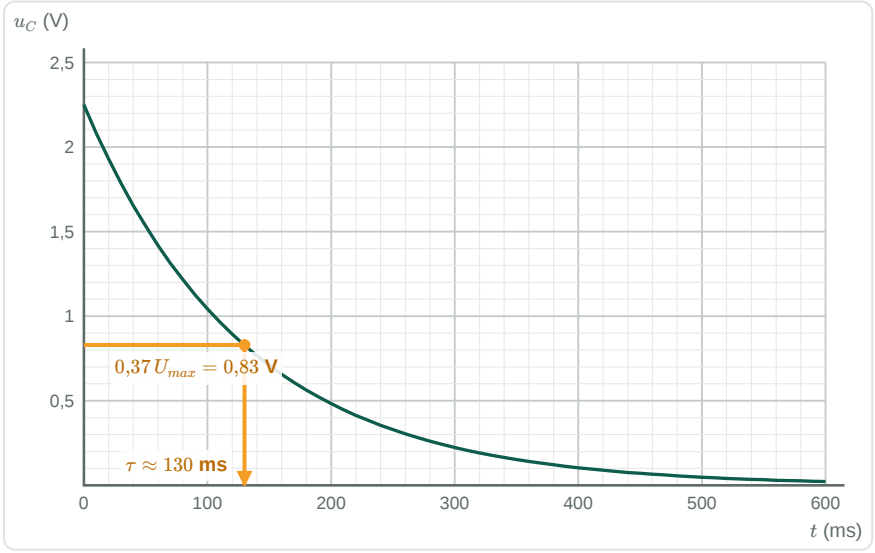
$\tau \approx 0{,}13$ s et $R = 1{,}3\ \Omega$

PIÈGE
Laisser τ en millisecondes dans le calcul de R : on obtiendrait $1\,300\ \Omega$.

MÉTHODE
Autre tracé accepté : la tangente à la courbe à $t = 0$ coupe l'axe des abscisses à $t = \tau$. La lecture à 37 % de la valeur initiale est en général plus précise.

À LA CALCULATRICE



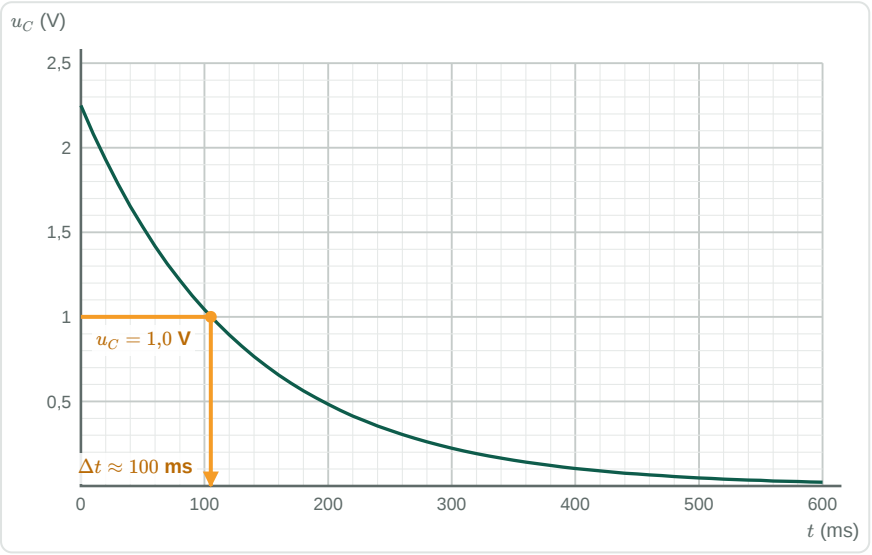


1.2.5 · Figure 4 de l'annexe : lecture de τ à $0{,}37\,U_{max}$

1.2.6 Déterminer, à l'aide de la figure 4, la durée Δt pendant laquelle la lampe éclaire suffisamment ($u_C > 1{,}0$ V). Conclure sur l'utilisation de ce condensateur pour un éclairage la nuit.

On trace l'horizontale $u_C = 1{,}0$ V ; elle coupe la courbe au point d'abscisse $t \approx 100$ ms. Avant cette date, $u_C > 1{,}0$ V.

$\Delta t \approx 1{,}0 \times 10^2$ ms $= 0{,}10$ s : la lampe n'éclaire correctement qu'un dixième de seconde, ce condensateur ne convient pas pour un éclairage nocturne.



1.2.6 · Figure 4 de l'annexe : date à laquelle u_C passe sous 1,0 V

COMPRENDRE

Le calcul confirme la lecture : $u_C = 1{,}0$ V pour $t = \tau \ln \frac{U_{max}}{1{,}0} \approx 0{,}105$ s. Le condensateur ne stocke que $0{,}25$ J (1.1.5), bien trop peu pour une nuit.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.13 \times \ln\left(\frac{2.25}{1.0}\right)$

$\approx$ 0.1054209

2.1.1 L'électrolyse de l'eau est-elle une transformation spontanée ? Justifier.

L'électrolyse ne se produit que si un générateur (ici la cellule photovoltaïque) impose le passage du courant et fournit de l'énergie électrique au système. Sans lui, l'eau ne se décompose pas ; c'est la réaction inverse, entre H_2 et O_2, qui est spontanée (celle de la pile).

Non : cette transformation n'est pas spontanée, elle est **forcée**.

2.1.2 Écrire les deux équations d'oxydoréduction correspondant aux transformations ayant lieu aux électrodes.

Données utiles couples $O_2\,(g)$ / $H_2O\,(l)$ et $H^+\,(aq)$ / $H_2\,(g)$; bilan : $2\,H_2O\,(l) = 2\,H_2\,(g) + O_2\,(g)$

L'eau est le réactif : elle est oxydée en dioxygène, tandis que les ions H^+ sont réduits en dihydrogène.

Oxydation : $2\,H_2O\,(l) = O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^-$

Réduction : $2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = H_2\,(g)$

$2\,H_2O\,(l) = O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^-$ et $2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = H_2\,(g)$

MÉTHODE

Vérification : la première équation ajoutée à deux fois la seconde (4 électrons échangés) redonne le bilan $2\,H_2O = 2\,H_2 + O_2$ après simplification des ions H^+.

2.1.3 Quel type de réaction a lieu à l'électrode reliée à la borne négative de la cellule photovoltaïque ? Nommer cette électrode.

La borne négative du générateur envoie des électrons vers l'électrode à laquelle elle est reliée. Ces électrons y sont consommés : $2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = H_2\,(g)$. Un gain d'électrons est une réduction.

Il s'y produit une **réduction** : cette électrode est la **cathode** (le dihydrogène s'y dégage).

PIÈGE
Associer « cathode » à un signe. La cathode est toujours le siège de la réduction : elle est reliée à la borne $-$ dans un électrolyseur, mais c'est la borne $+$ d'une pile.

2.2.1 Indiquer sur la figure 5 de l'annexe les bornes positive et négative de la pile, ainsi que la nature et le sens de circulation des porteurs de charge hors de la pile.

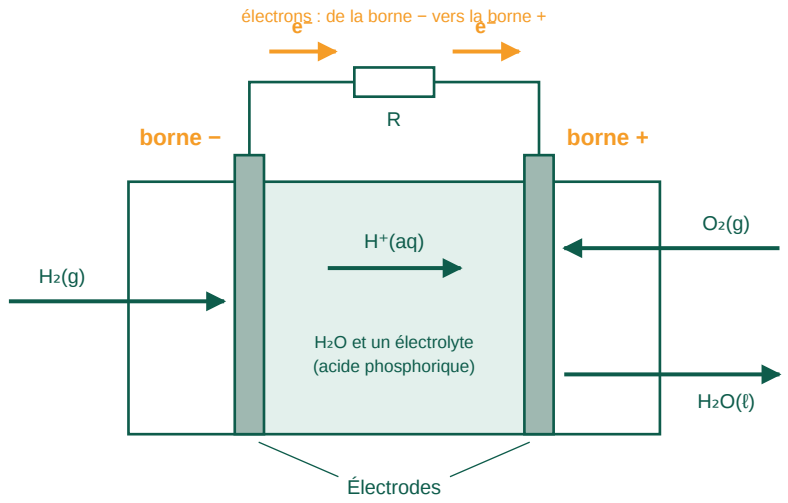
À l'électrode alimentée en dihydrogène : $H_2\,(g) = 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-$ (oxydation). Elle libère des électrons vers le circuit : c'est la borne négative.

À l'électrode alimentée en dioxygène : $O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^- = 2\,H_2O\,(l)$ (réduction). Elle capte des électrons : c'est la borne positive.

Hors de la pile, les porteurs de charge sont les électrons.

Borne $-$: électrode côté H_2 ; borne $+$: électrode côté O_2 ; les électrons vont, par le fil et le conducteur ohmique, de la borne $-$ vers la borne $+$.

COMPRENDRE
Le courant, par convention, circule en sens inverse des électrons : il sort par la borne $+$. Dans l'électrolyte, les ions H^+ migrent vers l'électrode où ils sont consommés, ce que montre la flèche de la figure.



2.2.1 · Figure 5 de l'annexe complétée (en orange)

2.2.2 Exprimer la quantité d'électrons $n(e^-)$ échangée lors de la « combustion » de la quantité $n(H_2)$ de dihydrogène, puis en déduire la quantité d'électricité Q échangée.

Données utiles $n(H_2) = 6{,}0 \times 10^{-2}$ mol ; $F = 9{,}65 \times 10^4$ C · mol^{-1}

D'après $H_2\,(g) = 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-$, chaque mole de dihydrogène consommée libère deux moles d'électrons : $n(e^-) = 2\,n(H_2)$.

$$Q = n(e^-)\,F = 2\,n(H_2)\,F = 2 \times 6{,}0 \times 10^{-2} \times 9{,}65 \times 10^4$$

$n(e^-) = 2\,n(H_2) = 0{,}12$ mol et $Q = 1{,}2 \times 10^4$ C

PIÈGE
Lire le coefficient 2 de H_2 dans l'équation de la pile et croire qu'il donne le nombre d'électrons : c'est la demi-équation qui relie $n(e^-)$ à $n(H_2)$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2 \times 6.0 \times 10^{-2} \times 9.65 \times 10^{4}$

$\approx$ 11580

2.2.3 Déterminer la durée de fonctionnement de la pile pour une intensité constante de 0,70 A, puis commenter en la comparant à la durée obtenue en 1.2.6.

Données utiles $I = 0{,}70$ A ; $Q = 2\,n(\mathrm{H_2})\,F$ (2.2.2) ; $\Delta t = 0{,}10$ s pour le condensateur (1.2.6)

À intensité constante, $Q = I\,\Delta t'$, donc

$$\Delta t' = \frac{Q}{I} = \frac{2\,n(\mathrm{H_2})\,F}{I} = \frac{2 \times 6{,}0 \times 10^{-2} \times 9{,}65 \times 10^{4}}{0{,}70} = 1{,}7 \times 10^{4}\ \text{s}$$

soit environ $4{,}6$ h. Le condensateur n'alimentait la lampe que $0{,}10$ s : la pile tient environ $1{,}7 \times 10^{5}$ fois plus longtemps.

$\Delta t' = 1{,}7 \times 10^{4}$ s $\approx 4{,}6$ h : le stockage sous forme de dihydrogène permet un éclairage de plusieurs heures la nuit, contrairement au condensateur.

COMPRENDRE

Les données sont cohérentes : une lampe traversée par $0{,}70$ A sous $1{,}0$ V a une résistance voisine de $1{,}4\ \Omega$, proche de la valeur $R = 1{,}3\ \Omega$ trouvée en 1.2.5.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{2 \times 6.0 \times 10^{-2} \times 9.65 \times 10^{4}}{0.70}$

$\approx$ 16542.86

$\dfrac{16\,542.85714}{3600}$

$\approx$ 4.595238

$\dfrac{16\,542.85714}{0.10}$

$\approx$ 165428.6