Concert de violons

Bac S 2011 Métropole (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 En analysant les deux oscillogrammes de la figure 1, préciser la caractéristique (hauteur ou timbre) qui différencie les sons du violon et du diapason.

Les deux signaux ont la même période, donc la même fréquence $f_1 = 440$ Hz : les deux sons ont la même **hauteur**.

En revanche, leurs formes diffèrent : le signal du diapason est sinusoïdal (son pur), celui du violon est périodique mais non sinusoïdal (son complexe).

Les deux sons se distinguent par leur **timbre**.

PIÈGE
La question porte sur les oscillogrammes : il faut justifier par la période et la forme des signaux, pas seulement par le nombre de pics des spectres.

COMPRENDRE
La hauteur est liée à la fréquence du fondamental, le timbre à la forme du signal, donc aux harmoniques présents. Ces notions (hauteur, timbre, harmoniques) relèvent de l'ancien programme : elles ne figurent plus dans celui de la spécialité actuelle.

1.2 Quel nom donne-t-on à la fréquence f_1 ?

f_1 est la plus petite fréquence du spectre ; c'est aussi la fréquence du signal.

f_1 est la fréquence **fondamentale** (ou fréquence du fondamental).

1.3 Calculer les valeurs des fréquences f_2 et f_3 présentes dans le spectre fréquentiel du violon.

Données utiles $f_1 = 440$ Hz

Les fréquences des harmoniques sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale : $f_n = n \times f_1$.

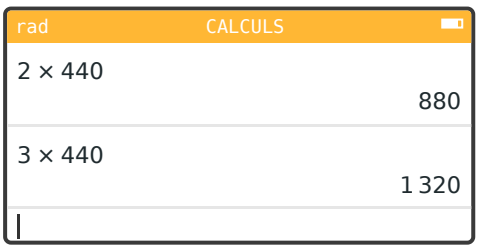
$f_2 = 2 \times f_1 = 2 \times 440 = 880$ Hz

$f_3 = 3 \times f_1 = 3 \times 440 = 1320$ Hz

$f_2 = 880$ Hz et $f_3 = 1320$ Hz, soit $1{,}32 \times 10^3$ Hz

COMPRENDRE
Les facteurs 2 et 3 sont des entiers exacts : le résultat garde les trois chiffres significatifs de f_1.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Déterminer la valeur de f_{batt} à partir de la courbe 3 de la figure 2, puis la comparer à celle de $\dfrac{f_b - f_a}{2}$.

Données utiles $f_a = 420$ Hz ; $f_b = 460$ Hz ; axe des temps de la courbe 3 gradué tous les 50 ms

Sur la courbe 3, les trois périodes T_{batt} repérées occupent la même longueur que trois intervalles de graduation, soit $3 \times 50 = 150$ ms.

$$T_{\text{batt}} = \frac{150}{3} = 50 \text{ ms} = 50 \times 10^{-3} \text{ s}$$

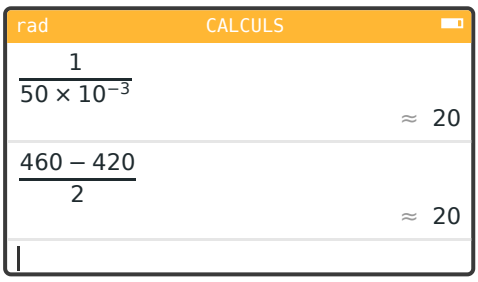
$$f_{\text{batt}} = \frac{1}{T_{\text{batt}}} = \frac{1}{50 \times 10^{-3}} = 20 \text{ Hz}$$

Par ailleurs : $\dfrac{f_b - f_a}{2} = \dfrac{460 - 420}{2} = 20$ Hz

$f_{\text{batt}} = 20 \text{ Hz} = \dfrac{f_b - f_a}{2}$: la relation est vérifiée.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes d'un coup puis diviser : l'incertitude de lecture se répartit sur trois périodes. Convertir ensuite les millisecondes en secondes avant d'inverser.

À LA CALCULATRICE



2.1.2 Lorsque le musicien constate l'arrêt des battements, que peut-il en conclure ?

S'il n'y a plus de battements, $f_{\text{batt}} = 0$ Hz, donc $\dfrac{f_b - f_a}{2} = 0$.

$f_a = f_b$: les deux violons émettent la même fréquence, ils sont accordés.

2.2.1 La corde, de longueur L entre ses deux points d'attache, vibre dans son mode fondamental : on observe un fuseau. Donner la relation entre L et la longueur d'onde λ.

Les deux extrémités fixes sont des nœuds de vibration et un fuseau a pour longueur une demi-longueur d'onde. Avec un seul fuseau :

$$L = \frac{\lambda}{2}$$

COMPRENDRE
Pour le mode à n fuseaux, la condition devient $L = n\dfrac{\lambda}{2}$; le fondamental correspond à $n = 1$.

2.2.2 Les ondes stationnaires résultent de la superposition d'ondes progressives de célérité v. Exprimer v en fonction de f_0 et L.

Données utiles $\lambda = 2L$ (2.2.1)

Pour une onde progressive périodique : $v = \lambda \times f_0$. Or $\lambda = 2L$, donc

$$v = 2\,L\,f_0$$

PIÈGE
Cette célérité v est celle de l'onde le long de la corde. Elle n'a rien à voir avec les $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ du son dans l'air.

2.2.3 On donne $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, avec F la tension de la corde et μ sa masse linéique. Vérifier l'homogénéité de cette relation.

Une force est le produit d'une masse par une accélération ($F = m\,a$) : F s'exprime en $\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$.

La masse linéique est une masse par unité de longueur : μ s'exprime en $\mathrm{kg \cdot m^{-1}}$.

Unité de $\frac{F}{\mu}$: $\frac{\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}}{\mathrm{kg \cdot m^{-1}}} = \mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$

Unité de $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$: $\left(\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}\right)^{1/2} = \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ s'exprime en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, comme une vitesse : la relation est homogène.

MÉTHODE
Ramener chaque grandeur aux unités de base (kg, m, s) à l'aide d'une relation connue, simplifier, puis comparer à l'unité de l'autre membre.

2.2.4 Donner une expression de la fréquence f_0 en fonction de F, μ et L.

Données utiles $v = 2\,L\,f_0$ (2.2.2) ; $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

On égale les deux expressions de la célérité : $2\,L\,f_0 = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, d'où

$$f_0 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

2.2.5 La corde d'un violon émet un son de fréquence 460 Hz. Comment doit-on agir sur la corde pour retrouver la note $\mathrm{la_3}$ de fréquence 440 Hz ?

Données utiles $f_0 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ (2.2.4)

La longueur L et la masse linéique μ de la corde sont fixées : f_0 est proportionnelle à $\sqrt{F}$ et diminue donc quand F diminue.

Il faut abaisser la fréquence de 460 Hz à 440 Hz.

Il faut **diminuer la tension** F de la corde, c'est-à-dire la détendre légèrement.

COMPRENDRE
C'est le rôle des chevilles du violon : elles règlent la tension. Pendant le jeu, le violoniste modifie au contraire la longueur vibrante L en appuyant un doigt sur la corde.

2.3.1 Vérifier que le niveau sonore minimal perceptible est de 0 dB.

Données utiles $L_1 = 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$; I_0 : intensité minimale audible

Le son le plus faible perceptible a pour intensité $I_1 = I_0$. Alors :

$$L_1 = 10 \times \log\left(\frac{I_0}{I_0}\right) = 10 \times \log(1) = 10 \times 0$$

$L_1 = 0$ dB : le niveau sonore minimal perceptible est bien de 0 dB.

2.3.2 Le niveau sonore produit par un seul violon à 5 m est estimé à 70 dB. Calculer le niveau sonore produit par le groupe de dix violons, tous à 5 m de l'auditeur.

Données utiles $L_1 = 70$ dB ; $n = 10$; $L_n = 10 \times \log\left(\frac{n\,I_1}{I_0}\right)$; $\log(a \times b) = \log a + \log b$

$$L_{10} = 10 \times \log\left(\frac{10\,I_1}{I_0}\right) = 10 \times \log(10) + 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

Le second terme est le niveau L_1 d'un seul violon, et $\log(10) = 1$:

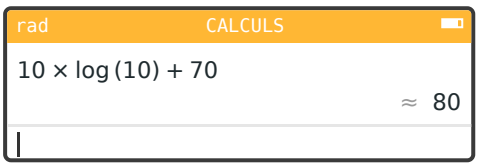
$$L_{10} = 10 + L_1 = 10 + 70$$

$$\boxed{L_{10} = 80 \text{ dB}}$$

PIÈGE
Les niveaux sonores ne s'additionnent pas : dix violons ne donnent pas $10 \times 70 = 700$ dB. Ce sont les intensités sonores qui s'ajoutent.

COMPRENDRE
Multiplier l'intensité par 10 ajoute toujours 10 dB au niveau, quel que soit le niveau de départ.

À LA CALCULATRICE



2.3.3 Une intensité sonore $I = 1{,}0 \times 10^{-1}$ W · m^{-2} peut endommager l'oreille. Combien de violons doivent jouer pour atteindre cette intensité pour un auditeur situé à 5 m ? Conclure.

Données utiles $I_0 = 1{,}0 \times 10^{-12}$ W · m^{-2} ; $L_1 = 70$ dB pour un violon à 5 m

Intensité I_1 due à un seul violon : $L_1 = 10 \times \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$ donne $\frac{I_1}{I_0} = 10^{L_1/10}$, soit

$$I_1 = I_0 \times 10^{L_1/10} = 1{,}0 \times 10^{-12} \times 10^{70/10} = 1{,}0 \times 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Les intensités s'ajoutent : n violons donnent $I = n \times I_1$, donc

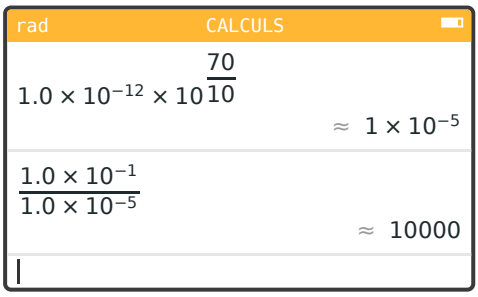
$$n = \frac{I}{I_1} = \frac{1{,}0 \times 10^{-1}}{1{,}0 \times 10^{-5}} = 1{,}0 \times 10^{4}$$

Il faudrait $n = 1{,}0 \times 10^4$ violons, soit dix mille : un orchestre n'en compte que quelques dizaines, l'auditeur ne court aucun risque.

COMPRENDRE
Vérification : $I = 1{,}0 \times 10^{-1}$ W · m^{-2} correspond à 110 dB, soit 40 dB de plus qu'un violon, donc une intensité multipliée par 10^4.

MÉTHODE
Pour isoler une intensité à partir d'un niveau : diviser par 10, puis appliquer la fonction 10^x, réciproque du logarithme décimal.

À LA CALCULATRICE



3.1 Vérifier que, pour deux fréquences successives f_i et f_{i+1} séparées par un demi-ton, le rapport constant $\frac{f_{i+1}}{f_i}$ est égal à $2^{\frac{1}{12}}$.

Données utiles $\frac{f_{13}}{f_1} = 2$; l'octave est divisée en douze demi-tons de même rapport

Notons $r = \frac{f_{i+1}}{f_i}$ le rapport, identique pour tous les demi-tons. Pour passer de f_1 à f_{13}, on franchit douze demi-tons :

$$\frac{f_{13}}{f_1} = \frac{f_{13}}{f_{12}} \times \frac{f_{12}}{f_{11}} \times \cdots \times \frac{f_2}{f_1} = r^{12}$$

Or $\frac{f_{13}}{f_1} = 2$, donc $r^{12} = 2$.

$$\boxed{r = \frac{f_{i+1}}{f_i} = 2^{\frac{1}{12}}}$$

PIÈGE
Monter d'un demi-ton, c'est multiplier la fréquence par r, pas lui ajouter une valeur fixe : les fréquences forment une suite géométrique de raison $2^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}06$.

3.2 Calculer la fréquence de la note si$_3$, située deux demi-tons au-dessus du la$_3$ de fréquence 440 Hz.

Données utiles $f_{\text{la}_3} = 440$ Hz ; rapport d'un demi-ton : $2^{\frac{1}{12}}$ (3.1)

Deux demi-tons séparent les deux notes : la fréquence est multipliée deux fois par $2^{\frac{1}{12}}$.

$$f_{\text{si}_3} = f_{\text{la}_3} \times 2^{\frac{1}{12}} \times 2^{\frac{1}{12}} = f_{\text{la}_3} \times 2^{\frac{2}{12}} = 440 \times 2^{\frac{2}{12}}$$

$$\boxed{f_{\text{si}_3} = 494 \text{ Hz}}$$

PIÈGE
À la calculatrice, l'exposant fractionnaire se met entre parenthèses : sans elles, `2^2÷12` calcule $\frac{2^2}{12}$.

À LA CALCULATRICE

