Détartrant à base d'acide lactique

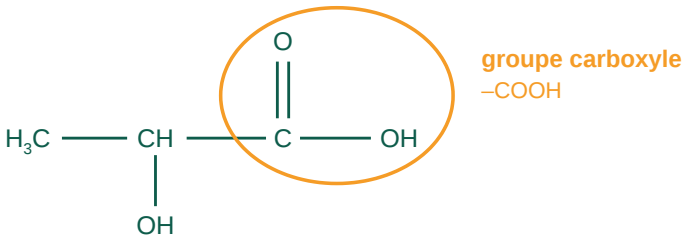
Bac S 2011 Métropole (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Recopier la formule de l'acide lactique, puis entourer et nommer le groupe caractéristique responsable de l'acidité de la molécule.

Le groupe entouré sur la formule est responsable de l'acidité : il peut céder l'ion H^+ porté par son atome d'oxygène.

Groupe **carboxyle** $-COOH$ (fonction acide carboxylique).

PIÈGE
La molécule porte deux groupes $-OH$. Celui lié au carbone central est un groupe hydroxyle (fonction alcool), qui n'est pas acide dans l'eau : il ne faut pas l'entourer.



1.1 · Formule de l'acide lactique, groupe carboxyle entouré

1.2.1 On note AH la molécule d'acide lactique. Écrire l'équation de la réaction de l'acide lactique avec l'eau.

L'acide AH cède un ion H^+ à l'eau, qui joue le rôle de base :

$$AH\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)$$

COMPRENDRE
Le sujet de 2011 écrit les équations avec le signe « = ». Aujourd'hui, on note par une double flèche une transformation non totale ; la question 1.2.4 montre que c'est le cas ici.

1.2.2 Compléter, avec les notations de l'énoncé, le tableau descriptif de l'évolution du système (tableau A1 de l'annexe).

Données utiles concentration apportée c ; volume V de la solution

Quantité initiale d'acide : $n_i(AH) = cV$. L'eau est le solvant, elle est en excès. Chaque mole d'acide qui réagit donne une mole de A^- et une mole de H_3O^+.

État final : $n_f(AH) = cV - x_f$; $n_f(A^-) = n_f(H_3O^+) = x_f$

Équation chimique		AH(aq)	+	H_2O(l)	⇌	A^-(aq)	+	H_3O^+(aq)
État initial	$x = 0$	c·V		excès		0		0
État final	x_f	c·V – x_f		excès		x_f		x_f

1.2.2 · Tableau A1 de l'annexe complété

1.2.3 Donner l'expression de l'avancement final x_f en fonction du pH de la solution et du volume V.

D'après le tableau, $x_f = n_f(\mathrm{H_3O^+}) = [\mathrm{H_3O^+}]_f \times V$, et par définition du pH, $[\mathrm{H_3O^+}]_f = 10^{-\mathrm{pH}}$ (en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$).

$$x_f = 10^{-\mathrm{pH}} \times V$$

PIÈGE
Écrire $x_f = cV$: c'est l'avancement maximal, celui d'une transformation totale. L'avancement final réel se déduit de la mesure du pH.

1.2.4 Calculer le taux d'avancement final τ de la transformation. La transformation est-elle totale ? Justifier.

Données utiles $c = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $\mathrm{pH} = 1{,}9$; $x_f = 10^{-\mathrm{pH}} \times V$ (1.2.3)

Si la transformation était totale, l'acide serait entièrement consommé : $cV - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = cV$.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{10^{-\mathrm{pH}} \times V}{cV} = \frac{10^{-\mathrm{pH}}}{c}$$

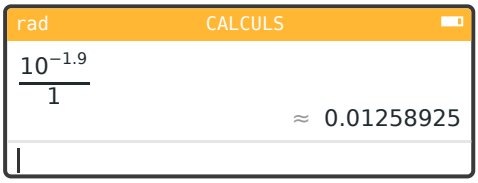
$$\tau = \frac{10^{-1{,}9}}{1} = 1{,}3 \times 10^{-2}$$

$\tau \approx 1\ \%$: τ est très inférieur à 1, la transformation n'est **pas totale** (elle est très limitée).

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : c est donnée avec un seul chiffre et le pH au dixième. Le résultat ne mérite donc pas mieux qu'un ordre de grandeur, environ 1 %.

MÉTHODE
Le volume V se simplifie : $\tau = 10^{-\mathrm{pH}}/c$ pour tout acide faible seul dans l'eau. Inutile de calculer x_f et x_{max} séparément.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Donner l'expression de la constante d'acidité K_A du couple acide lactique / ion lactate.

$$K_A = \frac{[\mathrm{A^-}]_f \times [\mathrm{H_3O^+}]_f}{[\mathrm{AH}]_f}$$

COMPRENDRE
L'eau, solvant, ne figure pas dans l'expression. Les concentrations sont celles de l'état final (équilibre), exprimées en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; K_A est sans unité.

1.3.2 À partir de l'expression de K_A, calculer le rapport $\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f}$.

Données utiles $K_A = 1{,}3 \times 10^{-4}$; $\mathrm{pH} = 1{,}9$

On isole le rapport dans l'expression de K_A, avec $[\mathrm{H_3O^+}]_f = 10^{-\mathrm{pH}}$:

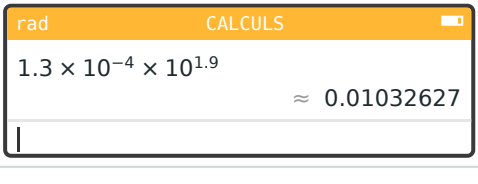
$$\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = \frac{K_A}{[\mathrm{H_3O^+}]_f} = \frac{K_A}{10^{-\mathrm{pH}}} = K_A \times 10^{\mathrm{pH}}$$

$$\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = 1{,}3 \times 10^{-4} \times 10^{1{,}9}$$

$$\frac{[\mathrm{A^-}]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = 1{,}0 \times 10^{-2}$$

COMPRENDRE
Ce rapport est du même ordre que τ (1.2.4) : environ une molécule d'acide sur cent est dissociée. Le léger écart entre les deux valeurs vient de la précision limitée du pH.

À LA CALCULATRICE



1.3.3 En déduire l'espèce qui prédomine dans la solution de détartrant.

Données utiles $\dfrac{[\mathrm{A}^-]_f}{[\mathrm{AH}]_f} = 1{,}0 \times 10^{-2}$ (1.3.2)

Le rapport est inférieur à 1, donc $[\mathrm{A}^-]_f < [\mathrm{AH}]_f$: l'acide est environ cent fois plus concentré que sa base conjuguée.

L'espèce prédominante est l'**acide lactique AH**.

MÉTHODE
Autre justification : $\mathrm{p}K_A = -\log K_A \approx 3{,}9$. Comme $\mathrm{pH} = 1{,}9 < \mathrm{p}K_A$, la forme acide du couple prédomine.

2.1 Choisir le lot de verrerie permettant de réaliser la dilution au dixième le plus précisément. Justifier l'élimination des trois autres lots.

Diluer 10 fois : la quantité de soluté se conserve, $c \times V_{\text{mère}} = c_d \times V_{\text{fille}}$ avec $c_d = \dfrac{c}{10}$, donc $V_{\text{fille}} = 10 \times V_{\text{mère}}$. Une dilution précise exige une pipette jaugée pour le prélèvement et une fiole jaugée pour la solution fille.

- Lot A : éliminé, ni le bécher ni l'éprouvette ne sont de la verrerie jaugée.
- Lot B : éliminé, 10,0 mL dans 1,000 L donne une dilution au centième.
- Lot D : éliminé, l'éprouvette graduée prélève de façon trop peu précise.

Lot C : pipette jaugée de 10,0 mL et fiole jaugée de 100,0 mL (facteur $\dfrac{100{,}0}{10{,}0} = 10$).

PIÈGE
Le lot B ne contient que de la verrerie jaugée : il faut calculer son facteur de dilution (100) pour l'écarter. Vérifier la précision du matériel ne suffit pas.

2.2.1 Écrire l'équation de la réaction support du titrage (on note AH la molécule d'acide lactique).

L'acide AH réagit avec la base HO^- ; les ions Na^+ sont spectateurs.

$$\mathrm{AH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

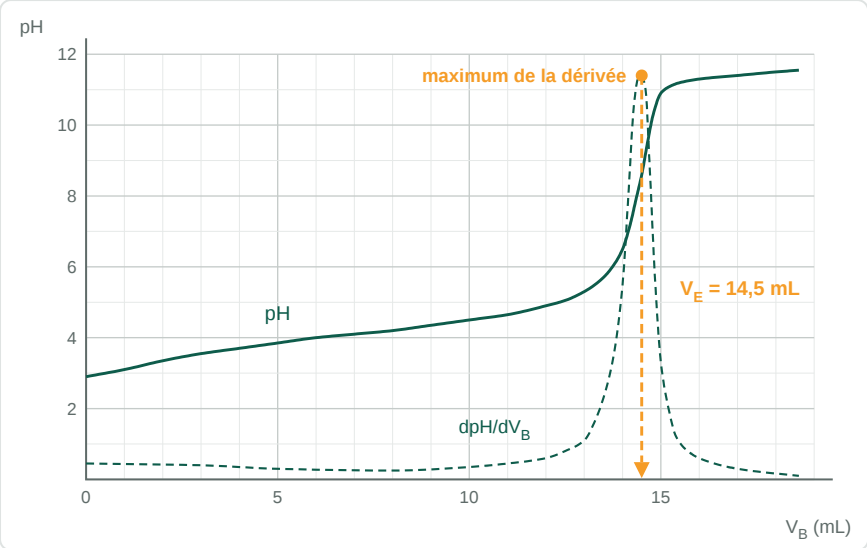
COMPRENDRE
Une réaction support de titrage doit être totale et rapide : on l'écrit avec une flèche simple.

2.2.2 Déterminer graphiquement, sur la figure A2 de l'annexe, le volume V_E de solution d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence.

À l'équivalence, le pH varie le plus brutalement : la courbe dérivée $\dfrac{\mathrm{d\,pH}}{\mathrm{d}V_B}$ passe par un maximum. On repère l'abscisse du sommet du pic.

$V_E = 14{,}5\ \mathrm{mL}$

MÉTHODE
Quand la courbe dérivée est fournie, elle donne V_E plus sûrement que la méthode des tangentes parallèles. Une lecture entre 14,4 et 14,6 mL est acceptable.



2.2.2 · Figure A2 de l'annexe : repérage du volume à l'équivalence

2.2.3 En précisant la démarche suivie, calculer la concentration c_d en acide lactique dans la solution diluée.

Données utiles $V_A = 5{,}0\ \text{mL}$; $c_B = 0{,}20\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_E = 14{,}5\ \text{mL}$ (2.2.2)

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation du titrage (une mole de HO^- pour une mole de AH) :

$$n_i(\text{AH}) = n_E(\text{HO}^-) \quad \text{soit} \quad c_d \times V_A = c_B \times V_E$$

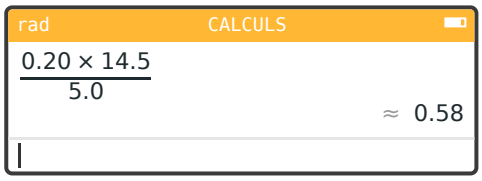
$$c_d = \frac{c_B \times V_E}{V_A} = \frac{0{,}20 \times 14{,}5}{5{,}0}$$

$$\boxed{c_d = 0{,}58\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

COMPRENDRE

Les deux volumes peuvent rester en mL, car seul leur rapport intervient. Deux chiffres significatifs, comme c_B et V_A.

À LA CALCULATRICE



2.2.4 En déduire la valeur de la concentration c en acide lactique dans le détartrant.

Données utiles $c_d = 0{,}58\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.2.3) ; dilution au dixième

Le détartrant a été dilué 10 fois avant le titrage : $c = 10 \times c_d = 10 \times 0{,}58$

$$\boxed{c = 5{,}8\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

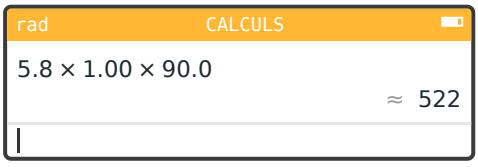
2.2.5 Calculer la masse d'acide lactique présente dans 1,00 L de détartrant.

Données utiles $c = 5{,}8\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.2.4) ; $M = 90{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $V_0 = 1{,}00\ \text{L}$

$$m_{\text{acide}} = n \times M = c \times V_0 \times M = 5{,}8 \times 1{,}00 \times 90{,}0 = 522\ \text{g}$$

$$\boxed{m_{\text{acide}} = 5{,}2 \times 10^2\ \text{g}}$$

À LA CALCULATRICE



2.2.6 Montrer que le pourcentage massique d'acide lactique présent dans le détartrant est cohérent avec l'indication de l'étiquette.

Données utiles $\rho = 1{,}13\ \text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$; $m_{\text{acide}} = 522\ \text{g}$ dans 1,00 L (2.2.5) ; étiquette : 45 % en masse

Masse de 1,00 L de détartrant : $m_{\text{sol}} = \rho \times V_0 = 1{,}13 \times 1{,}00 = 1{,}13\ \text{kg} = 1{,}13 \times 10^3\ \text{g}$.

$$w = \frac{m_{\text{acide}}}{m_{\text{sol}}} = \frac{522}{1{,}13 \times 10^3} = 0{,}46$$

Pourcentage massique : 46 %, très proche des 45 % annoncés (écart relatif d'environ 3 %) : le résultat est cohérent avec l'étiquette.

PIÈGE
Diviser 522 g par 1,13 kg sans convertir : les deux masses doivent être dans la même unité avant de former le rapport.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{522}{1.13 \times 10^3}$ ≈ 0.4619469

$\frac{46.2 - 45}{45}$ ≈ 0.02666667

3.1 En considérant le dioxyde de carbone comme un gaz parfait, donner l'expression de l'avancement x en fonction de la pression $P(\text{CO}_2)$ et du volume V_g.

D'après l'énoncé, $x = n(\text{CO}_2)$. La loi des gaz parfaits appliquée au dioxyde de carbone s'écrit $P(\text{CO}_2) \times V_g = n(\text{CO}_2) \times R \times T$, d'où :

$$x = \frac{P(\text{CO}_2) \times V_g}{R \times T}$$

3.2 Calculer la valeur de l'avancement à l'état final.

Données utiles $P_f(\text{CO}_2) = 155\ \text{hPa}$ (tableau) ; $V_g = 310\ \text{mL}$; $R = 8{,}314\ \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $T = 298\ \text{K}$

À partir de 330 s, la pression ne varie plus : l'état final est atteint, avec $P_f(\text{CO}_2) = 155\ \text{hPa} = 155 \times 10^2\ \text{Pa}$. Par ailleurs $V_g = 310\ \text{mL} = 310 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$.

$$x_f = \frac{P_f(\text{CO}_2) \times V_g}{R \times T} = \frac{155 \times 10^2 \times 310 \times 10^{-6}}{8{,}314 \times 298}$$

$$x_f = 1{,}94 \times 10^{-3}\ \text{mol} = 1{,}94\ \text{mmol}$$

PIÈGE
Deux conversions sont indispensables : $1\ \text{hPa} = 10^2\ \text{Pa}$ et $1\ \text{mL} = 10^{-6}\ \text{m}^3$. En oublier une fausse le résultat d'un facteur 100 ou 10^6.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{155 \times 10^2 \times 310 \times 10^{-6}}{8.314 \times 298}$ ≈ 0.001939399

3.3 Vérifier que cette valeur est en accord avec la figure A3 de l'annexe.

Données utiles $x_f = 1{,}94$ mmol (3.2)

Sur la figure A3, la courbe atteint un palier horizontal au-delà de 300 s. Ce palier se situe juste sous la graduation 2 mmol : on lit $x_f \approx 1{,}9$ mmol.

La lecture graphique ($\approx 1{,}9$ mmol) est en accord avec la valeur calculée, 1,94 mmol.

3.4 Déterminer graphiquement le temps de demi-réaction $t_{1/2}$. La méthode doit apparaître sur la figure A3 de l'annexe.

Données utiles $x_f = 1{,}94$ mmol (3.2)

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement vaut la moitié de sa valeur finale :

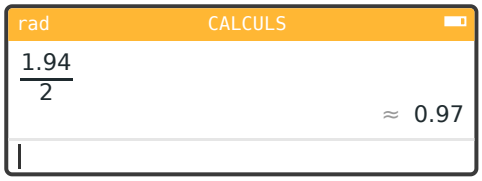
$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{1{,}94}{2} = 0{,}97 \text{ mmol}$$

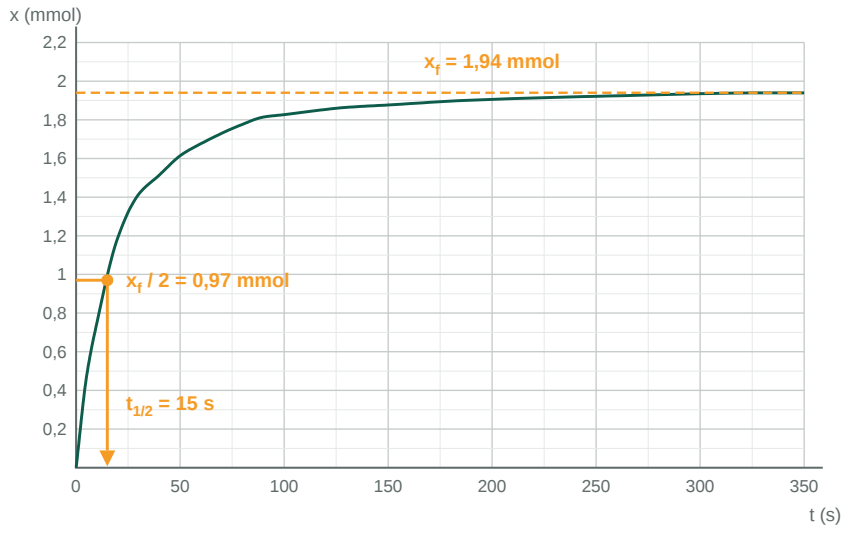
On trace l'horizontale d'ordonnée 0,97 mmol jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$t_{1/2} \approx 15$ s

PIÈGE
Prendre la moitié de la durée totale de l'expérience. C'est l'avancement que l'on divise par deux, puis on lit la date correspondante.

À LA CALCULATRICE





3.4 · Figure A3 de l'annexe : avancement final et temps de demi-réaction

3.5 Comment évolue la vitesse volumique de réaction au cours du temps ? Justifier à l'aide de la figure A3 de l'annexe.

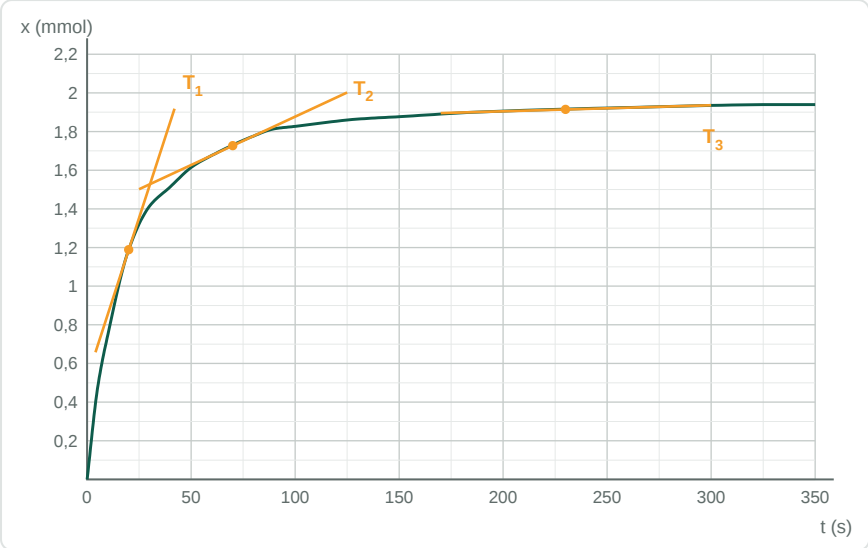
Données utiles $v = \frac{1}{V'} \times \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

Le volume V' est constant, donc v est proportionnelle à $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, qui est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x(t)$ à la date considérée.

Sur la figure A3, les tangentes sont de moins en moins inclinées au fil du temps, puis horizontales à l'état final : leur coefficient directeur diminue jusqu'à s'annuler.

La vitesse volumique de réaction **diminue** au cours du temps, jusqu'à devenir nulle.

COMPRENDRE
Cette baisse s'explique par la consommation des réactifs : la concentration de l'acide lactique diminue, or la concentration d'un réactif est un facteur cinétique.



3.5 · Figure A3 : tangentes à la courbe à trois dates

3.6 Le mode d'emploi conduit à utiliser une solution un peu plus concentrée en acide lactique et à la chauffer. Quelle en est la conséquence sur la durée de détartrage ?

La concentration d'un réactif et la température sont deux facteurs cinétiques : les augmenter rend la transformation plus rapide.

Avec une solution plus concentrée et chauffée, le tartre est éliminé plus vite : la **durée de détartrage diminue**.