Radioactivité et datation au carbone 14

Bac S 2007 La Réunion (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Citer le type de radioactivité étudié en terminale qui n'est pas évoqué dans le texte et donner la composition de la particule émise.

Le texte cite les radioactivités β^- et β^+ (et l'émission γ) : il manque la radioactivité α.

Radioactivité α : la particule émise est un noyau d'hélium ^4_2He, formé de 2 protons et de $4-2=2$ neutrons.

PIÈGE
Répondre « un atome d'hélium » : la particule α est un noyau, sans électron. Répondre « γ » est aussi faux : ce rayonnement est cité dans le texte.

1.2 Que représente la zone grisée du diagramme (Z, N) de la figure 1 ?

La zone grisée est la **vallée de stabilité** : elle regroupe les noyaux stables, qui ne se désintègrent pas spontanément.

COMPRENDRE
Pour $Z<20$, les noyaux stables suivent la droite $N=Z$; au-delà, ils ont plus de neutrons que de protons. Au-dessus de la zone grisée (excès de neutrons) : émission β^- ; en dessous : émission β^+.

1.3.1 Écrire la réaction de désintégration indiquée par la flèche, une seule particule étant émise avec le noyau fils, et indiquer les deux lois de conservation (lois de Soddy).

Données utiles flèche du samarium 148 ($Z=62$) vers le néodyme 144 ($Z=60$)

Lois de Soddy : lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons A et conservation du nombre de charge Z.

On note ^A_ZX la particule émise : $^{148}_{62}\text{Sm} \longrightarrow {}^{144}_{60}\text{Nd} + {}^A_Z\text{X}$

- nucléons : $148=144+A$, donc $A=4$;
- charge : $62=60+Z$, donc $Z=2$.

La particule émise est un noyau d'hélium 4.

$^{148}_{62}\text{Sm} \longrightarrow {}^{144}_{60}\text{Nd} + {}^4_2\text{He}$

PIÈGE
Parler de « conservation de la masse » ou « des éléments » : aucune des deux n'est vraie pour une réaction nucléaire. Seuls A et Z (la charge électrique) se conservent.

1.3.2 Quel type de radioactivité concerne la réaction précédente ?

Le noyau père émet un noyau d'hélium ^4_2He.

Il s'agit d'une radioactivité α.

MÉTHODE
Sur un diagramme (Z, N) ou un tableau de nucléides, une désintégration α se reconnaît à Z qui diminue de 2 et A de 4. Pour une désintégration β, A ne change pas et Z varie d'une unité.

2.1 L'azote 14 et le carbone 14 sont-ils isotopes ? Justifier.

Données utiles $Z(\text{C})=6$; $Z(\text{N})=7$

Deux noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z et des nombres de nucléons A différents. Ici, c'est l'inverse : même $A=14$, mais $Z=7$ pour l'azote et $Z=6$ pour le carbone.

L'azote 14 et le carbone 14 ne sont pas isotopes : ils n'ont pas le même numéro atomique.

COMPRENDRE
Des isotopes appartiennent au même élément chimique. Le carbone 12 et le carbone 14 sont isotopes : 6 protons chacun, mais 6 neutrons pour l'un et 8 pour l'autre.

2.2 Vérifier, à l'aide des lois de conservation, que le noyau ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ formé par la réaction entre un neutron et un noyau d'azote 14 est bien du carbone 14.

Données utiles ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{1}_{1}\mathrm{p}$; $Z(\mathrm{C}) = 6$

- Conservation du nombre de nucléons : $14 + 1 = A + 1$, donc $A = 14$.
- Conservation du nombre de charge : $7 + 0 = Z + 1$, donc $Z = 6$.

$Z = 6$ est le numéro atomique du carbone et le noyau compte 14 nucléons.

${}^{A}_{Z}\mathrm{X} = {}^{14}_{6}\mathrm{C}$: le noyau formé est bien du carbone 14.

3.1 Comment se nomme λ dans la loi de décroissance radioactive ?

λ est la constante radioactive (constante de désintégration) du noyau considéré.

COMPRENDRE
λ ne dépend que de la nature du noyau, pas de l'âge de l'échantillon ni des conditions extérieures. C'est la probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps.

3.2.1 Donner la définition de la demi-vie $t_{1/2}$ du carbone 14.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux de carbone 14 initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

PIÈGE
Écrire que l'échantillon a disparu au bout de $2\,t_{1/2}$. Il en reste alors le quart : la population est divisée par 2 à chaque demi-vie.

3.2.2 À l'aide de la loi de décroissance et de la définition de la demi-vie, montrer que $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

À la date $t = t_{1/2}$, la loi de décroissance donne $N(t_{1/2}) = N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$ et la définition donne $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Donc $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$, soit $-\lambda\, t_{1/2} = \ln \dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$, d'où $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

MÉTHODE
Pour faire descendre une inconnue placée en exposant, isoler l'exponentielle puis prendre le logarithme népérien des deux membres : $\ln(e^x) = x$ et $\ln(1/a) = -\ln a$.

3.2.3 Par une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de λ.

$\ln 2$ est un nombre sans dimension et $t_{1/2}$ est une durée, donc

$$[\lambda] = \frac{[\ln 2]}{[t_{1/2}]} = \frac{1}{\mathrm{T}} = \mathrm{T}^{-1}$$

λ est l'inverse d'un temps : dans le système international, elle s'exprime en s^{-1}.

COMPRENDRE
Autre vérification : l'exposant λt d'une exponentielle doit être sans dimension. On peut exprimer λ en an^{-1} ou en min^{-1}, pourvu que t soit dans l'unité correspondante.

3.3 À partir de la définition de l'activité (nombre de désintégrations par seconde), montrer que $A = \lambda N$.

Données utiles $\Delta N = -\lambda\, N\, \Delta t$

Entre t et $t + \Delta t$, le nombre de noyaux varie de $\Delta N < 0$: le nombre de désintégrations pendant cette durée est $-\Delta N$.

L'activité est le nombre de désintégrations par unité de temps :

$$A = \frac{-\Delta N}{\Delta t} = \frac{\lambda\, N\, \Delta t}{\Delta t}$$

$\boxed{A = \lambda\, N}$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » et écrire $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$: on obtiendrait une activité négative. N diminue, donc ΔN est négatif, alors qu'une activité est positive.

3.4 Calculer le nombre N d'atomes de carbone 14 contenus dans 1 g de carbone dont l'activité est de 13,5 désintégrations par minute.

Données utiles $A = 13{,}5\ \text{min}^{-1}$; $t_{1/2} = 5730$ ans ; 1 an $= 5{,}26 \times 10^5$ min ; $\frac{5730}{\ln 2} = 8267$; $13{,}5 \times 8267 \times 5{,}26 \times 10^5 = 5{,}88 \times 10^{10}$

D'après 3.3 et 3.2.2 : $N = \frac{A}{\lambda} = A \times \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$.

A est donnée par minute : on exprime $t_{1/2}$ en minutes, $t_{1/2} = 5730 \times 5{,}26 \times 10^5$ min.

$$N = 13{,}5 \times \frac{5730}{\ln 2} \times 5{,}26 \times 10^5 = 13{,}5 \times 8267 \times 5{,}26 \times 10^5$$

Avec l'aide au calcul de l'énoncé :

$\boxed{N = 5{,}88 \times 10^{10}\ \text{atomes de carbone 14 dans 1 g de carbone.}}$

PIÈGE
Mélanger les unités de temps : A par minute avec $t_{1/2}$ en années ou en secondes. On peut aussi tout mettre en secondes ($A \div 60$ et $t_{1/2} \times 60$) : les deux facteurs 60 se compensent.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme 13,5 et $5{,}26 \times 10^5$. Le produit exact vaut $5{,}87 \times 10^{10}$: l'aide au calcul de l'énoncé est arrondie un peu haut, les deux valeurs sont acceptables.

MÉTHODE
Calculatrice interdite : écrire le calcul littéral, puis le mettre sous la forme exacte d'une des aides au calcul fournies. Les autres aides correspondent à des erreurs (division par 8267, λ en an^{-1}).

4.1 Démontrer que l'âge t de la mort d'un organisme s'écrit $t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$.

Données utiles $A = A_0\, e^{-\lambda t}$; $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (3.2.2)

$A = A_0\, e^{-\lambda t}$ donne $\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$, soit $-\lambda\, t = \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$.

Donc $t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$, et comme $\frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$:

$\boxed{t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}$

4.2 Calculer l'âge t de la tombe du vizir.

Données utiles $A = 6{,}68$ et $A_0 = 13{,}5$ désintégrations par minute et par gramme de carbone ; $t_{1/2} = 5730$ ans ; $\frac{5730}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{13{,}5}{6{,}68}\right) = 5816$

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \frac{5730}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{13{,}5}{6{,}68}\right) = 5816\ \text{ans}$$

Les activités sont connues avec trois chiffres significatifs :

$\boxed{t \approx 5{,}82 \times 10^3\ \text{ans : la tombe a environ 5800 ans.}}$

PIÈGE
Choisir l'aide au calcul -5816 : un âge négatif n'a pas de sens. Comme $A_0 > A$, $\ln(A_0/A)$ est positif.

COMPRENDRE
Contrôle : A vaut presque $A_0/2$, donc t est un peu supérieur à une demi-vie (5730 ans).