# Corrigé complet — Bac S 2007 La Réunion (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**


| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Ex 1 | **Etude cinétique de la réaction de dismutation de l'eau oxygénée**<br>Demi-équations d'oxydoréduction · Tableau d'avancement · Titrage colorimétrique · Catalyse · Vitesse volumique de réaction · Temps de demi-réaction | 6,5 pts | 1 h 18 | 20 questions | p. 2 |
| Ex 2 | **Radioactivité et datation au carbone 14**<br>Radioactivités α et β · Diagramme (Z, N) et vallée de stabilité · Lois de conservation (Soddy) · Loi de décroissance radioactive · Demi-vie et activité · Datation au carbone 14 | 4 pts | 52 min | 14 questions | p. 7 |
| Ex 3 | **Spécialité : Lunette terrestre**<br>Vergence d'une lentille mince · Foyers et plan focal image · Relation de conjugaison · Grandissement · Construction d'images · Lunette afocale | 4 pts | 52 min | 14 questions | p. 10 |
| Ex 4 | **Le trébuchet**<br>Poids et poussée d'Archimède · Deuxième loi de Newton · Chute libre dans un champ de pesanteur uniforme · Équations horaires · Équation de la trajectoire · Portée d'un tir horizontal | 5,5 pts | 1 h 05 | 12 questions | p. 14 |


**Comment s'en servir.** Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

# Etude cinétique de la réaction de dismutation de l'eau oxygénée

Bac S 2007 La Réunion (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

**1** Écrire les deux demi-équations d'oxydoréduction des deux couples auxquels le peroxyde d'hydrogène appartient.

Couple $H_2O_2\,(aq)$ / $H_2O\,(l)$, où $H_2O_2$ est l'oxydant :

$$H_2O_2\,(aq) + 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = 2\,H_2O\,(l)$$

Couple $O_2\,(g)$ / $H_2O_2\,(aq)$, où $H_2O_2$ est le réducteur :

$$O_2\,(g) + 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^- = H_2O_2\,(aq)$$

$H_2O_2 + 2\,H^+ + 2\,e^- = 2\,H_2O$ et $O_2 + 2\,H^+ + 2\,e^- = H_2O_2$

**COMPRENDRE**
En ajoutant la première demi-équation à la seconde lue de droite à gauche, on retrouve la réaction 1 : $H_2O_2$ joue les deux rôles, c'est une dismutation.

**MÉTHODE**
Équilibrer dans l'ordre : l'élément autre que O et H, puis O avec $H_2O$, puis H avec $H^+$, enfin les charges avec des électrons.

**2** Compléter le tableau d'évolution du système donné en annexe.

Le coefficient de $H_2O_2$ vaut 2 : il en disparaît $2x$ quand l'avancement vaut $x$. Celui de $O_2$ vaut 1 : il s'en forme $x$. L'eau est le solvant, en large excès.

$n_t(H_2O_2) = n_0(H_2O_2) - 2x(t)$ et $n_t(O_2) = x(t)$ ; à l'état final, $x(t)$ est remplacé par $x_{max}$.

**PIÈGE**
Écrire $n_0(H_2O_2) - x$ en oubliant le coefficient stœchiométrique 2 : toute la suite de l'exercice (concentration attendue, vitesse, demi-réaction) serait alors fausse.

| Équation chimique | | 2 $H_2O_2$(aq) = 2 $H_2O$(ℓ) + $O_2$(g) | | |
|---|---|---|---|---|
| État du système | Avancement (en mol) | Quantités de matière (en mol) | | |
| État initial | x = 0 | $n_0(H_2O_2)$ | solvant | $n_0(O_2) = 0$ |
| État en cours de transformation | x(t) | $n_0(H_2O_2) - 2\,x(t)$ | | x(t) |
| État final | $x_{max}$ | $n_0(H_2O_2) - 2\,x_{max}$ | | $x_{max}$ |

**2** · Annexe complétée (en orange, ce que l'élève écrit)

**1.1** D'après la définition du titre, quel volume de dioxygène $V(O_2)$ serait libéré par un volume $V = 1{,}00$ L de la solution commerciale ?

**Données utiles** eau oxygénée « à 10 volumes »

Le titre est le volume de dioxygène, en litres, que libère un litre de solution. La solution est à 10 volumes et on en considère exactement un litre.

$V(O_2) = 10$ L

**1.2** Calculer la quantité de dioxygène formé au cours de cette transformation.

**Données utiles** $V(O_2) = 10$ L (Q1.1) ; $V_m \approx 25$ L · mol$^{-1}$

Pour un gaz : $n(O_2) = \dfrac{V(O_2)}{V_m}$

$$n(O_2) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0{,}40 \text{ mol}$$

$n(O_2) = 0{,}40$ mol

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $V_m$ et le titre. Sans calculatrice, simplifier la fraction avant de diviser : $\dfrac{10}{25} = \dfrac{2}{5}$.

**1.3** La transformation étant considérée comme totale, vérifier que la concentration attendue vaut $[H_2O_2]_{th} = 8{,}0 \times 10^{-1}$ mol · $L^{-1}$.

**Données utiles** $n(O_2) = 0{,}40$ mol (Q1.2) ; $V = 1{,}00$ L

D'après le tableau d'évolution, $n(O_2)_{final} = x_{max}$, donc $x_{max} = 0{,}40$ mol.

Transformation totale : $H_2O_2$ est entièrement consommé, $n_0(H_2O_2) - 2x_{max} = 0$, soit $n_0(H_2O_2) = 2x_{max}$.

$$[H_2O_2]_{th} = \frac{n_0(H_2O_2)}{V} = \frac{2\,V(O_2)}{V_m\,V} = \frac{2 \times 0{,}40}{1{,}00} = 0{,}80 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$[H_2O_2]_{th} = 8{,}0 \times 10^{-1}$ mol · $L^{-1}$, c'est bien la valeur attendue.

**PIÈGE**
Prendre $n_0(H_2O_2) = n(O_2)$ : on trouverait $0{,}40$ mol · $L^{-1}$. Il faut deux moles de $H_2O_2$ pour former une mole de $O_2$.

**2.1** L'ion permanganate donne une coloration violette aux solutions. Comment l'équivalence est-elle repérée au cours du titrage ?

Avant l'équivalence, les ions $MnO_4^-$ versés sont consommés aussitôt par $H_2O_2$ : le mélange reste incolore, les autres espèces étant incolores.

Dès que tout le peroxyde d'hydrogène a réagi, les ions $MnO_4^-$ ajoutés ne sont plus consommés et colorent la solution.

L'équivalence est repérée par l'apparition d'une teinte violette (rose pâle) persistante, à la première goutte de permanganate en excès.

**COMPRENDRE**
Le réactif titrant sert lui-même d'indicateur de fin de titrage : aucun indicateur coloré n'est à ajouter. Avant l'équivalence il est le réactif limitant, après c'est $H_2O_2$.

**2.2** Quelle relation lie la quantité initiale $n_0(H_2O_2)$ dans le bécher et la quantité $n_{eq}(MnO_4^-)$ d'ions permanganate introduits à l'équivalence ?

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction 2 : 5 $H_2O_2$ pour 2 $MnO_4^-$.

$$\frac{n_0(H_2O_2)}{5} = \frac{n_{eq}(MnO_4^-)}{2}$$

**PIÈGE**
Inverser les coefficients. Chaque quantité de matière est divisée par son propre coefficient stœchiométrique : 5 sous $H_2O_2$, 2 sous $MnO_4^-$.

**2.3** Donner l'expression de la concentration $[H_2O_2]_{exp}$ de la solution commerciale en fonction de $C_1$, $V_0$ et $V_{eq}$.

$n_0(H_2O_2) = [H_2O_2]_{exp}\,V_0$ et $n_{eq}(MnO_4^-) = C_1\,V_{eq}$.

La relation de la question 2.2 devient : $\dfrac{[H_2O_2]_{exp}\,V_0}{5} = \dfrac{C_1\,V_{eq}}{2}$

$$[H_2O_2]_{exp} = \frac{5\,C_1\,V_{eq}}{2\,V_0}$$

**2.4** Montrer que l'on a $[H_2O_2]_{exp} = 7{,}3 \times 10^{-1}$ mol · $L^{-1}$.

**Données utiles** $C_1 = 2{,}0 \times 10^{-1}$ mol · $L^{-1}$ ; $V_0 = 10{,}0$ mL ; $V_{eq} = 14{,}6$ mL

$$[H_2O_2]_{exp} = \frac{5 \times 2{,}0 \times 10^{-1} \times 14{,}6}{2 \times 10{,}0} = \frac{1{,}0 \times 14{,}6}{20{,}0} = 0{,}73 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$[H_2O_2]_{exp} = 7{,}3 \times 10^{-1}$ mol · $L^{-1}$, c'est bien la valeur attendue.

**MÉTHODE**
Les deux volumes figurent dans un rapport : on peut les laisser en mL, les unités se simplifient. Sans calculatrice, regrouper d'abord $5 \times 2{,}0 \times 10^{-1} = 1{,}0$.

**2.5** Comparer à la valeur obtenue à la question 1.3. Erreurs de manipulation mises à part, comment expliquer l'écart ?

**Données utiles** $[H_2O_2]_{th} = 8{,}0 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q1.3) ; $[H_2O_2]_{exp} = 7{,}3 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (Q2.4)

$[H_2O_2]_{exp} < [H_2O_2]_{th}$ : l'écart relatif vaut $\dfrac{0{,}80 - 0{,}73}{0{,}80} = \dfrac{0{,}07}{0{,}80} \approx 9\ \%$.

La dismutation (réaction 1) est lente mais elle se produit dans le flacon : depuis la fabrication, une partie du peroxyde d'hydrogène s'est décomposée en eau et en dioxygène.

La solution est moins concentrée qu'annoncé (écart d'environ 9 %) car elle s'est lentement dismutée au cours de sa conservation.

**COMPRENDRE**
Autre limite : le calcul de la question 1.3 utilise $V_m \approx 25\ \text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$ alors que le titre est défini dans les conditions normales, où le volume molaire est plus faible.

**1** Donner la définition d'un catalyseur.

Un catalyseur est une espèce chimique qui augmente la vitesse d'une transformation sans figurer dans l'équation de la réaction : consommé puis régénéré, il se retrouve intact en fin de transformation.

**COMPRENDRE**
Un catalyseur ne change pas l'état final du système : il permet seulement de l'atteindre plus vite.

**2** À quel type de catalyse correspond la catalyse réalisée par un fil de platine ?

Le platine est un solide alors que le réactif $H_2O_2$ est en solution aqueuse : catalyseur et réactif ne sont pas dans la même phase.

Il s'agit d'une catalyse hétérogène.

**COMPRENDRE**
Avec les ions $Fe^{3+}$, dissous comme le réactif, la catalyse est homogène ; avec la catalase, elle est enzymatique.

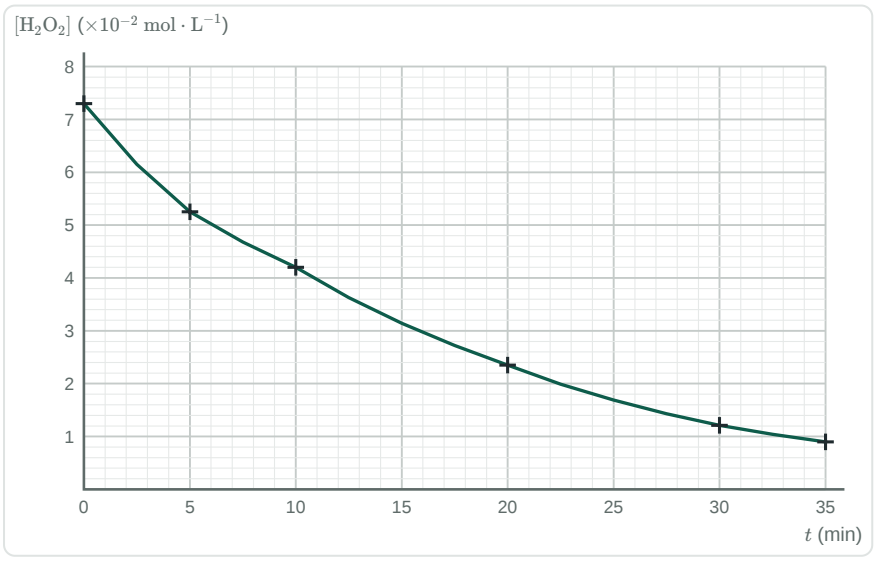
**3** Tracer l'évolution de la concentration en peroxyde d'hydrogène en fonction du temps.

**Données utiles** tableau des mesures ; échelles : 2 cm pour 5 min et 2 cm pour $1 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

On place les six points de mesure par des croix, puis on trace à main levée une courbe régulière passant au plus près des points.

Courbe décroissante, de moins en moins pentue, de $7{,}30 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à $t = 0$ jusqu'à $0{,}90 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à $t = 35$ min.

**PIÈGE**
Relier les points à la règle par des segments. Graduer les axes, indiquer les grandeurs et leurs unités, et respecter les échelles imposées : le premier point est à 14,6 cm de hauteur.




**3** · Concentration en peroxyde d'hydrogène en fonction du temps

**4** À l'aide du tableau d'évolution, exprimer l'avancement $x(t)$ en fonction de $n_t(\mathrm{H_2O_2})$ et de $n_0(\mathrm{H_2O_2})$.

Ligne « en cours de transformation » du tableau : $n_t(\mathrm{H_2O_2}) = n_0(\mathrm{H_2O_2}) - 2x(t)$, donc $2x(t) = n_0(\mathrm{H_2O_2}) - n_t(\mathrm{H_2O_2})$.

$$x(t) = \frac{n_0(\mathrm{H_2O_2}) - n_t(\mathrm{H_2O_2})}{2}$$

**5** À partir de $v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ et de la relation de la question 4, montrer que $v = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}[\mathrm{H_2O_2}]}{\mathrm{d}t}$.

On divise la relation de la question 4 par le volume $V$ du mélange, constant :

$$\frac{x(t)}{V} = \frac{1}{2}\left(\frac{n_0(\mathrm{H_2O_2})}{V} - \frac{n_t(\mathrm{H_2O_2})}{V}\right) = \frac{1}{2}\left([\mathrm{H_2O_2}]_0 - [\mathrm{H_2O_2}]\right)$$

Comme $V$ est constant, $v = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{x}{V}\right)$. La concentration initiale $[\mathrm{H_2O_2}]_0$ est une constante : sa dérivée est nulle.

$$v = \frac{1}{2}\left(0 - \frac{\mathrm{d}[\mathrm{H_2O_2}]}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}[\mathrm{H_2O_2}]}{\mathrm{d}t}$$

**PIÈGE**
Oublier de justifier les deux points qui rapportent : $V$ constant (il peut entrer dans la dérivée) et $[\mathrm{H_2O_2}]_0$ constante (dérivée nulle).

**COMPRENDRE**
Le programme actuel ne définit plus la vitesse à partir de l'avancement : on y utilise la vitesse volumique de disparition du réactif, $-\frac{\mathrm{d}[\mathrm{H_2O_2}]}{\mathrm{d}t}$, ici égale à $2v$.

**6** À l'aide de la relation précédente et de la courbe, indiquer comment évolue la vitesse de la transformation au cours du temps. Expliquer.

$\frac{\mathrm{d}[\mathrm{H_2O_2}]}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe à la date $t$. Il est négatif, donc $v$ est positive et vaut la moitié de la valeur absolue de cette pente.

À $t = 0$ la tangente est très inclinée ; ensuite elle se rapproche de plus en plus de l'horizontale.

La vitesse est maximale à $t = 0$ puis diminue au cours du temps.

**MÉTHODE**
Pour comparer des vitesses sur une courbe, tracer la tangente en deux dates et comparer leurs pentes. Aucun calcul n'est nécessaire quand la question porte seulement sur le sens d'évolution.

**7** Comment expliquer que la vitesse évolue de cette manière au cours de la transformation ?

La concentration des réactifs est un facteur cinétique : plus elle est faible, plus la transformation est lente. Or le peroxyde d'hydrogène est consommé, sa concentration baisse au cours du temps.

La vitesse diminue parce que la concentration du réactif $\mathrm{H_2O_2}$ diminue.

**COMPRENDRE**
À l'échelle microscopique, moins il y a de molécules de $\mathrm{H_2O_2}$ par unité de volume, moins les chocs efficaces sont fréquents.

**8** Donner la définition du temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$.

**PIÈGE**
Écrire « la moitié de la durée de la réaction ». La transformation n'est pas à moitié terminée à la moitié du temps, puisque sa vitesse diminue.

**9** Montrer que lorsque $t = t_{1/2}$, alors $[H_2O_2]_{t_{1/2}} = \dfrac{[H_2O_2]_0}{2}$ et en déduire graphiquement la valeur de $t_{1/2}$.

**Données utiles** $[H_2O_2]_0 = 7{,}30 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ; courbe de la question 3

La transformation est totale : $x_f = x_{max}$ et $n_0(H_2O_2) - 2x_{max} = 0$, donc $x_{max} = \dfrac{n_0(H_2O_2)}{2}$.

À $t_{1/2}$ : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_{max}}{2} = \dfrac{n_0(H_2O_2)}{4}$, d'où

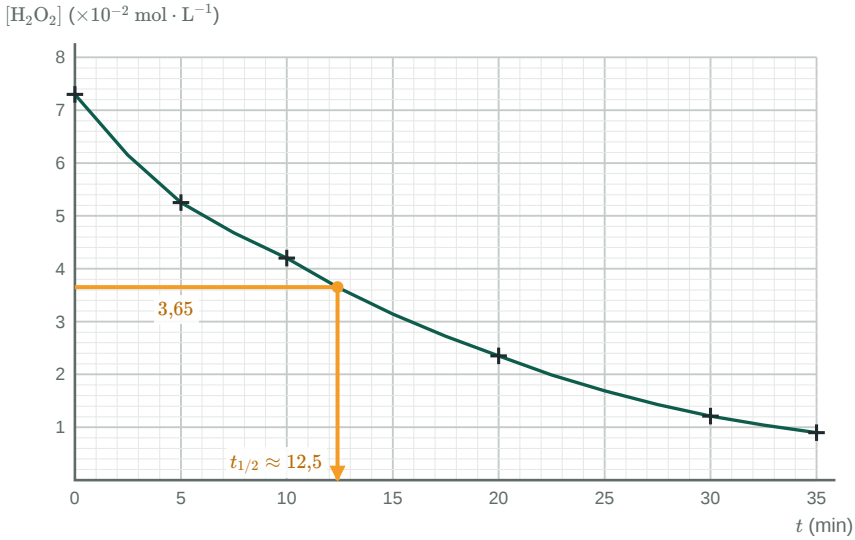
$$n_{t_{1/2}}(H_2O_2) = n_0(H_2O_2) - 2 \times \frac{n_0(H_2O_2)}{4} = \frac{n_0(H_2O_2)}{2}$$

En divisant par le volume $V$ : $[H_2O_2]_{t_{1/2}} = \dfrac{[H_2O_2]_0}{2} = \dfrac{7{,}30 \times 10^{-2}}{2} = 3{,}65 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Sur la courbe, le point d'ordonnée $3{,}65 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (7,3 cm) a pour abscisse environ 12,5 min.

$[H_2O_2]_{t_{1/2}} = \dfrac{[H_2O_2]_0}{2}$ et $t_{1/2} \approx 12{,}5$ min (toute valeur entre 12 et 13 min convient).

**MÉTHODE**
Lecture graphique : partir de l'ordonnée, tracer l'horizontale jusqu'à la courbe, puis la verticale jusqu'à l'axe des temps. Laisser les traits de construction apparents sur la feuille rendue.




**9** · Lecture graphique du temps de demi-réaction

**10** Si la transformation avait été réalisée à une température plus élevée, comment aurait évolué le temps de demi-réaction ? Justifier.

La température est un facteur cinétique : à température plus élevée, la transformation est plus rapide. Avec la même concentration initiale, la concentration $\dfrac{[H_2O_2]_0}{2}$ est atteinte plus tôt.

Le temps de demi-réaction aurait été plus court.

**COMPRENDRE**
C'est pour la raison inverse que le prélèvement est versé dans de l'eau glacée avant le titrage : le refroidissement et la dilution ralentissent fortement la dismutation (trempe).

# Radioactivité et datation au carbone 14

Bac S 2007 La Réunion (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

**1.1** Citer le type de radioactivité étudié en terminale qui n'est pas évoqué dans le texte et donner la composition de la particule émise.

Le texte cite les radioactivités $\beta^-$ et $\beta^+$ (et l'émission $\gamma$) : il manque la radioactivité $\alpha$.

Radioactivité $\alpha$ : la particule émise est un noyau d'hélium $^4_2\text{He}$, formé de 2 protons et de $4-2=2$ neutrons.

**PIÈGE**
Répondre « un atome d'hélium » : la particule $\alpha$ est un noyau, sans électron. Répondre « $\gamma$ » est aussi faux : ce rayonnement est cité dans le texte.

**1.2** Que représente la zone grisée du diagramme (Z, N) de la figure 1 ?

La zone grisée est la **vallée de stabilité** : elle regroupe les noyaux stables, qui ne se désintègrent pas spontanément.

**COMPRENDRE**
Pour $Z<20$, les noyaux stables suivent la droite $N=Z$ ; au-delà, ils ont plus de neutrons que de protons. Au-dessus de la zone grisée (excès de neutrons) : émission $\beta^-$ ; en dessous : émission $\beta^+$.

**1.3.1** Écrire la réaction de désintégration indiquée par la flèche, une seule particule étant émise avec le noyau fils, et indiquer les deux lois de conservation (lois de Soddy).

**Données utiles** flèche du samarium 148 ($Z=62$) vers le néodyme 144 ($Z=60$)

Lois de Soddy : lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons $A$ et conservation du nombre de charge $Z$.

On note $^A_Z\text{X}$ la particule émise : $^{148}_{62}\text{Sm} \longrightarrow {}^{144}_{60}\text{Nd} + {}^A_Z\text{X}$

- nucléons : $148=144+A$, donc $A=4$ ;
- charge : $62=60+Z$, donc $Z=2$.

La particule émise est un noyau d'hélium 4.

$^{148}_{62}\text{Sm} \longrightarrow {}^{144}_{60}\text{Nd} + {}^4_2\text{He}$

**PIÈGE**
Parler de « conservation de la masse » ou « des éléments » : aucune des deux n'est vraie pour une réaction nucléaire. Seuls $A$ et $Z$ (la charge électrique) se conservent.

**1.3.2** Quel type de radioactivité concerne la réaction précédente ?

Le noyau père émet un noyau d'hélium $^4_2\text{He}$.

Il s'agit d'une radioactivité $\alpha$.

**MÉTHODE**
Sur un diagramme (Z, N) ou un tableau de nucléides, une désintégration $\alpha$ se reconnaît à $Z$ qui diminue de 2 et $A$ de 4. Pour une désintégration $\beta$, $A$ ne change pas et $Z$ varie d'une unité.

**2.1** L'azote 14 et le carbone 14 sont-ils isotopes ? Justifier.

**Données utiles** $Z(\text{C})=6$ ; $Z(\text{N})=7$

Deux noyaux isotopes ont le même nombre de protons $Z$ et des nombres de nucléons $A$ différents. Ici, c'est l'inverse : même $A=14$, mais $Z=7$ pour l'azote et $Z=6$ pour le carbone.

L'azote 14 et le carbone 14 ne sont pas isotopes : ils n'ont pas le même numéro atomique.

**COMPRENDRE**
Des isotopes appartiennent au même élément chimique. Le carbone 12 et le carbone 14 sont isotopes : 6 protons chacun, mais 6 neutrons pour l'un et 8 pour l'autre.

**2.2** Vérifier, à l'aide des lois de conservation, que le noyau ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ formé par la réaction entre un neutron et un noyau d'azote 14 est bien du carbone 14.

**Données utiles** ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{1}_{1}\mathrm{p}$ ; $Z(\mathrm{C}) = 6$

- Conservation du nombre de nucléons : $14 + 1 = A + 1$, donc $A = 14$.
- Conservation du nombre de charge : $7 + 0 = Z + 1$, donc $Z = 6$.

$Z = 6$ est le numéro atomique du carbone et le noyau compte 14 nucléons.

${}^{A}_{Z}\mathrm{X} = {}^{14}_{6}\mathrm{C}$ : le noyau formé est bien du carbone 14.

**3.1** Comment se nomme $\lambda$ dans la loi de décroissance radioactive ?

$\lambda$ est la constante radioactive (constante de désintégration) du noyau considéré.

**COMPRENDRE**
$\lambda$ ne dépend que de la nature du noyau, pas de l'âge de l'échantillon ni des conditions extérieures. C'est la probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps.

**3.2.1** Donner la définition de la demi-vie $t_{1/2}$ du carbone 14.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux de carbone 14 initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

**PIÈGE**
Écrire que l'échantillon a disparu au bout de $2\,t_{1/2}$. Il en reste alors le quart : la population est divisée par 2 à chaque demi-vie.

**3.2.2** À l'aide de la loi de décroissance et de la définition de la demi-vie, montrer que $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

À la date $t = t_{1/2}$, la loi de décroissance donne $N(t_{1/2}) = N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$ et la définition donne $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Donc $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$, soit $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$, d'où $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

**MÉTHODE**
Pour faire descendre une inconnue placée en exposant, isoler l'exponentielle puis prendre le logarithme népérien des deux membres : $\ln(e^x) = x$ et $\ln(1/a) = -\ln a$.

**3.2.3** Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de $\lambda$.

$\ln 2$ est un nombre sans dimension et $t_{1/2}$ est une durée, donc

$$[\lambda] = \frac{[\ln 2]}{[t_{1/2}]} = \frac{1}{\mathrm{T}} = \mathrm{T}^{-1}$$

$\lambda$ est l'inverse d'un temps : dans le système international, elle s'exprime en $\mathrm{s}^{-1}$.

**COMPRENDRE**
Autre vérification : l'exposant $\lambda t$ d'une exponentielle doit être sans dimension. On peut exprimer $\lambda$ en $\mathrm{an}^{-1}$ ou en $\mathrm{min}^{-1}$, pourvu que $t$ soit dans l'unité correspondante.

**3.3** À partir de la définition de l'activité (nombre de désintégrations par seconde), montrer que $A = \lambda N$.

**Données utiles** $\Delta N = -\lambda\, N\, \Delta t$

Entre $t$ et $t + \Delta t$, le nombre de noyaux varie de $\Delta N < 0$ : le nombre de désintégrations pendant cette durée est $-\Delta N$.

L'activité est le nombre de désintégrations par unité de temps :

$$A = \frac{-\Delta N}{\Delta t} = \frac{\lambda\, N\, \Delta t}{\Delta t}$$

$\boxed{A = \lambda\, N}$

**PIÈGE**
Oublier le signe « − » et écrire $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ : on obtiendrait une activité négative. $N$ diminue, donc $\Delta N$ est négatif, alors qu'une activité est positive.

**3.4** Calculer le nombre $N$ d'atomes de carbone 14 contenus dans 1 g de carbone dont l'activité est de 13,5 désintégrations par minute.

**Données utiles** $A = 13{,}5\ \text{min}^{-1}$ ; $t_{1/2} = 5730$ ans ; 1 an $= 5{,}26 \times 10^5$ min ; $\frac{5730}{\ln 2} = 8267$ ; $13{,}5 \times 8267 \times 5{,}26 \times 10^5 = 5{,}88 \times 10^{10}$

D'après 3.3 et 3.2.2 : $N = \frac{A}{\lambda} = A \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$.

$A$ est donnée par minute : on exprime $t_{1/2}$ en minutes, $t_{1/2} = 5730 \times 5{,}26 \times 10^5$ min.

$$N = 13{,}5 \times \frac{5730}{\ln 2} \times 5{,}26 \times 10^5 = 13{,}5 \times 8267 \times 5{,}26 \times 10^5$$

Avec l'aide au calcul de l'énoncé :

$\boxed{N = 5{,}88 \times 10^{10}\ \text{atomes de carbone 14 dans 1 g de carbone.}}$

**PIÈGE**
Mélanger les unités de temps : $A$ par minute avec $t_{1/2}$ en années ou en secondes. On peut aussi tout mettre en secondes ($A \div 60$ et $t_{1/2} \times 60$) : les deux facteurs 60 se compensent.

**COMPRENDRE**
Trois chiffres significatifs, comme 13,5 et $5{,}26 \times 10^5$. Le produit exact vaut $5{,}87 \times 10^{10}$ : l'aide au calcul de l'énoncé est arrondie un peu haut, les deux valeurs sont acceptables.

**MÉTHODE**
Calculatrice interdite : écrire le calcul littéral, puis le mettre sous la forme exacte d'une des aides au calcul fournies. Les autres aides correspondent à des erreurs (division par 8267, $\lambda$ en $\text{an}^{-1}$).

**4.1** Démontrer que l'âge $t$ de la mort d'un organisme s'écrit $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$.

**Données utiles** $A = A_0\, e^{-\lambda t}$ ; $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (3.2.2)

$A = A_0\, e^{-\lambda t}$ donne $\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$, soit $-\lambda\, t = \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$.

Donc $t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$, et comme $\frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$ :

$\boxed{t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}$

**4.2** Calculer l'âge $t$ de la tombe du vizir.

**Données utiles** $A = 6{,}68$ et $A_0 = 13{,}5$ désintégrations par minute et par gramme de carbone ; $t_{1/2} = 5730$ ans ; $\frac{5730}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{13{,}5}{6{,}68}\right) = 5816$

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \frac{5730}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{13{,}5}{6{,}68}\right) = 5816\ \text{ans}$$

Les activités sont connues avec trois chiffres significatifs :

$\boxed{t \approx 5{,}82 \times 10^3\ \text{ans : la tombe a environ 5800 ans.}}$

**PIÈGE**
Choisir l'aide au calcul $-5816$ : un âge négatif n'a pas de sens. Comme $A_0 > A$, $\ln(A_0/A)$ est positif.

**COMPRENDRE**
Contrôle : $A$ vaut presque $A_0/2$, donc $t$ est un peu supérieur à une demi-vie (5730 ans).

# Spécialité : Lunette terrestre

Bac S 2007 La Réunion (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

**1.1** Calculer la vergence de l'objectif $L_1$.

**Données utiles** $f'_1 = 10{,}0\text{ cm} = 0{,}100\text{ m}$

$C_1 = \dfrac{1}{f'_1} = \dfrac{1}{0{,}100}$ avec $f'_1$ en mètres.

$C_1 = 10{,}0\ \delta$

**PIÈGE**
Laisser $f'_1$ en centimètres : $\dfrac{1}{10{,}0}$ donnerait $0{,}100$, résultat faux d'un facteur 100. La dioptrie est le $\text{m}^{-1}$.

**COMPRENDRE**
Trois chiffres significatifs, comme $f'_1$. La calculatrice est interdite : toutes les valeurs de l'exercice sont choisies pour se calculer de tête.

**1.2** Où se trouve l'image $A_1B_1$ d'un objet à l'infini donnée par $L_1$ ?

L'objet est à l'infini : les rayons issus de chacun de ses points arrivent parallèles entre eux et convergent dans le plan focal image.

$A_1B_1$ se forme dans le plan focal image de $L_1$, avec $A_1 = F'_1$.

**COMPRENDRE**
Avec la relation de conjugaison : si $\overline{O_1A}$ tend vers $-\infty$, alors $\dfrac{1}{\overline{O_1A}}$ tend vers 0 et $\overline{O_1A_1} = f'_1$.

**1.3** Placer, à l'échelle 1/1, le foyer de la lentille $L_1$ sur la figure 1 de l'annexe.

**Données utiles** $f'_1 = 10{,}0\text{ cm}$

$F'_1$ est sur l'axe, 10,0 cm à droite de $O_1$ (figure en 1.4).

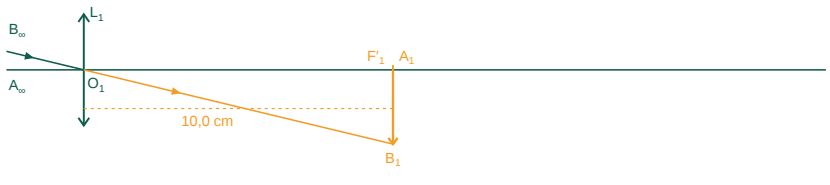
**PIÈGE**
Placer le foyer à gauche de la lentille : la lumière va de gauche à droite, le foyer image d'une lentille convergente est après la lentille.

**1.4** Construire sur la figure 1 de l'annexe l'image intermédiaire $A_1B_1$ donnée par $L_1$.

Le rayon issu de $B_\infty$ passe par le centre optique $O_1$ : il n'est pas dévié. On le prolonge jusqu'au plan focal image, qu'il coupe en $B_1$.

$A_1B_1$ est perpendiculaire à l'axe en $F'_1$, sous l'axe : image renversée.

**MÉTHODE**
Objet à l'infini : un seul rayon suffit, celui qui passe par le centre optique. Son intersection avec le plan focal image donne directement le point image.




**1.4** · Figure 1 de l'annexe : foyer image de L₁ et image intermédiaire A₁B₁

**2.1** Que vaut le grandissement $\gamma$ dans la situation de la figure 2 de l'annexe ?

$A_2B_2$ a la même taille que $A_1B_1$ mais le sens opposé : $\overline{A_2B_2} = -\overline{A_1B_1}$ .

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = -1$$

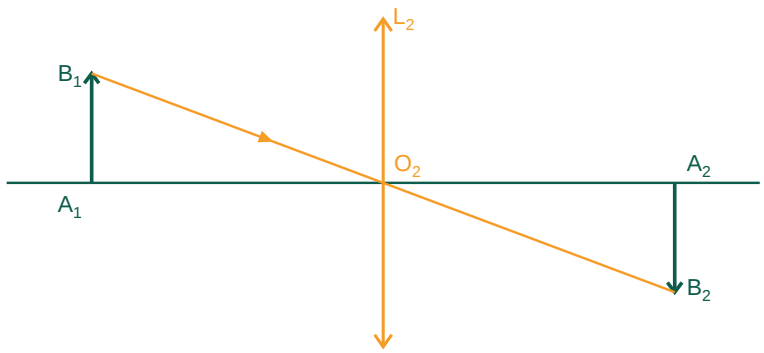
**PIÈGE**
Répondre $\gamma = 1$ parce que les tailles sont égales. Le grandissement est algébrique : son signe négatif traduit le renversement de l'image.

**2.2** Positionner la lentille $L_2$ sur la figure 2 de l'annexe.

Le rayon issu de $B_1$ passant par le centre optique n'est pas dévié et aboutit en $B_2$ : la droite $(B_1B_2)$ coupe l'axe en $O_2$.

$L_2$ est perpendiculaire à l'axe en $O_2$, milieu de $[A_1A_2]$.

**COMPRENDRE**
Le milieu se justifie par $\gamma = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} = -1$ : objet et image sont à égale distance de la lentille, de part et d'autre.




**2.2** · Figure 2 de l'annexe : position de L2

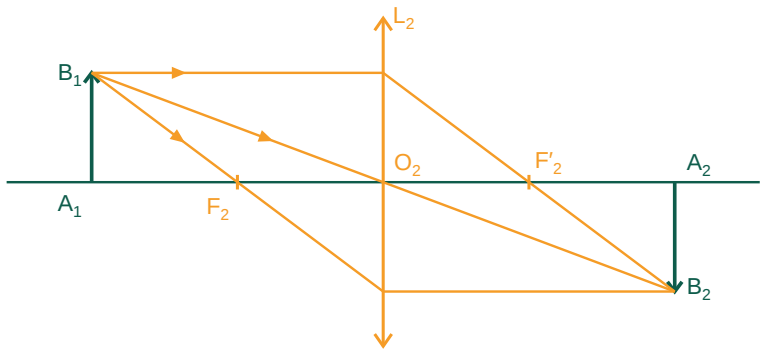
**2.3** En utilisant la marche de deux rayons lumineux particuliers, déterminer la position des foyers de la lentille $L_2$.

Le rayon issu de $B_1$ parallèle à l'axe ressort vers $B_2$ en coupant l'axe au foyer image $F_2'$.

Le rayon qui arrive en $B_2$ parallèlement à l'axe vient de $B_1$ en coupant l'axe au foyer objet $F_2$.

$O_2F_2 = O_2F_2' = 2{,}0$ cm : $F_2$ milieu de $[A_1O_2]$, $F_2'$ milieu de $[O_2A_2]$.

**MÉTHODE**
Pour retrouver des foyers quand objet et image sont connus : tracer le rayon incident parallèle à l'axe (il donne $F'$) et le rayon émergent parallèle à l'axe (il donne $F$).




**2.3** · Figure 2 de l'annexe : trois rayons particuliers et foyers de L2

**2.4** À l'aide de la relation de conjugaison, montrer que le foyer $F_2'$ est le milieu de $[O_2A_2]$.

**Données utiles** $\gamma = -1$ (2.1)

Grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} = -1$, donc $\overline{O_2A_1} = -\overline{O_2A_2}$.

Relation de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{O_2A_2}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A_1}} = \dfrac{1}{\overline{O_2F_2'}}$

Donc $\dfrac{2}{\overline{O_2A_2}} = \dfrac{1}{\overline{O_2F_2'}}$

$\overline{O_2A_2} = 2\,\overline{O_2F_2'}$ : $F_2'$ est le milieu de $[O_2A_2]$.

**PIÈGE**
Oublier que $\overline{O_2A_1}$ est négatif (objet avant la lentille). Avec des longueurs non algébriques, les deux termes se retranchent et la démonstration échoue.

**COMPRENDRE**
Le « $O_2A_2$ » de l'énoncé désigne $O_2A_2$. Ce montage, objet à $2f'$ avant la lentille et image à $2f'$ après, donne toujours une image renversée de même taille.

**2.5** Positionner, à l'échelle 1/1, la lentille $L_2$ sur la figure 1 de l'annexe.

**Données utiles** $f_2' = 2{,}0$ cm ; $\overline{O_2A_2} = 2\,\overline{O_2F_2'}$ (2.4)

$\overline{O_2A_2} = 2f_2' = 4{,}0$ cm et $\overline{O_2A_1} = -4{,}0$ cm.

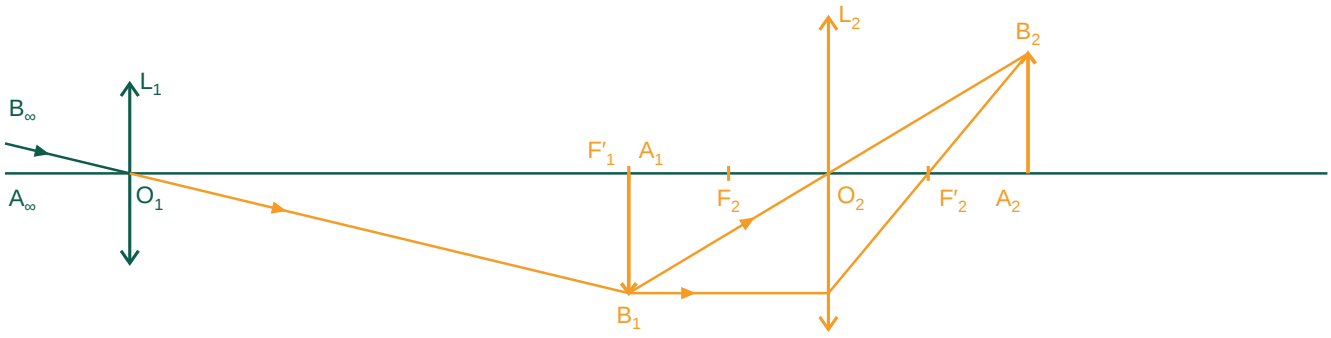
$O_2$ est 4,0 cm à droite de $A_1$, soit $O_1O_2 = 10{,}0 + 4{,}0 = 14{,}0$ cm (figure en 2.6).

**2.6** Positionner l'image $A_2B_2$ donnée par la lentille $L_2$.

**Données utiles** $\overline{O_2A_2} = 4{,}0$ cm (2.5) ; $\gamma = -1$ (2.1)

$A_2$ est 4,0 cm à droite de $O_2$. Comme $\gamma = -1$, $B_2$ est au-dessus de l'axe ; deux rayons issus de $B_1$ (par $O_2$, puis parallèle à l'axe et ressortant par $F_2'$) le confirment.

$A_2B_2$ est à 18,0 cm de $O_1$, de même taille que $A_1B_1$ et dirigée vers le haut.




**2.6** · Figure 1 de l'annexe : véhicule L₂ et image A₂B₂

**2.7** Quel est le rôle de la lentille $L_2$ ?

L'objectif donne une image renversée ; le véhicule la retourne une seconde fois sans changer sa taille.

Le véhicule redresse l'image : l'image finale a le même sens que l'objet observé.

**COMPRENDRE**
Le véhicule n'agrandit rien ($\gamma = -1$). En contrepartie, il allonge l'instrument de $4f_2' = 8{,}0$ cm.

**3.1** Où doit être placée la lentille $L_3$ pour que l'image finale $A_3B_3$ se trouve à l'infini ?

**Données utiles** $f'_3 = 2{,}0$ cm

L'image est à l'infini si l'objet $A_2B_2$ est dans le plan focal objet de $L_3$.

$L_3$ est placée de sorte que $F_3 = A_2$ : $O_3$ est à $f'_3 = 2{,}0$ cm après $A_2$ .

**COMPRENDRE**
Un œil normal voit sans accommoder un objet à l'infini : c'est le sens de « sans fatigue ». Un système qui donne d'un objet à l'infini une image à l'infini est dit afocal.

**3.2** Positionner, à l'échelle 1/1, la lentille $L_3$ sur la figure 1 de l'annexe.

**Données utiles** $O_1A_2 = 18{,}0$ cm (2.6) ; $f'_3 = 2{,}0$ cm

$O_1O_3 = O_1A_2 + f'_3 = 18{,}0 + 2{,}0 = 20{,}0$ cm

$O_3$ est 2,0 cm à droite de $A_2$, à 20,0 cm de $O_1$ (figure en 3.3).

**3.3** Construire l'image finale $A_3B_3$ donnée par la lentille $L_3$.

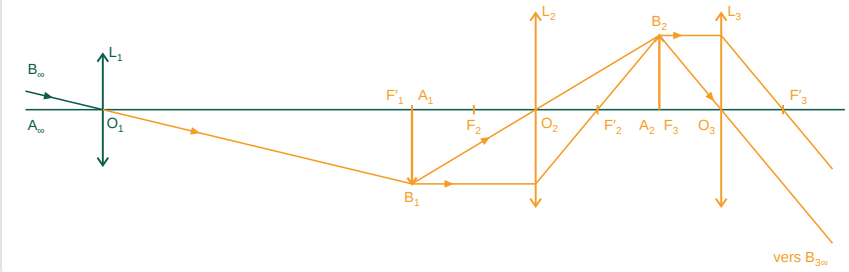
Deux rayons issus de $B_2$ :

- celui qui passe par $O_3$ n'est pas dévié ;
- celui qui arrive parallèlement à l'axe ressort en passant par $F'_3$.

Ils émergent parallèles entre eux : $B_3$ est à l'infini dans leur direction, $A_3$ à l'infini sur l'axe.

**PIÈGE**
Chercher à tout prix un point d'intersection des rayons émergents. S'ils sont parallèles, la construction est juste : il faut l'écrire sur la copie.

**COMPRENDRE**
Les rayons émergents descendent, comme les rayons incidents issus de $B_\infty$ : l'œil voit $B_3$ du même côté de l'axe que $B_\infty$. L'image finale est droite.




**3.3** · Figure 1 de l'annexe complétée : lunette terrestre entière

# Le trébuchet

Bac S 2007 La Réunion (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

**1** Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du poids $\vec{P}$ et de la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ qui s'exercent sur le projectile.

**Données utiles** $m = 130$ kg ; $g \approx 10$ m · s$^{-2}$ ; $\rho_{\text{air}} = 1{,}3$ kg · m$^{-3}$ ; $V = 50$ L

Poids $\vec{P}$ : direction verticale, sens vers le bas, valeur $P = m\,g = 130 \times 10 = 1{,}3 \times 10^3$ N.

Poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ : direction verticale, sens vers le haut, valeur égale au poids de l'air déplacé, $P_A = \rho_{\text{air}}\,V\,g$ avec $V = 50$ L $= 50 \times 10^{-3}$ m$^3$.

$P_A = 1{,}3 \times 50 \times 10^{-3} \times 10 = 0{,}65$ N

$P = 1{,}3 \times 10^3$ N (vers le bas) ; $P_A = 6{,}5 \times 10^{-1}$ N (vers le haut)

**PIÈGE**
Laisser le volume en litres. La masse volumique est en kg · m$^{-3}$ : il faut $V$ en m$^3$, avec 1 L $= 10^{-3}$ m$^3$.

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $g$, $\rho_{\text{air}}$ et $V$. La poussée d'Archimède fait intervenir la masse volumique du fluide (l'air), pas celle du projectile.

**2** Est-il judicieux de négliger par la suite la poussée d'Archimède ?

**Données utiles** $P = 1{,}3 \times 10^3$ N et $P_A = 6{,}5 \times 10^{-1}$ N (Q1)

On compare les deux valeurs par leur rapport :

$$\frac{P}{P_A} = \frac{1{,}3 \times 10^3}{1{,}3 \times 5{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{10^4}{5{,}0} = 2{,}0 \times 10^3$$

$P \approx 2000\,P_A$ : la poussée d'Archimède est négligeable devant le poids, il est judicieux de ne pas en tenir compte.

**MÉTHODE**
Pour savoir si une force est négligeable devant une autre, on calcule le rapport de leurs valeurs. Sans calculatrice, on garde les facteurs communs (ici 1,3) pour simplifier avant de calculer.

**3** En appliquant la deuxième loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées $a_x$ et $a_z$ du vecteur accélération du centre d'inertie du projectile.

Système : le projectile, de masse $m$ constante. Référentiel : terrestre, supposé galiléen.

En chute libre, la seule force exercée est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas, alors que l'axe $Oz$ est orienté vers le haut. En projetant :

$a_x = 0$ et $a_z = -g$

**PIÈGE**
Oublier de préciser le système et le référentiel galiléen, ou écrire $a_z = +g$ sans regarder le sens de l'axe $Oz$.

**COMPRENDRE**
Le « centre d'inertie » de l'ancien programme s'appelle aujourd'hui centre de masse. La masse se simplifie : en chute libre, le mouvement ne dépend pas de la masse du projectile.

**4** Donner l'expression des coordonnées $v_{0x}$ et $v_{0z}$ du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ en fonction de $v_0$ et $\alpha$.

L'angle $\alpha$ est mesuré entre $\vec{v}_0$ et l'horizontale. Dans le triangle rectangle formé par $\vec{v}_0$ et ses projections, le côté adjacent à $\alpha$ est horizontal et le côté opposé est vertical.

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ et $v_{0z} = v_0 \sin\alpha$

**5** Déterminer l'expression des composantes horizontale $v_x(t)$ et verticale $v_z(t)$ du vecteur vitesse du système au cours de son mouvement.

**Données utiles** $a_x = 0$ ; $a_z = -g$ (Q3) ; $v_{0x}$ et $v_{0z}$ (Q4)

Par définition $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, donc $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$ et $\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -g$.

On cherche les primitives : $v_x(t) = C_1$ et $v_z(t) = -g\,t + C_2$, où $C_1$ et $C_2$ sont des constantes.

Condition initiale : à $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0$, d'où $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$.

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha \text{ et } v_z(t) = -g\,t + v_0 \sin\alpha$$

**MÉTHODE**
De l'accélération à la vitesse : 1) écrire $\vec{a} = \mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t$ ; 2) prendre une primitive de chaque coordonnée, avec une constante ; 3) trouver la constante grâce à la vitesse à $t = 0$.

**6** En déduire la nature du mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal. Justifier.

**Données utiles** $v_x(t) = v_0 \cos\alpha$ (Q5)

La composante horizontale de la vitesse, $v_x = v_0 \cos\alpha$, ne dépend pas du temps : elle garde la même valeur pendant tout le mouvement.

En projection sur l'axe horizontal, le mouvement du projectile est **uniforme**.

**COMPRENDRE**
Aucune force n'agit horizontalement ($a_x = 0$), donc rien ne modifie $v_x$. Sur l'axe vertical au contraire, le mouvement est uniformément varié.

**7** Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement du projectile : $x(t)$ et $z(t)$.

**Données utiles** $v_x(t)$ et $v_z(t)$ (Q5) ; position initiale : $x = 0$, $z = H$

Par définition $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, donc $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0 \cos\alpha$ et $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = -g\,t + v_0 \sin\alpha$.

Primitives : $x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t + C_3$ et $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + C_4$.

Condition initiale : à $t = 0$, le projectile est sur l'axe $Oz$ à la hauteur $H$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H$.

$$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t \text{ et } z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + H$$

**PIÈGE**
Oublier la constante $H$ dans $z(t)$ : le projectile ne part pas de l'origine du repère mais d'un point situé à la hauteur $H$ au-dessus du sol.

**8** Montrer que l'équation de la trajectoire du projectile est $z = -\dfrac{1}{2}\,g\,\dfrac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\tan\alpha + H$.

**Données utiles** $x(t)$ et $z(t)$ (Q7)

On élimine le temps. De $x = (v_0 \cos\alpha)\,t$ on tire $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$, que l'on remplace dans $z(t)$ :

$$z = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \cos\alpha} + H$$

Dans le deuxième terme, $v_0$ se simplifie et $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$.

$$z = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\tan\alpha + H$$ : c'est l'expression attendue.

**MÉTHODE**
Équation de la trajectoire : exprimer $t$ en fonction de $x$ à partir de l'équation horaire la plus simple, puis le reporter dans $z(t)$. Il ne doit plus rester de $t$.

**9** Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ? Représenter qualitativement son allure sur la figure 1 de l'annexe.

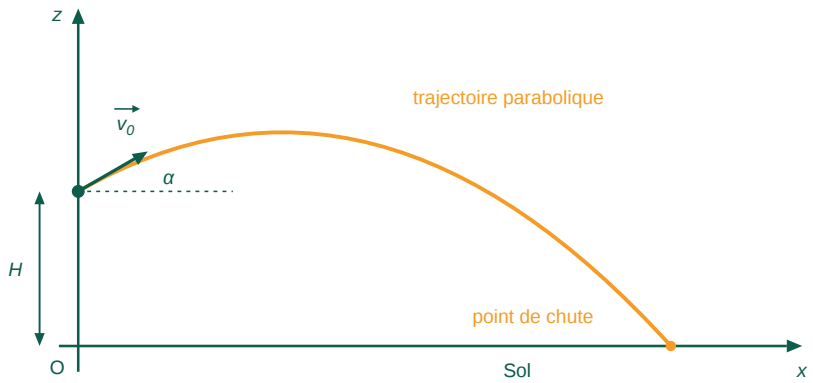
**Données utiles** équation de la trajectoire (Q8)

L'équation est de la forme $z = a\,x^2 + b\,x + c$, avec $a = -\dfrac{g}{2\,v_0^2\cos^2\alpha} < 0$ : $z$ est une fonction polynôme du second degré de $x$.

Tracé sur l'annexe : la courbe part du point de lancement à la hauteur $H$, est tangente à $\vec{v}_0$ en ce point, monte jusqu'à un sommet puis redescend jusqu'au sol.

La trajectoire est une portion de **parabole**, tournée vers le bas.

**PIÈGE**
Tracer une courbe qui part de l'origine O, ou qui ne suit pas la direction de $\vec{v}_0$ au départ. La vitesse est toujours tangente à la trajectoire.




**9** · Figure 1 de l'annexe complétée : allure de la trajectoire (en orange)

**10** En utilisant l'équation de la trajectoire obtenue à la question 8, indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.

**Données utiles** équation de la trajectoire (Q8)

L'équation de la trajectoire contient $g$, $v_0$, $\alpha$ et $H$. L'intensité de la pesanteur $g$ est fixée par le lieu, ce n'est pas un paramètre de lancement. La masse $m$ du projectile n'apparaît pas.

Les paramètres de lancement sont la valeur $v_0$ de la vitesse initiale, l'angle de tir $\alpha$ et la hauteur de lancement $H$ (fixée ici à 10 m par la machine).

**11** Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, montrer que l'abscisse de son point de chute est $x = v_0\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.

**Données utiles** équation de la trajectoire (Q8)

Vitesse initiale horizontale : $\alpha = 0$, donc $\cos\alpha = 1$ et $\tan\alpha = 0$.
L'équation de la trajectoire devient :

$$z = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2} + H$$

Au point de chute, le projectile touche le sol : $z = 0$, soit $\dfrac{1}{2}\,g\,\dfrac{x^2}{v_0^2} = H$, donc $x^2 = \dfrac{2\,H\,v_0^2}{g}$.

Comme $x > 0$ (le projectile avance dans le sens de l'axe $Ox$) :

$x = v_0\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$ : c'est l'expression attendue.

**COMPRENDRE**
$\sqrt{2H/g}$ est la durée de la chute depuis la hauteur $H$ ; pendant cette durée, le projectile avance horizontalement à la vitesse constante $v_0$ .

**12** Avec quelle vitesse initiale horizontale $v_0$ le projectile doit-il être lancé pour atteindre la base du mur du château situé à une distance $x = 100$ m ?

**Données utiles** $x = 100$ m ; $H = 10$ m ; $g \approx 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ; aide au calcul : $\sqrt{0{,}5} = 7{,}1 \times 10^{-1}$

On isole $v_0$ dans la relation de la question 11 :

$$v_0 = x\sqrt{\frac{g}{2H}}$$

$$v_0 = 100 \times \sqrt{\frac{10}{2 \times 10}} = 100 \times \sqrt{0{,}5} = 100 \times 7{,}1 \times 10^{-1}$$

$$\boxed{v_0 = 71\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

**PIÈGE**

Inverser la fraction sous la racine en isolant $v_0$. Vérification par les unités : $g/H$ est en $\text{s}^{-2}$, sa racine en $\text{s}^{-1}$, et le produit par $x$ donne bien des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

**COMPRENDRE**

La calculatrice est interdite : l'aide au calcul indique la forme à faire apparaître, ici $\sqrt{0{,}5}$. Cette vitesse correspond à environ $260\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.