Le LMJ (Laser mégajoule)

Bac S 2011 Métropole (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Un dispositif triple la fréquence de l'onde lumineuse. En déduire la longueur d'onde λ_2 du laser dans la chambre d'expérience.

Données utiles $\lambda_1 = 1050$ nm

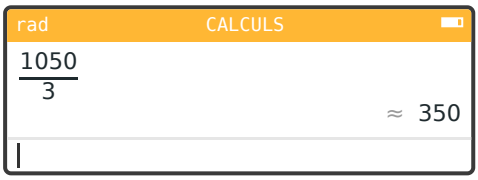
Longueur d'onde et fréquence sont liées par $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$.

La fréquence est triplée, $\nu_2 = 3\,\nu_1$, donc :

$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = \frac{c}{3\,\nu_1} = \frac{\lambda_1}{3} = \frac{1050}{3}$$

$\lambda_2 = 350$ nm

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Multiplier la longueur d'onde par 3. À célérité fixée, λ et ν sont inversement proportionnelles : si l'une triple, l'autre est divisée par 3.

COMPRENDRE
Le fonctionnement du laser (émission stimulée) n'est plus au programme de la spécialité actuelle. Ici, seule la relation $\lambda = c/\nu$, toujours au programme, est utilisée.

1.1.2 Dans quels domaines du spectre électromagnétique se situent les rayonnements de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 ?

Données utiles $\lambda_1 = 1050$ nm ; $\lambda_2 = 350$ nm (1.1.1)

Le domaine visible s'étend environ de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge).

- $\lambda_1 = 1050\ \text{nm} > 800\ \text{nm}$: rayonnement **infrarouge** ;
- $\lambda_2 = 350\ \text{nm} < 400\ \text{nm}$: rayonnement **ultraviolet**.

λ_1 : infrarouge ; λ_2 : ultraviolet.

MÉTHODE
Toujours justifier en comparant la longueur d'onde aux deux bornes du visible, 400 nm et 800 nm, à connaître par cœur.

1.2 Montrer par un calcul que l'énergie E_{LMJ} délivrée à la cible par l'ensemble des faisceaux est en cohérence avec le texte introductif.

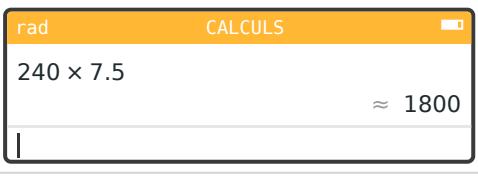
Données utiles $E_{laser} = 7{,}5$ kJ par faisceau ; 240 faisceaux ; texte : 1,8 mégajoule

Le LMJ réunit 240 faisceaux identiques :

$$E_{LMJ} = 240 \times E_{laser} = 240 \times 7{,}5 = 1{,}8 \times 10^3\ \text{kJ}$$

$E_{LMJ} = 1{,}8 \times 10^6$ J $= 1{,}8$ MJ, valeur annoncée dans le texte (1,8 mégajoule).

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $E_{laser} = 7{,}5$ kJ. Le nombre de faisceaux, 240, est un entier exact : il ne limite pas la précision du résultat.

1.3 Le LMJ délivre l'énergie E_{LMJ} en une durée Δt. En déduire la puissance moyenne P_{LMJ} correspondante.

Données utiles $E_{LMJ} = 1{,}8 \times 10^6$ J (1.2) ; $\Delta t = 5{,}0$ ns

La puissance moyenne est l'énergie délivrée par unité de temps :

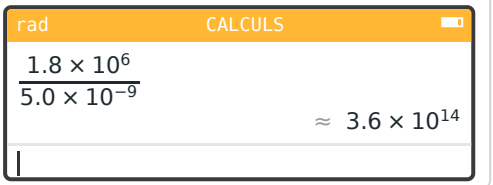
$$P_{LMJ} = \frac{E_{LMJ}}{\Delta t} = \frac{1{,}8 \times 10^6}{5{,}0 \times 10^{-9}}$$

$$\boxed{P_{LMJ} = 3{,}6 \times 10^{14}\ \text{W}}$$

PIÈGE
Laisser l'énergie en MJ ou la durée en ns. Pour obtenir des watts, il faut des joules et des secondes : $1\ \text{ns} = 10^{-9}\ \text{s}$.

COMPRENDRE
L'énergie n'est pas considérable, mais elle est délivrée en quelques nanosecondes : c'est la brièveté de l'impulsion qui donne cette puissance énorme.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Donner la composition des noyaux de deutérium et de tritium. Qu'appelle-t-on noyaux isotopes ?

Un noyau ${}^{A}_{Z}\text{X}$ contient Z protons et $A - Z$ neutrons.

- Deutérium ${}^{2}_{1}\text{H}$: 1 proton et $2 - 1 = 1$ neutron ;
- Tritium ${}^{3}_{1}\text{H}$: 1 proton et $3 - 1 = 2$ neutrons.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z mais des nombres de neutrons différents (donc des nombres de nucléons A différents).

PIÈGE
Lire A comme le nombre de neutrons. A compte tous les nucléons : le nombre de neutrons est $A - Z$.

2.1.2 Écrire la réaction de fusion entre un noyau de deutérium et un noyau de tritium en précisant les lois utilisées.

La réaction produit un noyau ${}^{A}_{Z}\text{X}$ et un neutron : ${}^{2}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\text{X} + {}^{1}_{0}\text{n}$

Lois de conservation (lois de Soddy) :

- conservation du nombre de nucléons : $2 + 3 = A + 1$, donc $A = 4$;
- conservation du nombre de charge : $1 + 1 = Z + 0$, donc $Z = 2$.

$Z = 2$ est l'élément hélium.

$$\boxed{{}^{2}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \longrightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{1}_{0}\text{n}}$$

PIÈGE
Donner l'équation sans citer les deux lois de conservation : la question les demande explicitement, elles sont notées.

2.2.1 Sur la courbe d'Aston, en se référant à l'axe des abscisses, dans quelle partie se trouvent les noyaux susceptibles de fusionner ?

La fusion assemble deux noyaux légers en un noyau plus lourd et plus stable, c'est-à-dire situé plus bas sur la courbe.

Les noyaux susceptibles de fusionner sont à l'extrémité gauche de la courbe, pour les petits nombres de nucléons (environ $A < 20$), là où elle descend très vite.

COMPRENDRE
Les noyaux les plus stables sont au creux de la courbe (A voisin de 60). Les noyaux légers s'en rapprochent par fusion, les noyaux très lourds ($A > 200$, à droite) par fission.

2.2.2 Donner la signification physique et l'expression de l'énergie de liaison E_ℓ d'un noyau ${}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}$ en fonction de A, Z, m_p, m_n, de la masse $m({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X})$ du noyau et de c.

L'énergie de liaison est l'énergie qu'il faut apporter à un noyau au repos pour le séparer en ses nucléons, isolés et immobiles.

Elle est égale au défaut de masse du noyau multiplié par c^2 : la masse des Z protons et des $A-Z$ neutrons séparés est supérieure à celle du noyau.

$$E_\ell({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}) = \left[Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - m({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X})\right]c^2$$

PIÈGE
Inverser la différence. Le noyau est plus léger que ses nucléons séparés : on écrit « nucléons moins noyau » pour obtenir une énergie de liaison positive.

2.2.3 À partir de l'expression précédente, exprimer la masse $m({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X})$ en fonction de A, Z, m_p, m_n, $E_\ell({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X})$ et c.

On divise la relation de la question 2.2.2 par c^2 : $\dfrac{E_\ell({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X})}{c^2} = Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - m({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X})$

puis on isole la masse du noyau :

$$m({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}) = Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - \frac{E_\ell({}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X})}{c^2}$$

2.2.4 En déduire les expressions des masses $m({}^4_2\mathrm{He})$, $m({}^2_1\mathrm{H})$ et $m({}^3_1\mathrm{H})$.

On remplace A et Z par leurs valeurs pour chaque noyau :

- hélium 4 ($Z=2$, $A-Z=2$) : $m({}^4_2\mathrm{He}) = 2\,m_p + 2\,m_n - \dfrac{E_\ell({}^4_2\mathrm{He})}{c^2}$
- deutérium ($Z=1$, $A-Z=1$) : $m({}^2_1\mathrm{H}) = m_p + m_n - \dfrac{E_\ell({}^2_1\mathrm{H})}{c^2}$
- tritium ($Z=1$, $A-Z=2$) : $m({}^3_1\mathrm{H}) = m_p + 2\,m_n - \dfrac{E_\ell({}^3_1\mathrm{H})}{c^2}$

Trois expressions de la forme $Z\,m_p + (A-Z)\,m_n - \dfrac{E_\ell}{c^2}$, avec $(Z\,;A) = (2\,;4)$, $(1\,;2)$ et $(1\,;3)$.

2.3.1 Exprimer l'énergie libérée $|\Delta E|$ lors de la réaction de fusion deutérium-tritium en fonction des masses des noyaux et des particules mis en jeu.

Réaction : ${}^2_1\mathrm{H} + {}^3_1\mathrm{H} \longrightarrow {}^4_2\mathrm{He} + {}^1_0\mathrm{n}$

L'énergie libérée correspond à la perte de masse entre les réactifs et les produits :

$$|\Delta E| = \left|m({}^4_2\mathrm{He}) + m_n - m({}^2_1\mathrm{H}) - m({}^3_1\mathrm{H})\right|c^2$$

COMPRENDRE
La masse des produits est inférieure à celle des réactifs : la différence « produits moins réactifs » est négative, le système cède de l'énergie. La valeur absolue donne l'énergie libérée.

2.3.2 Montrer que $|\Delta E| = \left|E_\ell(^4_2\mathrm{He}) - E_\ell(^2_1\mathrm{H}) - E_\ell(^3_1\mathrm{H})\right|$, puis calculer sa valeur en MeV.

Données utiles $E_\ell(^4_2\mathrm{He}) = 28{,}29$ MeV ; $E_\ell(^2_1\mathrm{H}) = 2{,}22$ MeV ; $E_\ell(^3_1\mathrm{H}) = 8{,}48$ MeV

On reporte les trois masses de la question 2.2.4 dans l'expression de la question 2.3.1 :

Somme des termes en m_p et m_n : $(2-1-1)\,m_p + (2+1-1-2)\,m_n = 0$. Il reste les termes en E_ℓ :

$$m(^4_2\mathrm{He}) + m_n - m(^2_1\mathrm{H}) - m(^3_1\mathrm{H}) = \frac{-E_\ell(^4_2\mathrm{He}) + E_\ell(^2_1\mathrm{H}) + E_\ell(^3_1\mathrm{H})}{c^2}$$

En multipliant par c^2 et en prenant la valeur absolue :

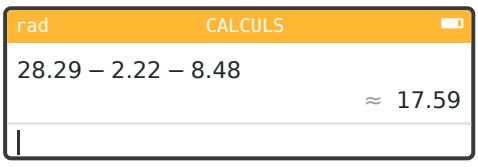
$$|\Delta E| = \left|E_\ell(^4_2\mathrm{He}) - E_\ell(^2_1\mathrm{H}) - E_\ell(^3_1\mathrm{H})\right| = |28{,}29 - 2{,}22 - 8{,}48|$$

$$\boxed{|\Delta E| = 17{,}59 \text{ MeV}}$$

PIÈGE
Chercher une énergie de liaison pour le neutron : c'est un nucléon isolé, il n'en a pas. La case vide du tableau vaut zéro.

COMPRENDRE
Les nucléons se conservent : leurs masses disparaissent du bilan. L'énergie libérée est le gain d'énergie de liaison, le noyau d'hélium 4 étant bien plus lié que les deux réactifs.

À LA CALCULATRICE



3.1 Le mélange étant équimolaire, montrer que le nombre N de noyaux de deutérium (ou de tritium) présents dans la microbille est $N = 3{,}59 \times 10^{19}$.

Données utiles $m = 300\ \mu$g ; $m(^2_1\mathrm{H}) = 2{,}01355$ u ; $m(^3_1\mathrm{H}) = 3{,}01550$ u ; 1 u $= 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg

Mélange équimolaire : la bille contient autant de noyaux de deutérium que de tritium, soit N de chaque. Sa masse est donc

$$m = N\,m(^2_1\mathrm{H}) + N\,m(^3_1\mathrm{H}) \quad \text{d'où} \quad N = \frac{m}{m(^2_1\mathrm{H}) + m(^3_1\mathrm{H})}$$

Avec $m = 300\ \mu\mathrm{g} = 300 \times 10^{-9}$ kg et les masses converties en kilogrammes :

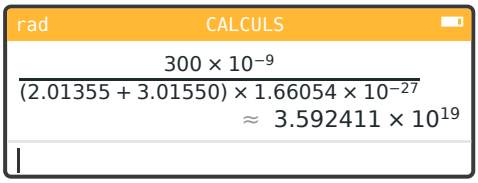
$$N = \frac{300 \times 10^{-9}}{(2{,}01355 + 3{,}01550) \times 1{,}66054 \times 10^{-27}}$$

$$\boxed{N = 3{,}59 \times 10^{19} \text{ noyaux de chaque sorte, valeur attendue.}}$$

PIÈGE
Convertir $300\ \mu$g en 300×10^{-6} kg. Le microgramme vaut 10^{-6} g, soit 10^{-9} kg.

MÉTHODE
Dans un mélange équimolaire, raisonner sur une « paire » deutérium-tritium : N est la masse totale divisée par la masse d'une paire.

À LA CALCULATRICE



3.2 En déduire l'énergie totale E_{tot} produite par la réaction de fusion dans la cible. La comparer à l'énergie E_{LMJ} fournie par le laser mégajoule.

Données utiles $N = 3{,}59 \times 10^{19}$ (3.1) ; $|\Delta E| = 17{,}59$ MeV (2.3.2) ; $1\ \text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J ; $E_{LMJ} = 1{,}8 \times 10^{6}$ J (1.2)

Chaque fusion consomme un noyau de deutérium et un noyau de tritium : il se produit N réactions.

$$E_{tot} = N \times |\Delta E| = 3{,}59 \times 10^{19} \times 17{,}59 = 6{,}31 \times 10^{20}\ \text{MeV}$$

Conversion en joules ($1\ \text{MeV} = 10^{6}\ \text{eV}$) :

$$E_{tot} = 3{,}59 \times 10^{19} \times 17{,}59 \times 10^{6} \times 1{,}602 \times 10^{-19} = 1{,}01 \times 10^{8}\ \text{J}$$

Comparaison : $\dfrac{E_{tot}}{E_{LMJ}} = \dfrac{1{,}01 \times 10^{8}}{1{,}8 \times 10^{6}} \approx 56$

$E_{tot} = 1{,}01 \times 10^{8}$ J $= 101$ MJ : la fusion libère environ 56 fois l'énergie fournie par le laser.

PIÈGE

Multiplier par $2N$. Une réaction utilise un noyau de chaque sorte : avec N deutériums et N tritiums, il y a N fusions, pas $2N$.

COMPRENDRE

Ce bilan suppose que tous les noyaux de la bille fusionnent. Il s'agit donc d'une énergie maximale, mais l'ordre de grandeur montre l'intérêt du procédé.

À LA CALCULATRICE

