Corrigé complet — Bac S 2011 Métropole (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Chute verticale d'un boulet** Chute libre verticale · Deuxième loi de Newton · Poussée d'Archimède · Frottement fluide et vitesse limite · Analyse dimensionnelle · Exploitation de courbes	5,5 pts	1 h 05	14 questions	p. 2
Ex 2	**Détartrant à base d'acide lactique** Couple acide-base et constante d'acidité · Taux d'avancement final · Dilution · Titrage pH-métrique · Loi des gaz parfaits · Suivi cinétique et temps de demi-réaction	6,5 pts	1 h 18	21 questions	p. 8
Ex 3	**Le LMJ (Laser mégajoule)** Longueur d'onde et fréquence · Spectre électromagnétique · Énergie et puissance · Fusion nucléaire et lois de conservation · Énergie de liaison et défaut de masse · Bilan énergétique	4 pts	52 min	14 questions	p. 15
Ex 4	**Concert de violons** Hauteur et timbre d'un son · Fondamental et harmoniques · Battements · Ondes stationnaires sur une corde · Niveau d'intensité sonore · Gamme tempérée	4 pts	52 min	15 questions	p. 20

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Chute verticale d'un boulet

Bac S 2011 Métropole (ancien programme) · Exercice 1 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 Exprimer les distances x_1, x_2 et x_3 parcourues au bout des durées τ, 2τ et 3τ en fonction de g et de τ.

Données utiles $x(t) = \frac{1}{2} g\, t^2$

On remplace t par τ, puis 2τ, puis 3τ dans l'équation horaire :

$$x_1 = x(\tau) = \frac{1}{2} g\, \tau^2$$

$$x_2 = x(2\tau) = \frac{1}{2} g\, (2\tau)^2 = 2\, g\, \tau^2$$

$$x_3 = x(3\tau) = \frac{1}{2} g\, (3\tau)^2 = \frac{9}{2} g\, \tau^2$$

$$\boxed{x_1 = \frac{1}{2} g\, \tau^2 \ ; \ x_2 = 2\, g\, \tau^2 \ ; \ x_3 = \frac{9}{2} g\, \tau^2}$$

PIÈGE
Oublier la parenthèse : $(2\tau)^2 = 4\tau^2$ et non $2\tau^2$. La distance est multipliée par 4 quand la durée double.

1.1.2 Exprimer $h_1 = x_1 - x_0$ en fonction de g et de τ, puis $h_2 = x_2 - x_1$ et $h_3 = x_3 - x_2$ en fonction de h_1.

Données utiles $x_0 = 0$; x_1, x_2, x_3 (1.1.1)

$$h_1 = x_1 - x_0 = \frac{1}{2} g\, \tau^2$$

$$h_2 = x_2 - x_1 = 2\, g\, \tau^2 - \frac{1}{2} g\, \tau^2 = \frac{3}{2} g\, \tau^2 = 3\, h_1$$

$$h_3 = x_3 - x_2 = \frac{9}{2} g\, \tau^2 - 2\, g\, \tau^2 = \frac{5}{2} g\, \tau^2 = 5\, h_1$$

$$\boxed{h_1 = \frac{1}{2} g\, \tau^2 \ ; \ h_2 = 3\, h_1 \ ; \ h_3 = 5\, h_1}$$

COMPRENDRE
x_n est la distance totale depuis O ; h_n est la distance parcourue pendant le seul n-ième intervalle de durée τ.

1.1.3 Retrouve-t-on la suite des hauteurs de chute annoncée par Galilée dans l'extrait n°1 ? Justifier.

Données utiles h_1, h_2, h_3 (1.1.2)

Galilée annonce que, pendant des durées égales successives, le mobile parcourt une aune, puis trois, puis cinq.

Le calcul donne des hauteurs successives h_1, $3\, h_1$, $5\, h_1$: elles sont entre elles comme 1, 3, 5.

Oui : on retrouve la suite des nombres impairs annoncée par Galilée.

COMPRENDRE
Cas général : $h_n = \frac{1}{2} g\, \tau^2 \left[n^2 - (n-1)^2\right] = (2n-1)\, h_1$, et $2n-1$ décrit tous les nombres impairs.

1.2.1 Attribuer, parmi les propositions a), b) et c), celle qui correspond à la théorie d'Aristote et celle qui correspond à la théorie de Galilée.

Pour Aristote, la boule de cent livres touche terre bien avant celle d'une livre : le boulet le plus lourd tombe en moins de temps.

Pour Galilée, les deux boules « arrivent en même temps ».

Aristote : proposition b) ; Galilée : proposition c).

PIÈGE
Confondre a) et b). « Tomber plus vite » signifie une durée de chute plus courte : la durée diminue quand la masse augmente.

1.2.2 Calculer la durée Δt de la chute d'un boulet qui tombe d'une hauteur H. Proposer une explication à l'écart avec la valeur annoncée dans l'extrait n°2.

Données utiles $H = 57$ m ; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; durée annoncée par Galilée : 5 s

Le boulet part de $x_0 = 0$ à $t_0 = 0$ et touche le sol quand $x(\Delta t) = H$:

$H = \frac{1}{2} g\,\Delta t^2$ donc $\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \times 57}{9{,}8}} = 3{,}4\ \text{s}$$

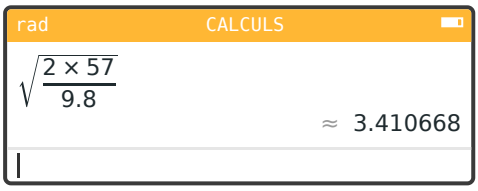
Galilée annonce cinq secondes, soit une durée nettement plus longue. Deux explications : le modèle néglige l'action de l'air, qui freine le boulet ; surtout, Galilée ne disposait pas d'un chronomètre, sa mesure d'une durée aussi brève était très imprécise.

$\Delta t = 3{,}4$ s, inférieure aux 5 s annoncées.

PIÈGE
Oublier la racine carrée, ou écrire $\Delta t = \sqrt{\frac{H}{2g}}$.
Vérifier l'ordre de grandeur : quelques secondes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme H et g. La suite de l'exercice montre que l'air n'allonge la chute que de quelques centièmes de seconde : l'écart vient donc avant tout de la mesure.

À LA CALCULATRICE

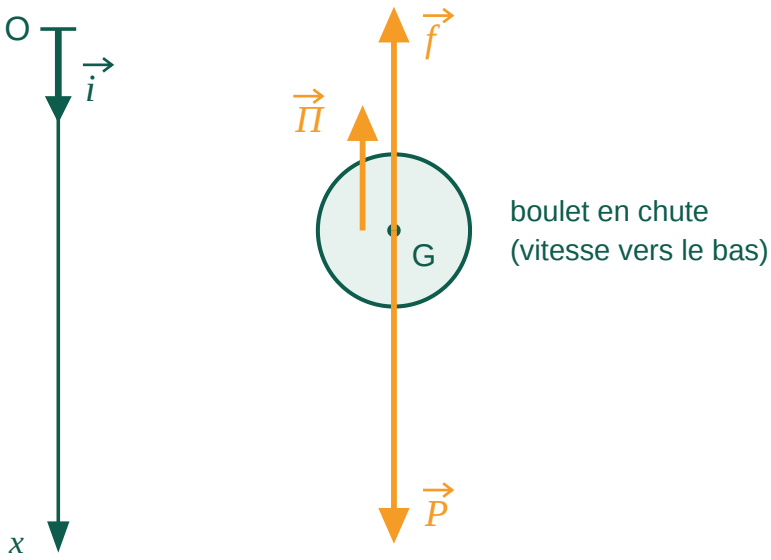


2.1 Représenter, sans souci d'échelle, les trois forces qui s'exercent sur le boulet lors de la chute.

- le poids $\vec{P}$: vertical, vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$: verticale, vers le haut ;
- la force de frottement $\vec{f}$: verticale, opposée au mouvement, donc vers le haut.

$\vec{P}$ vers le bas ; $\vec{\Pi}$ et $\vec{f}$ vers le haut (voir schéma).

PIÈGE
Dessiner $\vec{f}$ vers le bas. Le frottement s'oppose toujours au vecteur vitesse : le boulet descend, la force est vers le haut.



2.1 · Les trois forces appliquées au boulet, sans souci d'échelle ($\vec{\Pi}$ est décalée pour rester lisible)

2.2 Établir le rapport des expressions du poids et de la poussée d'Archimède et en déduire que la poussée d'Archimède est négligeable.

Données utiles $\rho_{air} = 1{,}29\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $\rho_{fer} = 7{,}87\times10^{3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Poids du boulet de volume V_S : $P = m\,g = \rho_{fer}\,V_S\,g$

Poussée d'Archimède, égale au poids de l'air déplacé : $\Pi = \rho_{air}\,V_S\,g$

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{\rho_{fer}\,V_S\,g}{\rho_{air}\,V_S\,g} = \frac{\rho_{fer}}{\rho_{air}} = \frac{7{,}87\times10^{3}}{1{,}29} = 6{,}10\times10^{3}$$

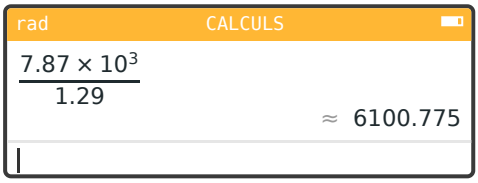
Le poids est environ 6 000 fois plus grand que la poussée d'Archimède.

$\dfrac{P}{\Pi} = \dfrac{\rho_{fer}}{\rho_{air}} = 6{,}10\times10^{3}$: Π est négligeable devant P.

COMPRENDRE
Le rapport ne dépend ni du rayon ni de la masse : la conclusion vaut pour les deux boulets.

MÉTHODE
Pour montrer qu'une force est négligeable devant une autre, former leur rapport : au-delà de 100 environ, on peut négliger la plus petite.

À LA CALCULATRICE



2.3.1 Appliquer la deuxième loi de Newton, projeter sur l'axe (Ox) vertical orienté vers le bas et déterminer l'expression de $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

Données utiles $f = \dfrac{1}{2}\pi R^2\,\rho_{air}\,C\,v^2$; Π négligeable (2.2)

Système {boulet}, de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.
Forces : $\vec{P}$ et $\vec{f}$ (la poussée d'Archimède est négligée).

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}$

Projection sur (Ox), orienté vers le bas : $P_x = +m\,g$, $f_x = -f$ et $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, donc

$$m\,g - \frac{1}{2}\pi R^2\,\rho_{air}\,C\,v^2 = m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{\pi R^2\,\rho_{air}\,C}{2\,m}\,v^2$$

PIÈGE
Se tromper de signe : l'axe est orienté vers le bas, le poids est donc compté positivement et le frottement négativement.

2.3.2 En déduire que la vitesse limite a pour expression $v_\ell = \sqrt{\dfrac{8\,\rho_{fer}\,R\,g}{3\,\rho_{air}\,C}}$.

Données utiles $V_S = \dfrac{4}{3}\pi R^3$; $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ (2.3.1)

Quand la vitesse limite est atteinte, $v = v_\ell$ est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$:

$$g = \frac{\pi R^2\,\rho_{air}\,C}{2\,m}\,v_\ell^2 \text{ soit } v_\ell^2 = \frac{2\,m\,g}{\pi R^2\,\rho_{air}\,C}$$

Or $m = \rho_{fer}\,V_S = \dfrac{4}{3}\pi R^3\,\rho_{fer}$, d'où

$$v_\ell^2 = \frac{2 \times \frac{4}{3}\pi R^3\,\rho_{fer}\,g}{\pi R^2\,\rho_{air}\,C} = \frac{8\,\rho_{fer}\,R\,g}{3\,\rho_{air}\,C}$$

La vitesse est positive :

$v_\ell = \sqrt{\dfrac{8\,\rho_{fer}\,R\,g}{3\,\rho_{air}\,C}}$, expression attendue.

MÉTHODE
Vitesse limite : écrire que la dérivée de la vitesse est nulle dans l'équation différentielle, puis isoler v_ℓ. Physiquement, le frottement compense alors exactement le poids.

2.3.3 Vérifier, par une analyse dimensionnelle, que l'expression de v_ℓ est bien homogène à une vitesse.

C et les nombres 8 et 3 sont sans dimension ; le rapport $\dfrac{\rho_{fer}}{\rho_{air}}$ de deux masses volumiques l'est aussi.

Il reste $R\,g$: R est une longueur (m) et g une accélération ($\mathrm{m \cdot s^{-2}}$), donc $R\,g$ s'exprime en $\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$.

$$[v_\ell] = \sqrt{\mathrm{L} \times \mathrm{L \cdot T^{-2}}} = \sqrt{\mathrm{L^2 \cdot T^{-2}}} = \mathrm{L \cdot T^{-1}}$$

v_ℓ s'exprime en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$: l'expression est homogène à une vitesse.

MÉTHODE
Repérer d'abord tout ce qui est sans dimension (constantes, rapports de grandeurs de même nature), puis ne traiter que les grandeurs restantes.

2.4 Exprimer le rapport $\dfrac{v_{2\ell}}{v_{1\ell}}$ en fonction des seuls rayons R_1 et R_2 et en déduire le boulet qui a la vitesse limite la plus élevée.

Données utiles $R_1 = 2{,}2$ cm ; $R_2 = 10{,}1$ cm ; v_ℓ (2.3.2)

Les deux boulets sont en fer et tombent dans l'air : ρ_{fer}, ρ_{air}, g et C sont les mêmes, ils se simplifient dans le rapport.

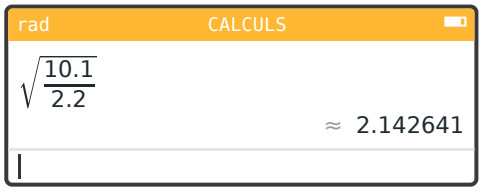
$$\frac{v_{2\ell}}{v_{1\ell}} = \sqrt{\frac{8\,\rho_{fer}\,R_2\,g}{3\,\rho_{air}\,C} \times \frac{3\,\rho_{air}\,C}{8\,\rho_{fer}\,R_1\,g}} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Comme $R_2 > R_1$, ce rapport est supérieur à 1 : $\sqrt{\dfrac{10{,}1}{2{,}2}} = 2{,}1$.

$\dfrac{v_{2\ell}}{v_{1\ell}} = \sqrt{\dfrac{R_2}{R_1}} > 1$: le boulet $\mathrm{B_2}$, le plus gros, a la vitesse limite la plus élevée.

COMPRENDRE
Dans un rapport, les rayons peuvent rester en centimètres : les unités se simplifient.

À LA CALCULATRICE



2.5.1 Expliquer l'attribution des courbes b et c aux boulets B_1 et B_2.

Données utiles figure 2 ; $v_{2\ell} > v_{1\ell}$ (2.4)

Sur la figure 2, les courbes (b) et (c) tendent chacune vers un palier : la vitesse limite. Le palier de (b), proche de $190\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, est plus haut que celui de (c), proche de $90\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Or B_2 a la vitesse limite la plus élevée (2.4).

La courbe (b) correspond à B_2 et la courbe (c) à B_1.

COMPRENDRE
Vérification : le rapport des paliers, $190 \div 90 \approx 2{,}1$, est bien celui prévu par $\sqrt{R_2/R_1}$. La courbe (a), sans palier, est la chute libre : $v = g\,t$.

2.5.2 La hauteur de chute est de 57 m. Déterminer graphiquement la date t_{sol} à laquelle le premier boulet touche le sol. S'agit-il de B_1 ou de B_2 ?

Données utiles figure 4 ; courbe (b') : B_2 ; courbe (c') : B_1

Un boulet touche le sol quand $x = 57{,}0$ m. Sur la figure 4, on trace l'horizontale $x = 57{,}0$ m.

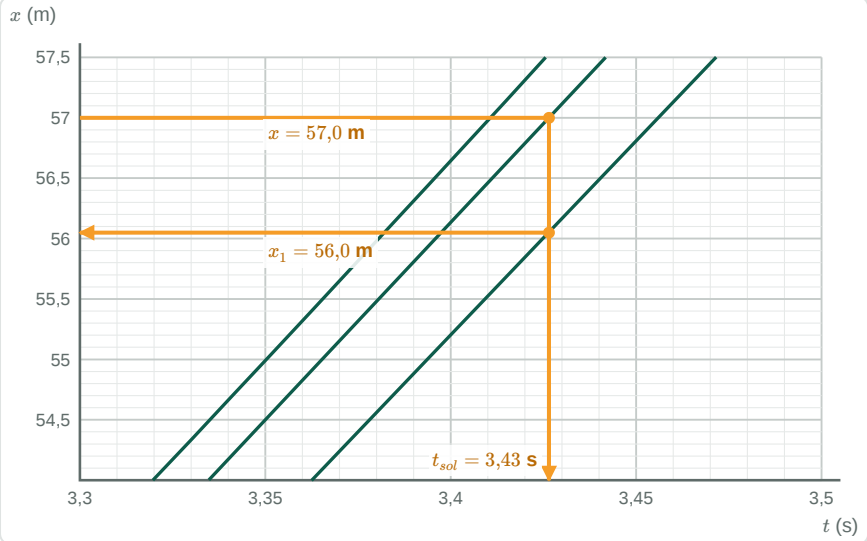
Parmi les deux chutes dans l'air, la courbe (b') atteint cette droite avant la courbe (c') : le premier boulet au sol est B_2.

L'abscisse du point d'intersection avec (b') se lit entre 3,40 s et 3,45 s, à peu près au milieu.

$t_{sol} \approx 3{,}43$ s ; le premier boulet à toucher le sol est B_2.

PIÈGE
Lire l'intersection avec la courbe (a') : c'est la chute libre, pas un boulet réel. Elle redonne d'ailleurs la durée du 1.2.2 (3,41 s avant arrondi).

MÉTHODE
Lecture précise : mesurer à la règle l'écart entre deux graduations (ici 0,05 s), puis la distance du point à la graduation précédente, et faire une proportion.



2.5.2 · Figure 4 du sujet, de gauche à droite : courbes (a'), (b'), (c'). Lecture de t_{sol} sur (b'), puis de la position de l'autre boulet sur (c')

2.5.3 À quelle distance du sol se trouve l'autre boulet à cette date ? Ce résultat est-il en accord avec l'extrait n°3 ?

Données utiles $t_{sol} \approx 3{,}43$ s (2.5.2) ; $H = 57{,}0$ m ; une coudée = 57 cm

À la date t_{sol}, on lit sur la courbe (c') la position de B_1 : $x_1 \approx 56{,}0$ m.

Distance au sol : $d = H - x_1 = 57{,}0 - 56{,}0 = 1{,}0\ \mathrm{m}$

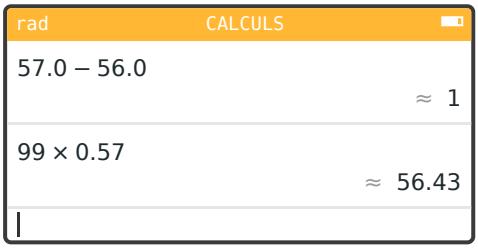
Galilée annonce un écart de « deux doigts », donc de quelques centimètres : la simulation donne un écart bien plus grand, l'accord n'est pas quantitatif. En revanche, 1,0 m reste très petit devant les 99 coudées d'Aristote ($99 \times 0{,}57 \approx 56$ m) : sur ce point, Galilée a raison.

$d \approx 1{,}0\ \mathrm{m}$: plus que les « deux doigts » de Galilée, mais sans commune mesure avec les 99 coudées d'Aristote.

COMPRENDRE

Les deux courbes sont très proches : une erreur de lecture de 0,01 s sur t_{sol} déplace x_1 d'environ 0,3 m. Le résultat est un ordre de grandeur, d'où l'intérêt du zoom.

À LA CALCULATRICE



Détartrant à base d'acide lactique

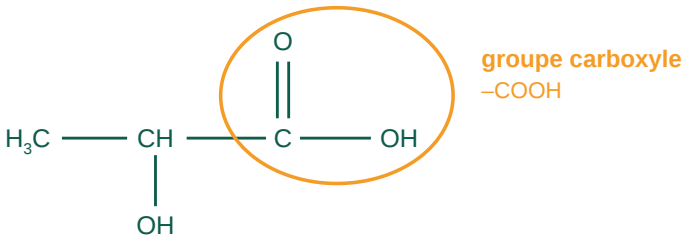
Bac S 2011 Métropole (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Recopier la formule de l'acide lactique, puis entourer et nommer le groupe caractéristique responsable de l'acidité de la molécule.

Le groupe entouré sur la formule est responsable de l'acidité : il peut céder l'ion H^+ porté par son atome d'oxygène.

Groupe **carboxyle** $-COOH$ (fonction acide carboxylique).

PIÈGE
La molécule porte deux groupes $-OH$. Celui lié au carbone central est un groupe hydroxyle (fonction alcool), qui n'est pas acide dans l'eau : il ne faut pas l'entourer.



1.1 · Formule de l'acide lactique, groupe carboxyle entouré

1.2.1 On note AH la molécule d'acide lactique. Écrire l'équation de la réaction de l'acide lactique avec l'eau.

L'acide AH cède un ion H^+ à l'eau, qui joue le rôle de base :

$$AH\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

COMPRENDRE
Le sujet de 2011 écrit les équations avec le signe « = ». Aujourd'hui, on note par une double flèche une transformation non totale ; la question 1.2.4 montre que c'est le cas ici.

1.2.2 Compléter, avec les notations de l'énoncé, le tableau descriptif de l'évolution du système (tableau A1 de l'annexe).

Données utiles concentration apportée c ; volume V de la solution

Quantité initiale d'acide : $n_i(AH) = cV$. L'eau est le solvant, elle est en excès. Chaque mole d'acide qui réagit donne une mole de A^- et une mole de H_3O^+.

État final : $n_f(AH) = cV - x_f$; $n_f(A^-) = n_f(H_3O^+) = x_f$

Équation chimique		AH(aq)	+	H_2O(l)	⇌	A^-(aq)	+	H_3O^+(aq)
État initial	$x = 0$	c·V		excès		0		0
État final	x_f	c·V – x_f		excès		x_f		x_f

1.2.2 · Tableau A1 de l'annexe complété

1.2.3 Donner l'expression de l'avancement final x_f en fonction du pH de la solution et du volume V.

D'après le tableau, $x_f = n_f(\mathrm{H_3O^+}) = [\mathrm{H_3O^+}]_f \times V$, et par définition du pH, $[\mathrm{H_3O^+}]_f = 10^{-\mathrm{pH}}$ (en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$).

$$x_f = 10^{-\mathrm{pH}} \times V$$

PIÈGE
Écrire $x_f = cV$: c'est l'avancement maximal, celui d'une transformation totale. L'avancement final réel se déduit de la mesure du pH.

1.2.4 Calculer le taux d'avancement final τ de la transformation. La transformation est-elle totale ? Justifier.

Données utiles $c = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $\mathrm{pH} = 1{,}9$; $x_f = 10^{-\mathrm{pH}} \times V$ (1.2.3)

Si la transformation était totale, l'acide serait entièrement consommé : $cV - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = cV$.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{10^{-\mathrm{pH}} \times V}{cV} = \frac{10^{-\mathrm{pH}}}{c}$$

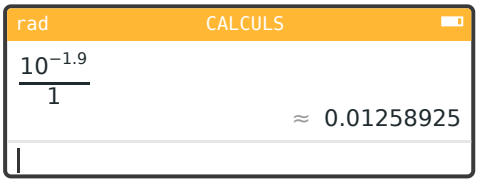
$$\tau = \frac{10^{-1{,}9}}{1} = 1{,}3 \times 10^{-2}$$

$\tau \approx 1\ \%$: τ est très inférieur à 1, la transformation n'est **pas totale** (elle est très limitée).

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : c est donnée avec un seul chiffre et le pH au dixième. Le résultat ne mérite donc pas mieux qu'un ordre de grandeur, environ 1 %.

MÉTHODE
Le volume V se simplifie : $\tau = 10^{-\mathrm{pH}}/c$ pour tout acide faible seul dans l'eau. Inutile de calculer x_f et x_{max} séparément.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Donner l'expression de la constante d'acidité K_A du couple acide lactique / ion lactate.

$$K_A = \frac{[\mathrm{A^-}]_f \times [\mathrm{H_3O^+}]_f}{[\mathrm{AH}]_f}$$

COMPRENDRE
L'eau, solvant, ne figure pas dans l'expression. Les concentrations sont celles de l'état final (équilibre), exprimées en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; K_A est sans unité.

1.3.2 À partir de l'expression de K_A, calculer le rapport $\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f}$.

Données utiles $K_A = 1{,}3 \times 10^{-4}$; $\mathrm{pH} = 1{,}9$

On isole le rapport dans l'expression de K_A, avec $[\mathrm{H_3O^+}]_f = 10^{-\mathrm{pH}}$:

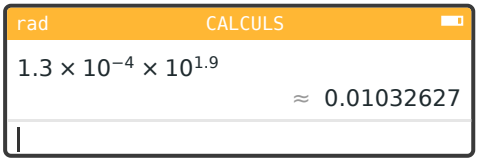
$$\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = \frac{K_A}{[\mathrm{H_3O^+}]_f} = \frac{K_A}{10^{-\mathrm{pH}}} = K_A \times 10^{\mathrm{pH}}$$

$$\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = 1{,}3 \times 10^{-4} \times 10^{1{,}9}$$

$$\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = 1{,}0 \times 10^{-2}$$

COMPRENDRE
Ce rapport est du même ordre que τ (1.2.4) : environ une molécule d'acide sur cent est dissociée. Le léger écart entre les deux valeurs vient de la précision limitée du pH.

À LA CALCULATRICE



1.3.3 En déduire l'espèce qui prédomine dans la solution de détartrant.

Données utiles $\dfrac{[\mathrm{A}^-]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = 1{,}0 \times 10^{-2}$ (1.3.2)

Le rapport est inférieur à 1, donc $[\mathrm{A}^-]_f < [\mathrm{AH}]_f$: l'acide est environ cent fois plus concentré que sa base conjuguée.

L'espèce prédominante est l'**acide lactique AH**.

MÉTHODE
Autre justification : $\mathrm{p}K_A = -\log K_A \approx 3{,}9$. Comme $\mathrm{pH} = 1{,}9 < \mathrm{p}K_A$, la forme acide du couple prédomine.

2.1 Choisir le lot de verrerie permettant de réaliser la dilution au dixième le plus précisément. Justifier l'élimination des trois autres lots.

Diluer 10 fois : la quantité de soluté se conserve, $c \times V_{\text{mère}} = c_d \times V_{\text{fille}}$ avec $c_d = \dfrac{c}{10}$, donc $V_{\text{fille}} = 10 \times V_{\text{mère}}$. Une dilution précise exige une pipette jaugée pour le prélèvement et une fiole jaugée pour la solution fille.

- Lot A : éliminé, ni le bécher ni l'éprouvette ne sont de la verrerie jaugée.
- Lot B : éliminé, 10,0 mL dans 1,000 L donne une dilution au centième.
- Lot D : éliminé, l'éprouvette graduée prélève de façon trop peu précise.

Lot C : pipette jaugée de 10,0 mL et fiole jaugée de 100,0 mL (facteur $\dfrac{100{,}0}{10{,}0} = 10$).

PIÈGE
Le lot B ne contient que de la verrerie jaugée : il faut calculer son facteur de dilution (100) pour l'écarter. Vérifier la précision du matériel ne suffit pas.

2.2.1 Écrire l'équation de la réaction support du titrage (on note AH la molécule d'acide lactique).

L'acide AH réagit avec la base HO^- ; les ions Na^+ sont spectateurs.

$$\mathrm{AH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

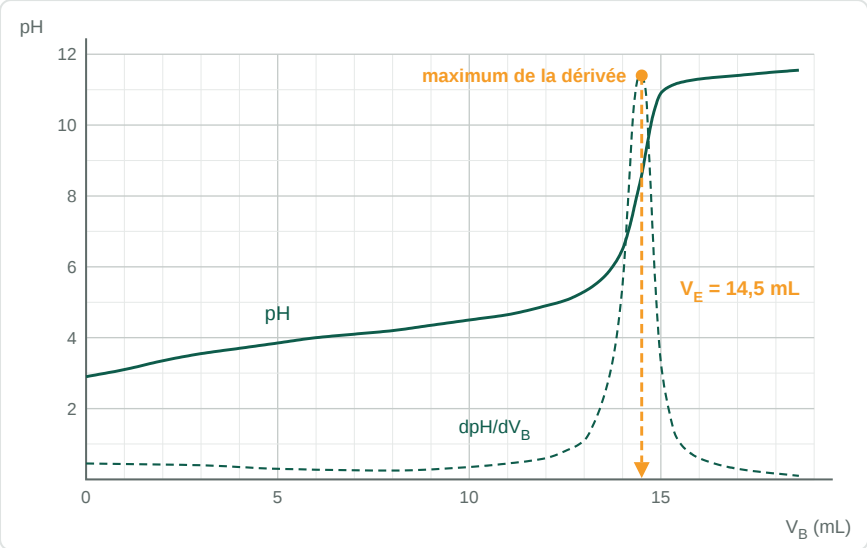
COMPRENDRE
Une réaction support de titrage doit être totale et rapide : on l'écrit avec une flèche simple.

2.2.2 Déterminer graphiquement, sur la figure A2 de l'annexe, le volume V_E de solution d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence.

À l'équivalence, le pH varie le plus brutalement : la courbe dérivée $\dfrac{\mathrm{d\,pH}}{\mathrm{d}V_B}$ passe par un maximum. On repère l'abscisse du sommet du pic.

$V_E = 14{,}5\ \mathrm{mL}$

MÉTHODE
Quand la courbe dérivée est fournie, elle donne V_E plus sûrement que la méthode des tangentes parallèles. Une lecture entre 14,4 et 14,6 mL est acceptable.



2.2.2 · Figure A2 de l'annexe : repérage du volume à l'équivalence

2.2.3 En précisant la démarche suivie, calculer la concentration c_d en acide lactique dans la solution diluée.

Données utiles $V_A = 5{,}0\ \text{mL}$; $c_B = 0{,}20\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_E = 14{,}5\ \text{mL}$ (2.2.2)

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation du titrage (une mole de HO^- pour une mole de AH) :

$$n_i(\text{AH}) = n_E(\text{HO}^-) \quad \text{soit} \quad c_d \times V_A = c_B \times V_E$$

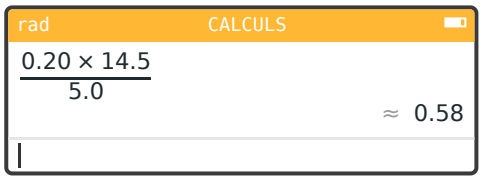
$$c_d = \frac{c_B \times V_E}{V_A} = \frac{0{,}20 \times 14{,}5}{5{,}0}$$

$$\boxed{c_d = 0{,}58\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

COMPRENDRE

Les deux volumes peuvent rester en mL, car seul leur rapport intervient. Deux chiffres significatifs, comme c_B et V_A.

À LA CALCULATRICE



2.2.4 En déduire la valeur de la concentration c en acide lactique dans le détartrant.

Données utiles $c_d = 0{,}58\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.2.3) ; dilution au dixième

Le détartrant a été dilué 10 fois avant le titrage : $c = 10 \times c_d = 10 \times 0{,}58$

$$\boxed{c = 5{,}8\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

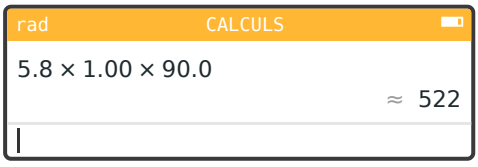
2.2.5 Calculer la masse d'acide lactique présente dans 1,00 L de détartrant.

Données utiles $c = 5{,}8\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.2.4) ; $M = 90{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $V_0 = 1{,}00\ \text{L}$

$$m_{\text{acide}} = n \times M = c \times V_0 \times M = 5{,}8 \times 1{,}00 \times 90{,}0 = 522\ \text{g}$$

$$\boxed{m_{\text{acide}} = 5{,}2 \times 10^2\ \text{g}}$$

À LA CALCULATRICE



2.2.6 Montrer que le pourcentage massique d'acide lactique présent dans le détartrant est cohérent avec l'indication de l'étiquette.

Données utiles $\rho = 1{,}13\ \text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$; $m_{\text{acide}} = 522\ \text{g}$ dans 1,00 L (2.2.5) ; étiquette : 45 % en masse

Masse de 1,00 L de détartrant : $m_{\text{sol}} = \rho \times V_0 = 1{,}13 \times 1{,}00 = 1{,}13\ \text{kg} = 1{,}13 \times 10^3\ \text{g}$.

$$w = \frac{m_{\text{acide}}}{m_{\text{sol}}} = \frac{522}{1{,}13 \times 10^3} = 0{,}46$$

Pourcentage massique : 46 %, très proche des 45 % annoncés (écart relatif d'environ 3 %) : le résultat est cohérent avec l'étiquette.

PIÈGE
Diviser 522 g par 1,13 kg sans convertir : les deux masses doivent être dans la même unité avant de former le rapport.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{522}{1.13 \times 10^3}$ ≈ 0.4619469

$\frac{46.2 - 45}{45}$ ≈ 0.02666667

3.1 En considérant le dioxyde de carbone comme un gaz parfait, donner l'expression de l'avancement x en fonction de la pression $P(\text{CO}_2)$ et du volume V_g.

D'après l'énoncé, $x = n(\text{CO}_2)$. La loi des gaz parfaits appliquée au dioxyde de carbone s'écrit $P(\text{CO}_2) \times V_g = n(\text{CO}_2) \times R \times T$, d'où :

$$x = \frac{P(\text{CO}_2) \times V_g}{R \times T}$$

3.2 Calculer la valeur de l'avancement à l'état final.

Données utiles $P_f(\text{CO}_2) = 155\ \text{hPa}$ (tableau) ; $V_g = 310\ \text{mL}$; $R = 8{,}314\ \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $T = 298\ \text{K}$

À partir de 330 s, la pression ne varie plus : l'état final est atteint, avec $P_f(\text{CO}_2) = 155\ \text{hPa} = 155 \times 10^2\ \text{Pa}$. Par ailleurs $V_g = 310\ \text{mL} = 310 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$.

$$x_f = \frac{P_f(\text{CO}_2) \times V_g}{R \times T} = \frac{155 \times 10^2 \times 310 \times 10^{-6}}{8{,}314 \times 298}$$

$$x_f = 1{,}94 \times 10^{-3}\ \text{mol} = 1{,}94\ \text{mmol}$$

PIÈGE
Deux conversions sont indispensables : $1\ \text{hPa} = 10^2\ \text{Pa}$ et $1\ \text{mL} = 10^{-6}\ \text{m}^3$. En oublier une fausse le résultat d'un facteur 100 ou 10^6.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{155 \times 10^2 \times 310 \times 10^{-6}}{8.314 \times 298}$ ≈ 0.001939399

3.3 Vérifier que cette valeur est en accord avec la figure A3 de l'annexe.

Données utiles $x_f = 1{,}94$ mmol (3.2)

Sur la figure A3, la courbe atteint un palier horizontal au-delà de 300 s. Ce palier se situe juste sous la graduation 2 mmol : on lit $x_f \approx 1{,}9$ mmol.

La lecture graphique ($\approx 1{,}9$ mmol) est en accord avec la valeur calculée, 1,94 mmol.

3.4 Déterminer graphiquement le temps de demi-réaction $t_{1/2}$. La méthode doit apparaître sur la figure A3 de l'annexe.

Données utiles $x_f = 1{,}94$ mmol (3.2)

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement vaut la moitié de sa valeur finale :

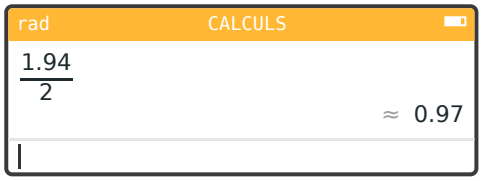
$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{1{,}94}{2} = 0{,}97 \text{ mmol}$$

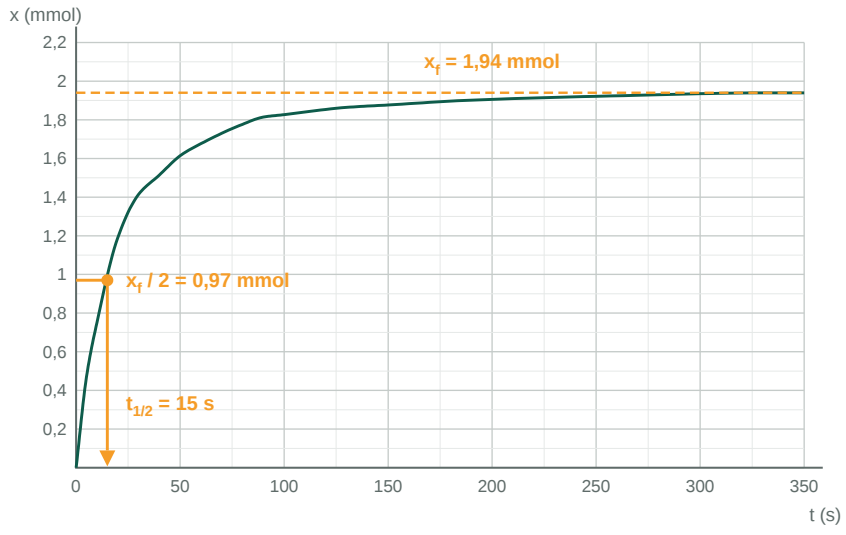
On trace l'horizontale d'ordonnée 0,97 mmol jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$t_{1/2} \approx 15$ s

PIÈGE
Prendre la moitié de la durée totale de l'expérience. C'est l'avancement que l'on divise par deux, puis on lit la date correspondante.

À LA CALCULATRICE





3.4 · Figure A3 de l'annexe : avancement final et temps de demi-réaction

3.5 Comment évolue la vitesse volumique de réaction au cours du temps ? Justifier à l'aide de la figure A3 de l'annexe.

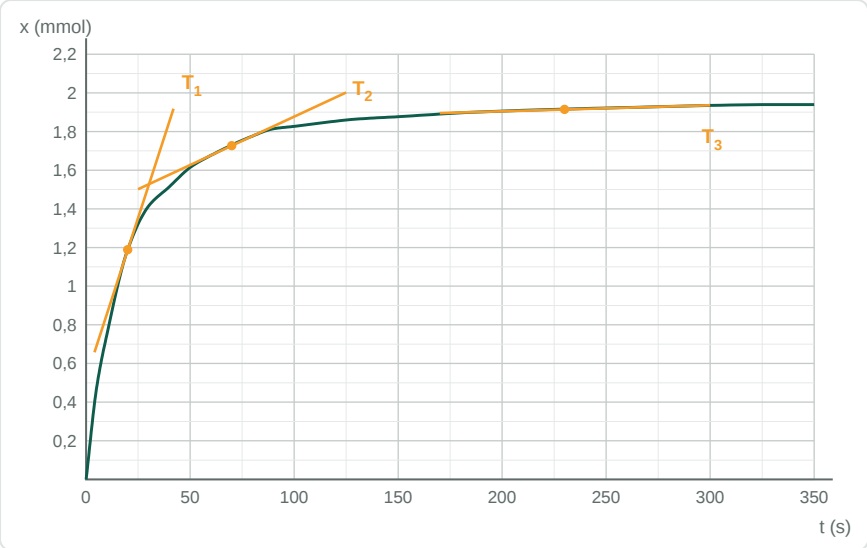
Données utiles $v = \frac{1}{V'} \times \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

Le volume V' est constant, donc v est proportionnelle à $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, qui est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x(t)$ à la date considérée.

Sur la figure A3, les tangentes sont de moins en moins inclinées au fil du temps, puis horizontales à l'état final : leur coefficient directeur diminue jusqu'à s'annuler.

La vitesse volumique de réaction **diminue** au cours du temps, jusqu'à devenir nulle.

COMPRENDRE
Cette baisse s'explique par la consommation des réactifs : la concentration de l'acide lactique diminue, or la concentration d'un réactif est un facteur cinétique.



3.5 · Figure A3 : tangentes à la courbe à trois dates

3.6 Le mode d'emploi conduit à utiliser une solution un peu plus concentrée en acide lactique et à la chauffer. Quelle en est la conséquence sur la durée de détartrage ?

La concentration d'un réactif et la température sont deux facteurs cinétiques : les augmenter rend la transformation plus rapide.

Avec une solution plus concentrée et chauffée, le tartre est éliminé plus vite : la **durée de détartrage diminue**.

Le LMJ (Laser mégajoule)

Bac S 2011 Métropole (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Un dispositif triple la fréquence de l'onde lumineuse. En déduire la longueur d'onde λ_2 du laser dans la chambre d'expérience.

Données utiles $\lambda_1 = 1050$ nm

Longueur d'onde et fréquence sont liées par $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$.

La fréquence est triplée, $\nu_2 = 3\,\nu_1$, donc :

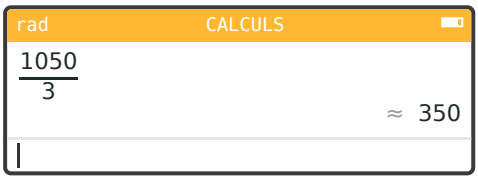
$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = \frac{c}{3\,\nu_1} = \frac{\lambda_1}{3} = \frac{1050}{3}$$

$\lambda_2 = 350$ nm

PIÈGE
Multiplier la longueur d'onde par 3. À célérité fixée, λ et ν sont inversement proportionnelles : si l'une triple, l'autre est divisée par 3.

COMPRENDRE
Le fonctionnement du laser (émission stimulée) n'est plus au programme de la spécialité actuelle. Ici, seule la relation $\lambda = c/\nu$, toujours au programme, est utilisée.

À LA CALCULATRICE



1.1.2 Dans quels domaines du spectre électromagnétique se situent les rayonnements de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 ?

Données utiles $\lambda_1 = 1050$ nm ; $\lambda_2 = 350$ nm (1.1.1)

Le domaine visible s'étend environ de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge).

- $\lambda_1 = 1050\ \text{nm} > 800\ \text{nm}$: rayonnement **infrarouge** ;
- $\lambda_2 = 350\ \text{nm} < 400\ \text{nm}$: rayonnement **ultraviolet**.

λ_1 : infrarouge ; λ_2 : ultraviolet.

MÉTHODE
Toujours justifier en comparant la longueur d'onde aux deux bornes du visible, 400 nm et 800 nm, à connaître par cœur.

1.2 Montrer par un calcul que l'énergie E_{LMJ} délivrée à la cible par l'ensemble des faisceaux est en cohérence avec le texte introductif.

Données utiles $E_{laser} = 7{,}5$ kJ par faisceau ; 240 faisceaux ; texte : 1,8 mégajoule

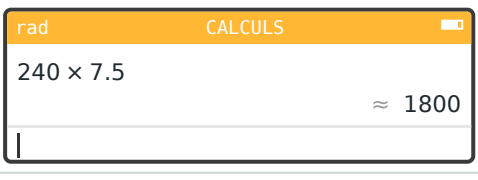
Le LMJ réunit 240 faisceaux identiques :

$$E_{LMJ} = 240 \times E_{laser} = 240 \times 7{,}5 = 1{,}8 \times 10^3\ \text{kJ}$$

$E_{LMJ} = 1{,}8 \times 10^6$ J $= 1{,}8$ MJ, valeur annoncée dans le texte (1,8 mégajoule).

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $E_{laser} = 7{,}5$ kJ. Le nombre de faisceaux, 240, est un entier exact : il ne limite pas la précision du résultat.

À LA CALCULATRICE



1.3 Le LMJ délivre l'énergie E_{LMJ} en une durée Δt. En déduire la puissance moyenne P_{LMJ} correspondante.

Données utiles $E_{LMJ} = 1{,}8 \times 10^6$ J (1.2) ; $\Delta t = 5{,}0$ ns

La puissance moyenne est l'énergie délivrée par unité de temps :

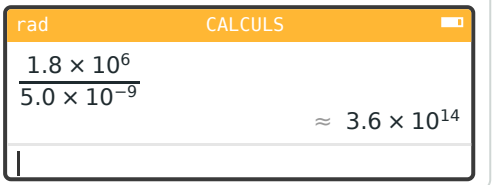
$$P_{LMJ} = \frac{E_{LMJ}}{\Delta t} = \frac{1{,}8 \times 10^6}{5{,}0 \times 10^{-9}}$$

$$\boxed{P_{LMJ} = 3{,}6 \times 10^{14}\ \text{W}}$$

PIÈGE
Laisser l'énergie en MJ ou la durée en ns. Pour obtenir des watts, il faut des joules et des secondes : $1\ \text{ns} = 10^{-9}\ \text{s}$.

COMPRENDRE
L'énergie n'est pas considérable, mais elle est délivrée en quelques nanosecondes : c'est la brièveté de l'impulsion qui donne cette puissance énorme.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Donner la composition des noyaux de deutérium et de tritium. Qu'appelle-t-on noyaux isotopes ?

Un noyau ${}^{A}_{Z}\text{X}$ contient Z protons et $A - Z$ neutrons.

- Deutérium ${}^{2}_{1}\text{H}$: 1 proton et $2 - 1 = 1$ neutron ;
- Tritium ${}^{3}_{1}\text{H}$: 1 proton et $3 - 1 = 2$ neutrons.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z mais des nombres de neutrons différents (donc des nombres de nucléons A différents).

PIÈGE
Lire A comme le nombre de neutrons. A compte tous les nucléons : le nombre de neutrons est $A - Z$.

2.1.2 Écrire la réaction de fusion entre un noyau de deutérium et un noyau de tritium en précisant les lois utilisées.

La réaction produit un noyau ${}^{A}_{Z}\text{X}$ et un neutron : ${}^{2}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\text{X} + {}^{1}_{0}\text{n}$

Lois de conservation (lois de Soddy) :

- conservation du nombre de nucléons : $2 + 3 = A + 1$, donc $A = 4$;
- conservation du nombre de charge : $1 + 1 = Z + 0$, donc $Z = 2$.

$Z = 2$ est l'élément hélium.

$$\boxed{{}^{2}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \longrightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{1}_{0}\text{n}}$$

PIÈGE
Donner l'équation sans citer les deux lois de conservation : la question les demande explicitement, elles sont notées.

2.2.1 Sur la courbe d'Aston, en se référant à l'axe des abscisses, dans quelle partie se trouvent les noyaux susceptibles de fusionner ?

La fusion assemble deux noyaux légers en un noyau plus lourd et plus stable, c'est-à-dire situé plus bas sur la courbe.

Les noyaux susceptibles de fusionner sont à l'extrémité gauche de la courbe, pour les petits nombres de nucléons (environ $A < 20$), là où elle descend très vite.

COMPRENDRE
Les noyaux les plus stables sont au creux de la courbe (A voisin de 60). Les noyaux légers s'en rapprochent par fusion, les noyaux très lourds ($A > 200$, à droite) par fission.

2.2.2 Donner la signification physique et l'expression de l'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ en fonction de A, Z, m_p, m_n, de la masse $m(^{A}_{Z}\mathrm{X})$ du noyau et de c.

L'énergie de liaison est l'énergie qu'il faut apporter à un noyau au repos pour le séparer en ses nucléons, isolés et immobiles.

Elle est égale au défaut de masse du noyau multiplié par c^2 : la masse des Z protons et des $A-Z$ neutrons séparés est supérieure à celle du noyau.

$$E_\ell(^{A}_{Z}\mathrm{X}) = \left[Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - m(^{A}_{Z}\mathrm{X})\right]c^2$$

PIÈGE
Inverser la différence. Le noyau est plus léger que ses nucléons séparés : on écrit « nucléons moins noyau » pour obtenir une énergie de liaison positive.

2.2.3 À partir de l'expression précédente, exprimer la masse $m(^{A}_{Z}\mathrm{X})$ en fonction de A, Z, m_p, m_n, $E_\ell(^{A}_{Z}\mathrm{X})$ et c.

On divise la relation de la question 2.2.2 par c^2 : $\dfrac{E_\ell(^{A}_{Z}\mathrm{X})}{c^2} = Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - m(^{A}_{Z}\mathrm{X})$

puis on isole la masse du noyau :

$$m(^{A}_{Z}\mathrm{X}) = Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - \frac{E_\ell(^{A}_{Z}\mathrm{X})}{c^2}$$

2.2.4 En déduire les expressions des masses $m(^{4}_{2}\mathrm{He})$, $m(^{2}_{1}\mathrm{H})$ et $m(^{3}_{1}\mathrm{H})$.

On remplace A et Z par leurs valeurs pour chaque noyau :

- hélium 4 ($Z=2$, $A-Z=2$) : $m(^{4}_{2}\mathrm{He}) = 2\,m_p + 2\,m_n - \dfrac{E_\ell(^{4}_{2}\mathrm{He})}{c^2}$
- deutérium ($Z=1$, $A-Z=1$) : $m(^{2}_{1}\mathrm{H}) = m_p + m_n - \dfrac{E_\ell(^{2}_{1}\mathrm{H})}{c^2}$
- tritium ($Z=1$, $A-Z=2$) : $m(^{3}_{1}\mathrm{H}) = m_p + 2\,m_n - \dfrac{E_\ell(^{3}_{1}\mathrm{H})}{c^2}$

Trois expressions de la forme $Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - \dfrac{E_\ell}{c^2}$, avec $(Z\,;A) = (2\,;4)$, $(1\,;2)$ et $(1\,;3)$.

2.3.1 Exprimer l'énergie libérée $|\Delta E|$ lors de la réaction de fusion deutérium-tritium en fonction des masses des noyaux et des particules mis en jeu.

Réaction : $^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$

L'énergie libérée correspond à la perte de masse entre les réactifs et les produits :

$$|\Delta E| = \left|m(^{4}_{2}\mathrm{He}) + m_n - m(^{2}_{1}\mathrm{H}) - m(^{3}_{1}\mathrm{H})\right|c^2$$

COMPRENDRE
La masse des produits est inférieure à celle des réactifs : la différence « produits moins réactifs » est négative, le système cède de l'énergie. La valeur absolue donne l'énergie libérée.

2.3.2 Montrer que $|\Delta E| = \left|E_\ell(^4_2\mathrm{He}) - E_\ell(^2_1\mathrm{H}) - E_\ell(^3_1\mathrm{H})\right|$, puis calculer sa valeur en MeV.

Données utiles $E_\ell(^4_2\mathrm{He}) = 28{,}29$ MeV ; $E_\ell(^2_1\mathrm{H}) = 2{,}22$ MeV ; $E_\ell(^3_1\mathrm{H}) = 8{,}48$ MeV

On reporte les trois masses de la question 2.2.4 dans l'expression de la question 2.3.1 :

Somme des termes en m_p et m_n : $(2-1-1)\,m_p + (2+1-1-2)\,m_n = 0$. Il reste les termes en E_ℓ :

$$m(^4_2\mathrm{He}) + m_n - m(^2_1\mathrm{H}) - m(^3_1\mathrm{H}) = \frac{-E_\ell(^4_2\mathrm{He}) + E_\ell(^2_1\mathrm{H}) + E_\ell(^3_1\mathrm{H})}{c^2}$$

En multipliant par c^2 et en prenant la valeur absolue :

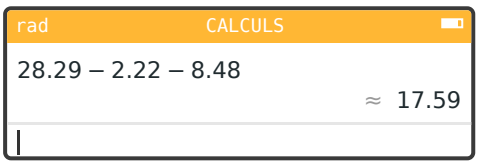
$$|\Delta E| = \left|E_\ell(^4_2\mathrm{He}) - E_\ell(^2_1\mathrm{H}) - E_\ell(^3_1\mathrm{H})\right| = |28{,}29 - 2{,}22 - 8{,}48|$$

$$\boxed{|\Delta E| = 17{,}59 \text{ MeV}}$$

PIÈGE
Chercher une énergie de liaison pour le neutron : c'est un nucléon isolé, il n'en a pas. La case vide du tableau vaut zéro.

COMPRENDRE
Les nucléons se conservent : leurs masses disparaissent du bilan. L'énergie libérée est le gain d'énergie de liaison, le noyau d'hélium 4 étant bien plus lié que les deux réactifs.

À LA CALCULATRICE



3.1 Le mélange étant équimolaire, montrer que le nombre N de noyaux de deutérium (ou de tritium) présents dans la microbille est $N = 3{,}59 \times 10^{19}$.

Données utiles $m = 300\ \mu$g ; $m(^2_1\mathrm{H}) = 2{,}01355$ u ; $m(^3_1\mathrm{H}) = 3{,}01550$ u ; 1 u $= 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg

Mélange équimolaire : la bille contient autant de noyaux de deutérium que de tritium, soit N de chaque. Sa masse est donc

$$m = N\,m(^2_1\mathrm{H}) + N\,m(^3_1\mathrm{H}) \quad \text{d'où} \quad N = \frac{m}{m(^2_1\mathrm{H}) + m(^3_1\mathrm{H})}$$

Avec $m = 300\ \mu\mathrm{g} = 300 \times 10^{-9}$ kg et les masses converties en kilogrammes :

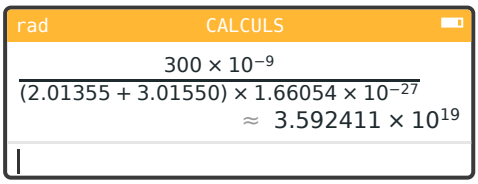
$$N = \frac{300 \times 10^{-9}}{(2{,}01355 + 3{,}01550) \times 1{,}66054 \times 10^{-27}}$$

$$\boxed{N = 3{,}59 \times 10^{19} \text{ noyaux de chaque sorte, valeur attendue.}}$$

PIÈGE
Convertir $300\ \mu$g en 300×10^{-6} kg. Le microgramme vaut 10^{-6} g, soit 10^{-9} kg.

MÉTHODE
Dans un mélange équimolaire, raisonner sur une « paire » deutérium-tritium : N est la masse totale divisée par la masse d'une paire.

À LA CALCULATRICE



3.2 En déduire l'énergie totale E_{tot} produite par la réaction de fusion dans la cible. La comparer à l'énergie E_{LMJ} fournie par le laser mégajoule.

Données utiles $N = 3{,}59 \times 10^{19}$ (3.1) ; $|\Delta E| = 17{,}59$ MeV (2.3.2) ; $1\ \text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J ; $E_{LMJ} = 1{,}8 \times 10^{6}$ J (1.2)

Chaque fusion consomme un noyau de deutérium et un noyau de tritium : il se produit N réactions.

$$E_{tot} = N \times |\Delta E| = 3{,}59 \times 10^{19} \times 17{,}59 = 6{,}31 \times 10^{20}\ \text{MeV}$$

Conversion en joules ($1\ \text{MeV} = 10^{6}\ \text{eV}$) :

$$E_{tot} = 3{,}59 \times 10^{19} \times 17{,}59 \times 10^{6} \times 1{,}602 \times 10^{-19} = 1{,}01 \times 10^{8}\ \text{J}$$

Comparaison : $\dfrac{E_{tot}}{E_{LMJ}} = \dfrac{1{,}01 \times 10^{8}}{1{,}8 \times 10^{6}} \approx 56$

$E_{tot} = 1{,}01 \times 10^{8}$ J $= 101$ MJ : la fusion libère environ 56 fois l'énergie fournie par le laser.

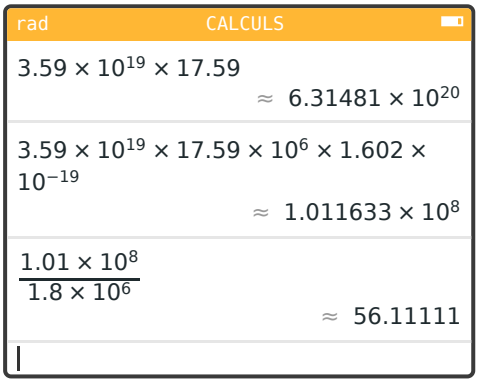
PIÈGE

Multiplier par $2N$. Une réaction utilise un noyau de chaque sorte : avec N deutériums et N tritiums, il y a N fusions, pas $2N$.

COMPRENDRE

Ce bilan suppose que tous les noyaux de la bille fusionnent. Il s'agit donc d'une énergie maximale, mais l'ordre de grandeur montre l'intérêt du procédé.

À LA CALCULATRICE



Concert de violons

Bac S 2011 Métropole (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 En analysant les deux oscillogrammes de la figure 1, préciser la caractéristique (hauteur ou timbre) qui différencie les sons du violon et du diapason.

Les deux signaux ont la même période, donc la même fréquence $f_1 = 440$ Hz : les deux sons ont la même **hauteur**.

En revanche, leurs formes diffèrent : le signal du diapason est sinusoïdal (son pur), celui du violon est périodique mais non sinusoïdal (son complexe).

Les deux sons se distinguent par leur **timbre**.

PIÈGE
La question porte sur les oscillogrammes : il faut justifier par la période et la forme des signaux, pas seulement par le nombre de pics des spectres.

COMPRENDRE
La hauteur est liée à la fréquence du fondamental, le timbre à la forme du signal, donc aux harmoniques présents. Ces notions (hauteur, timbre, harmoniques) relèvent de l'ancien programme : elles ne figurent plus dans celui de la spécialité actuelle.

1.2 Quel nom donne-t-on à la fréquence f_1 ?

f_1 est la plus petite fréquence du spectre ; c'est aussi la fréquence du signal.

f_1 est la fréquence **fondamentale** (ou fréquence du fondamental).

1.3 Calculer les valeurs des fréquences f_2 et f_3 présentes dans le spectre fréquentiel du violon.

Données utiles $f_1 = 440$ Hz

Les fréquences des harmoniques sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale : $f_n = n \times f_1$.

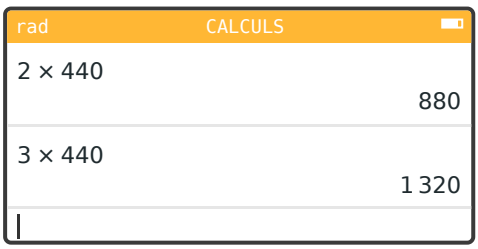
$f_2 = 2 \times f_1 = 2 \times 440 = 880$ Hz

$f_3 = 3 \times f_1 = 3 \times 440 = 1320$ Hz

$f_2 = 880$ Hz et $f_3 = 1320$ Hz, soit $1{,}32 \times 10^3$ Hz

COMPRENDRE
Les facteurs 2 et 3 sont des entiers exacts : le résultat garde les trois chiffres significatifs de f_1.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Déterminer la valeur de f_{batt} à partir de la courbe 3 de la figure 2, puis la comparer à celle de $\dfrac{f_b - f_a}{2}$.

Données utiles $f_a = 420$ Hz ; $f_b = 460$ Hz ; axe des temps de la courbe 3 gradué tous les 50 ms

Sur la courbe 3, les trois périodes T_{batt} repérées occupent la même longueur que trois intervalles de graduation, soit $3 \times 50 = 150$ ms.

$$T_{\text{batt}} = \frac{150}{3} = 50 \text{ ms} = 50 \times 10^{-3} \text{ s}$$

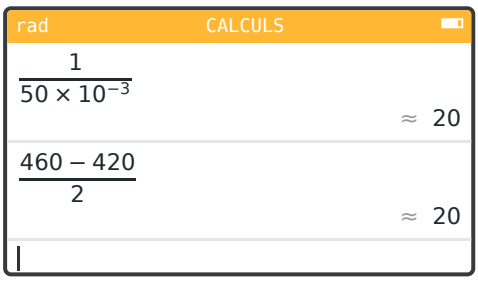
$$f_{\text{batt}} = \frac{1}{T_{\text{batt}}} = \frac{1}{50 \times 10^{-3}} = 20 \text{ Hz}$$

Par ailleurs : $\dfrac{f_b - f_a}{2} = \dfrac{460 - 420}{2} = 20$ Hz

$f_{\text{batt}} = 20 \text{ Hz} = \dfrac{f_b - f_a}{2}$: la relation est vérifiée.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes d'un coup puis diviser : l'incertitude de lecture se répartit sur trois périodes. Convertir ensuite les millisecondes en secondes avant d'inverser.

À LA CALCULATRICE



2.1.2 Lorsque le musicien constate l'arrêt des battements, que peut-il en conclure ?

S'il n'y a plus de battements, $f_{\text{batt}} = 0$ Hz, donc $\dfrac{f_b - f_a}{2} = 0$.

$f_a = f_b$: les deux violons émettent la même fréquence, ils sont accordés.

2.2.1 La corde, de longueur L entre ses deux points d'attache, vibre dans son mode fondamental : on observe un fuseau. Donner la relation entre L et la longueur d'onde λ.

Les deux extrémités fixes sont des nœuds de vibration et un fuseau a pour longueur une demi-longueur d'onde. Avec un seul fuseau :

$$L = \frac{\lambda}{2}$$

COMPRENDRE
Pour le mode à n fuseaux, la condition devient $L = n\dfrac{\lambda}{2}$; le fondamental correspond à $n = 1$.

2.2.2 Les ondes stationnaires résultent de la superposition d'ondes progressives de célérité v. Exprimer v en fonction de f_0 et L.

Données utiles $\lambda = 2L$ (2.2.1)

Pour une onde progressive périodique : $v = \lambda \times f_0$. Or $\lambda = 2L$, donc

$$v = 2\,L\,f_0$$

PIÈGE
Cette célérité v est celle de l'onde le long de la corde. Elle n'a rien à voir avec les $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ du son dans l'air.

2.2.3 On donne $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$, avec F la tension de la corde et μ sa masse linéique. Vérifier l'homogénéité de cette relation.

Une force est le produit d'une masse par une accélération ($F = m\,a$) : F s'exprime en $\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$.

La masse linéique est une masse par unité de longueur : μ s'exprime en $\mathrm{kg \cdot m^{-1}}$.

Unité de $\dfrac{F}{\mu}$: $\dfrac{\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}}{\mathrm{kg \cdot m^{-1}}} = \mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$

Unité de $\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$: $\left(\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}\right)^{1/2} = \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ s'exprime en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, comme une vitesse : la relation est homogène.

MÉTHODE
Ramener chaque grandeur aux unités de base (kg, m, s) à l'aide d'une relation connue, simplifier, puis comparer à l'unité de l'autre membre.

2.2.4 Donner une expression de la fréquence f_0 en fonction de F, μ et L.

Données utiles $v = 2\,L\,f_0$ (2.2.2) ; $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

On égale les deux expressions de la célérité : $2\,L\,f_0 = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$, d'où

$$f_0 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

2.2.5 La corde d'un violon émet un son de fréquence 460 Hz. Comment doit-on agir sur la corde pour retrouver la note $\mathrm{la_3}$ de fréquence 440 Hz ?

Données utiles $f_0 = \dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ (2.2.4)

La longueur L et la masse linéique μ de la corde sont fixées : f_0 est proportionnelle à $\sqrt{F}$ et diminue donc quand F diminue.

Il faut abaisser la fréquence de 460 Hz à 440 Hz.

Il faut **diminuer la tension** F de la corde, c'est-à-dire la détendre légèrement.

COMPRENDRE
C'est le rôle des chevilles du violon : elles règlent la tension. Pendant le jeu, le violoniste modifie au contraire la longueur vibrante L en appuyant un doigt sur la corde.

2.3.1 Vérifier que le niveau sonore minimal perceptible est de 0 dB.

Données utiles $L_1 = 10 \times \log\left(\dfrac{I_1}{I_0}\right)$; I_0 : intensité minimale audible

Le son le plus faible perceptible a pour intensité $I_1 = I_0$. Alors :

$$L_1 = 10 \times \log\left(\frac{I_0}{I_0}\right) = 10 \times \log(1) = 10 \times 0$$

$L_1 = 0$ dB : le niveau sonore minimal perceptible est bien de 0 dB.

2.3.2 Le niveau sonore produit par un seul violon à 5 m est estimé à 70 dB. Calculer le niveau sonore produit par le groupe de dix violons, tous à 5 m de l'auditeur.

Données utiles $L_1 = 70$ dB ; $n = 10$; $L_n = 10 \times \log\left(\frac{n\,I_1}{I_0}\right)$; $\log(a \times b) = \log a + \log b$

$$L_{10} = 10 \times \log\left(\frac{10\,I_1}{I_0}\right) = 10 \times \log(10) + 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

Le second terme est le niveau L_1 d'un seul violon, et $\log(10) = 1$:

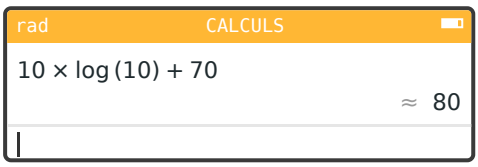
$$L_{10} = 10 + L_1 = 10 + 70$$

$$\boxed{L_{10} = 80 \text{ dB}}$$

PIÈGE
Les niveaux sonores ne s'additionnent pas : dix violons ne donnent pas $10 \times 70 = 700$ dB. Ce sont les intensités sonores qui s'ajoutent.

COMPRENDRE
Multiplier l'intensité par 10 ajoute toujours 10 dB au niveau, quel que soit le niveau de départ.

À LA CALCULATRICE



2.3.3 Une intensité sonore $I = 1{,}0 \times 10^{-1}$ W · m^{-2} peut endommager l'oreille. Combien de violons doivent jouer pour atteindre cette intensité pour un auditeur situé à 5 m ? Conclure.

Données utiles $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W · m^{-2} ; $L_1 = 70$ dB pour un violon à 5 m

Intensité I_1 due à un seul violon : $L_1 = 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$ donne $\frac{I_1}{I_0} = 10^{L_1/10}$, soit

$$I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10} = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{70/10} = 1{,}0 \times 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Les intensités s'ajoutent : n violons donnent $I = n \times I_1$, donc

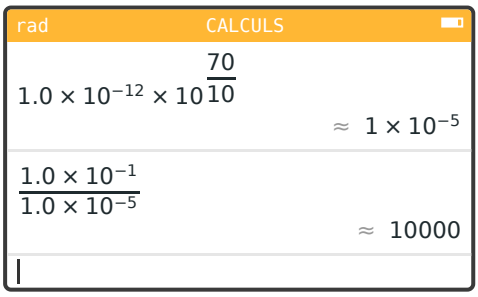
$$n = \frac{I}{I_1} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1}}{1{,}0 \times 10^{-5}} = 1{,}0 \times 10^{4}$$

Il faudrait $n = 1{,}0 \times 10^4$ violons, soit dix mille : un orchestre n'en compte que quelques dizaines, l'auditeur ne court aucun risque.

COMPRENDRE
Vérification : $I = 1{,}0 \times 10^{-1}$ W · m^{-2} correspond à 110 dB, soit 40 dB de plus qu'un violon, donc une intensité multipliée par 10^4.

MÉTHODE
Pour isoler une intensité à partir d'un niveau : diviser par 10, puis appliquer la fonction 10^x, réciproque du logarithme décimal.

À LA CALCULATRICE



3.1 Vérifier que, pour deux fréquences successives f_i et f_{i+1} séparées par un demi-ton, le rapport constant $\frac{f_{i+1}}{f_i}$ est égal à $2^{\frac{1}{12}}$.

Données utiles $\frac{f_{13}}{f_1} = 2$; l'octave est divisée en douze demi-tons de même rapport

Notons $r = \frac{f_{i+1}}{f_i}$ le rapport, identique pour tous les demi-tons. Pour passer de f_1 à f_{13}, on franchit douze demi-tons :

$$\frac{f_{13}}{f_1} = \frac{f_{13}}{f_{12}} \times \frac{f_{12}}{f_{11}} \times \cdots \times \frac{f_2}{f_1} = r^{12}$$

Or $\frac{f_{13}}{f_1} = 2$, donc $r^{12} = 2$.

$$\boxed{r = \frac{f_{i+1}}{f_i} = 2^{\frac{1}{12}}}$$

PIÈGE
Monter d'un demi-ton, c'est multiplier la fréquence par r, pas lui ajouter une valeur fixe : les fréquences forment une suite géométrique de raison $2^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}06$.

3.2 Calculer la fréquence de la note si$_3$, située deux demi-tons au-dessus du la$_3$ de fréquence 440 Hz.

Données utiles $f_{\text{la}_3} = 440$ Hz ; rapport d'un demi-ton : $2^{\frac{1}{12}}$ (3.1)

Deux demi-tons séparent les deux notes : la fréquence est multipliée deux fois par $2^{\frac{1}{12}}$.

$$f_{\text{si}_3} = f_{\text{la}_3} \times 2^{\frac{1}{12}} \times 2^{\frac{1}{12}} = f_{\text{la}_3} \times 2^{\frac{2}{12}} = 440 \times 2^{\frac{2}{12}}$$

$$\boxed{f_{\text{si}_3} = 494 \text{ Hz}}$$

PIÈGE
À la calculatrice, l'exposant fractionnaire se met entre parenthèses : sans elles, `2^2÷12` calcule $\frac{2^2}{12}$.

À LA CALCULATRICE

