Corrigé complet — Bac S 2008 Polynésie (ancien programme)

Physique-chimie, Bac S (épreuve écrite) **16 points** **3 h 30**

Ex 1	**Spécialité : Lunette astronomique d'amateur** Lunette astronomique afocale · Relation de conjugaison · Méthode de Silbermann · Construction de rayons lumineux · Grossissement · Cercle oculaire	4 pts	52 min	12 questions	p. 2
Ex 2	**à propos de la radioactivité** Radioactivité β^- et α · Lois de conservation (lois de Soddy) · Énergie libérée et perte de masse · Activité d'un échantillon · Loi de décroissance radioactive · Datation au carbone 14	4 pts	52 min	11 questions	p. 7
Ex 3	**Chute verticale d'un ballon** Deuxième loi de Newton · Poussée d'Archimède · Frottement fluide · Équation différentielle · Méthode d'Euler · Vitesse limite	5 pts	1 h 05	11 questions	p. 10
Ex 4	**à propos des acides chlorhydrique et éthanoïque** Acide de Brønsted · pH et concentration en ions oxonium · Taux d'avancement final · Dilution · Constante d'acidité · Titrage acido-basique	7 pts	1 h 31	19 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Spécialité : Lunette astronomique d'amateur

Bac S 2008 Polynésie (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 L'image nette du Soleil donnée par l'objectif est recueillie sur un écran. Quelle distance objectif-écran doit-on normalement mesurer ? Justifier.

Données utiles $f'_1 = 1{,}15$ m

Le Soleil est un objet très éloigné, considéré à l'infini : dans la relation de conjugaison, $\frac{1}{\overline{O_1A}}$ tend vers 0, donc $\frac{1}{\overline{O_1A'}} = \frac{1}{f'_1}$.

L'image se forme dans le plan focal image de l'objectif ; l'écran s'y trouve quand l'image est nette.

Distance objectif-écran : $\overline{O_1A'} = f'_1 = 1{,}15$ m

COMPRENDRE
Un objet à l'infini envoie sur la lentille des rayons parallèles entre eux : ils convergent dans le plan focal image. C'est la façon la plus rapide d'estimer la distance focale d'une lentille convergente.

1.2.1 Faire la construction graphique de l'expérience de Silbermann : deux rayons remarquables issus de B donnant B', puis placer les foyers F_2 et F'_2 de l'oculaire.

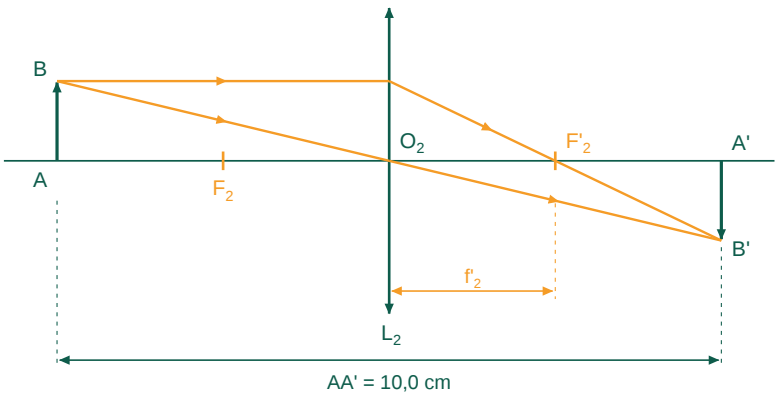
Données utiles image $A'B'$ renversée, de même grandeur que AB ; $AA' = 10{,}0$ cm

On place A et A' sur l'axe optique, puis AB et $A'B'$ de même taille et de sens opposés.

- Le rayon (BB') n'est pas dévié : il passe par le centre optique. Il coupe l'axe en O_2, où l'on dessine la lentille (au milieu de $[AA']$).
- Le rayon issu de B parallèle à l'axe optique ressort de la lentille en direction de B' : il coupe l'axe au foyer image F'_2.
- Le foyer objet F_2 est le symétrique de F'_2 par rapport à O_2.

Construction ci-dessous : O_2 au milieu de $[AA']$, F_2 au milieu de $[AO_2]$, F'_2 au milieu de $[O_2A']$.

MÉTHODE
Ici la lentille n'est pas donnée : on part de l'objet et de l'image. Le rayon passant par le centre optique donne la position de la lentille, le rayon parallèle à l'axe donne ensuite le foyer image.



1.2.1 · Méthode de Silbermann : construction à l'échelle 1/2 environ

1.2.2 À partir du schéma, trouver la relation entre f'_2 et AA'. La valeur de f'_2 obtenue est-elle conforme à l'indication du constructeur ?

Données utiles $AA' = 10{,}0$ cm ; valeur du constructeur : $f'_2 = 25$ mm

Sur le schéma, $AF_2 = F_2O_2 = O_2F'_2 = F'_2A' = f'_2$, donc $AA' = 4\,f'_2$.

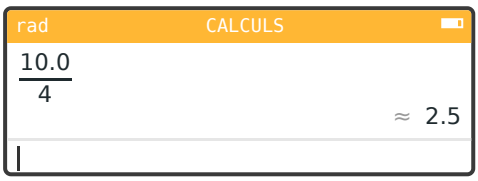
$$f'_2 = \frac{AA'}{4} = \frac{10{,}0}{4} = 2{,}50\text{ cm} = 25{,}0\text{ mm}$$

$f'_2 = \dfrac{AA'}{4} = 25{,}0$ mm : la valeur est conforme à celle du constructeur (25 mm).

COMPRENDRE

Vérification possible : avec $\overline{O_2A} = -2f'_2$, la relation de conjugaison donne $\overline{O_2A'} = +2f'_2$, et le grandissement vaut -1. Trois chiffres significatifs, comme AA' : le 4 est un nombre exact.

À LA CALCULATRICE

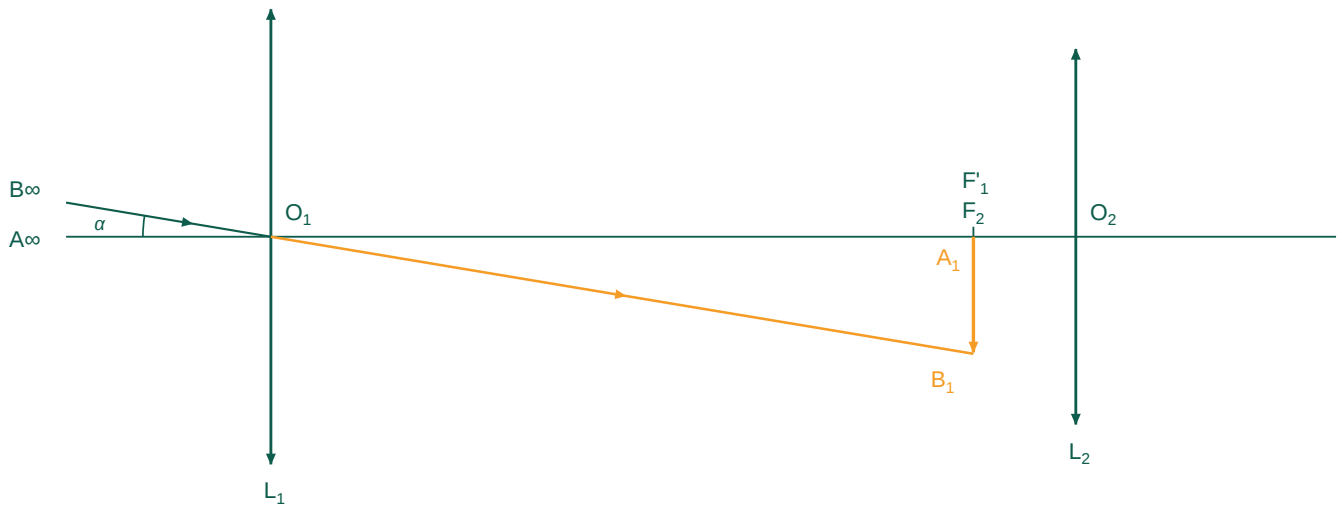


2.1 Construire sur l'annexe l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB donnée par l'objectif L_1.

L'objet AB est à l'infini : son image A_1B_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif (comme à la question 1.1).

- A est sur l'axe optique, donc A_1 est confondu avec F'_1.
- Le rayon issu de B passant par O_1 n'est pas dévié : B_1 est à l'intersection de ce rayon prolongé et du plan perpendiculaire à l'axe passant par F'_1.

A_1B_1 est dans le plan focal image de L_1, avec A_1 en F'_1 ; l'image est renversée.



2.1 · Annexe : image intermédiaire A_1B_1 dans le plan focal image de l'objectif

2.2 Où se forme l'image définitive $A'B'$ donnée par la lunette ? Justifier.

A_1B_1 joue le rôle d'objet pour l'oculaire L_2. La lunette est afocale : F_1' et F_2 sont confondus, donc A_1B_1 se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire.

Avec $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_2} = -f_2'$, la relation de conjugaison donne $\frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f_2'} - \frac{1}{f_2'} = 0$.

L'image définitive $A'B'$ se forme à l'infini.

COMPRENDRE
Une image à l'infini s'observe sans accommoder : l'œil reste au repos, ce qui évite la fatigue. C'est l'intérêt du réglage afocal.

2.3 Tracer le rayon émergent de l'oculaire correspondant au rayon incident issu de B et passant par O_1, en laissant la construction apparente.

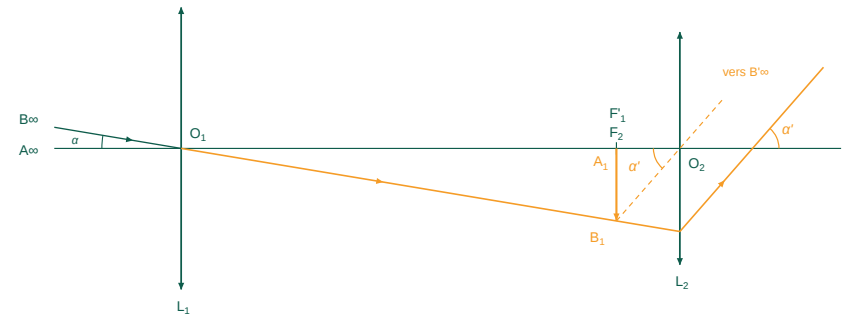
Le rayon issu de B passe par O_1, par B_1, puis atteint l'oculaire L_2.

Construction : on trace en pointillés la droite (B_1O_2). Un rayon qui suivrait cette droite passerait par le centre optique O_2 et ne serait pas dévié.

B_1 est dans le plan focal objet de L_2 : tous les rayons issus de B_1 ressortent de l'oculaire parallèles entre eux.

Le rayon émergent part du point d'arrivée sur L_2, parallèlement à la droite (B_1O_2) ; il se dirige vers B' à l'infini.

PIÈGE
Faire passer le rayon émergent par F_2' : ce serait vrai pour un rayon incident parallèle à l'axe optique, ce qui n'est pas le cas ici.



2.3 · Annexe : rayon émergent et angle α' (questions 2.3 et 2.4)

2.4 Indiquer α' sur l'annexe, exprimer le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ en fonction de f_1' et f_2', puis calculer sa valeur.

Données utiles $f_1' = 1{,}15$ m ; $f_2' = 25$ mm ; $\tan\alpha = \alpha$ et $\tan\alpha' = \alpha'$

α' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents : on le retrouve en O_2, entre l'axe et la droite (B_1O_2) (annexe de la question 2.3).

Triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\alpha = \tan\alpha = \frac{A_1B_1}{O_1F_1'} = \frac{A_1B_1}{f_1'}$

Triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1 : $\alpha' = \tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{f_2'}$

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f_2'} \times \frac{f_1'}{A_1B_1} = \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{1{,}15}{25 \times 10^{-3}} = 46$$

$$G = \frac{f_1'}{f_2'} = 46$$

PIÈGE
Laisser f_1' en mètres et f_2' en millimètres : on obtiendrait 0,046. Un grossissement est un rapport sans unité, les deux distances focales doivent être dans la même unité.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $f_2' = 25$ mm, la donnée la moins précise. Sur l'annexe, les angles ne sont pas petits et α' n'est pas 46 fois plus grand que α : le schéma n'est pas à l'échelle.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.15}{25 \times 10^{-3}} \approx 46$$

2.5 Pour obtenir un grossissement inférieur sans changer d'objectif, faut-il un oculaire de distance focale supérieure ou inférieure à 25 mm ? Justifier.

Données utiles $G = \frac{f'_1}{f'_2}$ (2.4)

f'_1 ne change pas et $G = \frac{f'_1}{f'_2}$: G est inversement proportionnel à f'_2. Pour que G diminue, il faut que f'_2 augmente.

Il faut un oculaire de distance focale supérieure à 25 mm.

3.1 Donner la définition du cercle oculaire.

Le cercle oculaire est l'image de l'objectif (de sa monture circulaire) donnée par l'oculaire.

COMPRENDRE
Toute la lumière entrée par l'objectif et sortant de l'oculaire traverse ce petit disque : c'est l'endroit où le faisceau émergent est le plus étroit.

3.2 Dans le cas de la lunette afocale, construire le cercle oculaire sur l'annexe.

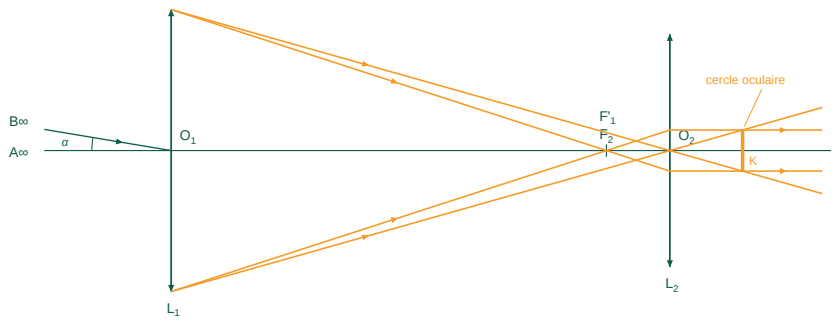
On construit l'image, par l'oculaire L_2, de chacun des deux bords de l'objectif L_1, avec deux rayons issus de ce bord :

- le rayon passant par O_2 n'est pas dévié ;
- le rayon passant par le foyer objet F_2 ressort de L_2 parallèlement à l'axe optique.

Leur intersection donne l'image du bord. On procède de même pour l'autre bord.

Le cercle oculaire est le segment joignant les deux points obtenus ; il est centré en K sur l'axe optique, un peu après F'_2.

MÉTHODE
Pour un objet qui n'est ni à l'infini ni dans un plan focal, on revient à la construction de base : deux rayons remarquables issus d'un même point, dont l'intersection après la lentille donne le point image.



3.2 · Annexe : construction du cercle oculaire, image de l'objectif par l'oculaire

3.3 Calculer la valeur d du diamètre du cercle oculaire.

Données utiles $D_1 = 40$ mm ; $f'_1 = 1{,}15$ m ; $f'_2 = 25$ mm

Sur l'annexe (3.2), le rayon issu du bord de l'objectif et passant par F_2 fait avec l'axe un petit angle β ; il atteint L_2 à la distance $\frac{d}{2}$ de l'axe, puis ressort parallèle à l'axe en passant par le bord du cercle oculaire.

Côté objectif : $\tan\beta = \frac{D_1/2}{f'_1}$. Côté oculaire : $\tan\beta = \frac{d/2}{f'_2}$.

Donc $\frac{D_1}{2f'_1} = \frac{d}{2f'_2}$, soit $d = D_1 \times \frac{f'_2}{f'_1}$.

$$d = 40 \times 10^{-3} \times \frac{25 \times 10^{-3}}{1{,}15} = 8{,}7 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

$$\boxed{d = D_1 \frac{f'_2}{f'_1} = 0{,}87\ \text{mm}}$$

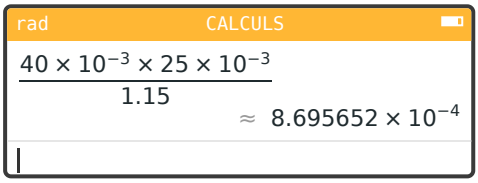
COMPRENDRE

On remarque que $d = \frac{D_1}{G}$: plus la lunette grossit, plus le faisceau qui en sort est étroit. Vérification : $40 \div 46 = 0{,}87$ mm.

MÉTHODE

Autre voie, plus longue : position du cercle oculaire par la relation de conjugaison avec $\overline{O_2O_1} = -(f'_1 + f'_2)$, soit $O_2K = 2{,}55$ cm, puis grandissement $\frac{d}{D_1} = \frac{O_2K}{O_1O_2}$. On retrouve 0,87 mm.

À LA CALCULATRICE



3.4 Où l'astronome doit-il placer son œil, et quel doit être le diamètre de sa pupille, pour recevoir le maximum de lumière ?

Données utiles $d = 0{,}87$ mm (3.3)

Toute la lumière qui sort de la lunette traverse le cercle oculaire.

L'œil doit être placé au niveau du cercle oculaire, juste derrière l'oculaire (environ 2,5 cm), et le diamètre de la pupille doit être au moins égal à celui du cercle oculaire : 0,87 mm.

COMPRENDRE

La pupille de l'œil mesure quelques millimètres, bien plus que 0,87 mm : toute la lumière collectée par l'objectif de 40 mm de diamètre entre alors dans l'œil.

à propos de la radioactivité

Bac S 2008 Polynésie (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Définir un noyau radioactif.

Un noyau radioactif est un noyau **instable** : il se transforme **spontanément** en un autre noyau, en émettant une particule (α, β) et souvent un rayonnement γ.

COMPRENDRE
La désintégration d'un noyau donné est aléatoire : on ne peut pas prévoir sa date. Seul le comportement d'un grand nombre de noyaux est prévisible, par la loi de décroissance.

1.2 Donner la composition du noyau de potassium 40.

Données utiles potassium : $Z = 19$

Le numéro atomique donne le nombre de protons : $Z = 19$. Le nombre 40 est le nombre de nucléons A, d'où $A - Z = 40 - 19 = 21$ neutrons.

Le noyau $^{40}_{19}\mathrm{K}$ contient 19 protons et 21 neutrons.

PIÈGE
Compter 40 neutrons, ou ajouter 19 électrons : le noyau ne contient que des nucléons, et 40 est leur nombre total.

1.3 En indiquant les lois de conservation à respecter, donner l'équation de la désintégration du potassium 40, le noyau fils n'étant pas dans un état excité.

Données utiles extrait de la classification : Ar ($Z = 18$), K ($Z = 19$), Ca ($Z = 20$)

La radioactivité β⁻ est l'émission d'un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$: $^{40}_{19}\mathrm{K} \longrightarrow {}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

Conservation du nombre de nucléons : $40 = A + 0$, donc $A = 40$.

Conservation du nombre de charge : $19 = Z - 1$, donc $Z = 20$: le noyau fils est du calcium.

$$^{40}_{19}\mathrm{K} \longrightarrow {}^{40}_{20}\mathrm{Ca} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

PIÈGE
Écrire $Z = 18$ (argon) : l'électron porte le nombre de charge -1, donc Z augmente d'une unité.

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, aucun photon γ n'accompagne la désintégration : il n'y a rien à ajouter à l'équation.

1.4 Le noyau fils obtenu est-il un isotope du potassium ? Justifier.

Deux isotopes ont le même nombre de protons Z et des nombres de neutrons différents. Ici $Z = 20$ pour le calcium et $Z = 19$ pour le potassium.

Non : le calcium 40 et le potassium 40 n'ont pas le même numéro atomique, ce ne sont pas des isotopes.

PIÈGE
Conclure « oui » parce que les deux noyaux ont le même nombre de nucléons, 40. C'est Z qui définit l'élément chimique.

2.1 Écrire l'expression littérale de l'énergie libérée par la désintégration du radium 226, puis la calculer en J et en MeV.

Données utiles $m(^{226}\mathrm{Ra}) = 225{,}97701$ u ; $m(^{222}\mathrm{Rn}) = 221{,}97029$ u ; $m(^{4}\mathrm{He}) = 4{,}00150$ u ; $1\ \mathrm{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $1\ \mathrm{MeV} = 1{,}60 \times 10^{-13}$ J

La masse diminue pendant la désintégration ; l'énergie libérée correspond à cette perte de masse :

$$E_{\mathrm{lib}} = \left[m(^{226}\mathrm{Ra}) - m(^{222}\mathrm{Rn}) - m(^{4}\mathrm{He})\right] c^2$$

Perte de masse : $225{,}97701 - 221{,}97029 - 4{,}00150 = 5{,}22 \times 10^{-3}$ u.

$$E_{\mathrm{lib}} = 5{,}22 \times 10^{-3} \times 1{,}66054 \times 10^{-27} \times (3{,}00 \times 10^{8})^2 = 7{,}80 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

$$E_{\mathrm{lib}} = \frac{7{,}80 \times 10^{-13}}{1{,}60 \times 10^{-13}} = 4{,}88\ \mathrm{MeV}$$

$$E_{\mathrm{lib}} = 7{,}80 \times 10^{-13}\ \mathrm{J} = 4{,}88\ \mathrm{MeV}$$

PIÈGE
Oublier de convertir la perte de masse en kilogrammes avant de multiplier par c^2, ou arrondir les masses : la différence ne porte que sur les derniers chiffres.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs : la perte de masse ($5{,}22 \times 10^{-3}$ u) et c en ont trois. La variation d'énergie du système, $(m_{\mathrm{finale}} - m_{\mathrm{initiale}})\,c^2$, est négative ; l'énergie libérée est sa valeur absolue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$225.97701 - 221.97029 - 4.00150 \approx 0.00522$

$5.22 \times 10^{-3} \times 1.66054 \times 10^{-27} \times (3.00 \times 10^{8})^{2} \approx 7.801217 \times 10^{-13}$

$\dfrac{7.80121692 \times 10^{-13}}{1.60 \times 10^{-13}} \approx 4.875761$

2.2 Montrer que l'écart relatif entre cette énergie et celle indiquée dans le texte est inférieur à 7 %.

Données utiles $E_{\text{lib}} = 4{,}88$ MeV (2.1) ; valeur du texte : $E_{\text{texte}} = 4{,}6$ MeV

$$\frac{E_{\text{lib}} - E_{\text{texte}}}{E_{\text{texte}}} = \frac{4{,}88 - 4{,}6}{4{,}6} = 0{,}061$$

L'écart relatif vaut $6{,}1\ \%$: il est bien inférieur à $7\ \%$.

MÉTHODE
Écart relatif = |valeur calculée − valeur de référence| ÷ valeur de référence, exprimé en pourcentage. La référence, au dénominateur, est ici la valeur du texte.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{4.88 - 4.6}{4.6} \times 100 \approx 6.086957$

3.1 Exprimer la valeur du curie avec l'unité légale du système international.

Données utiles 1 Ci : 37 milliards de désintégrations par seconde

L'unité légale d'activité est le becquerel : 1 Bq correspond à une désintégration par seconde. Un milliard vaut 10^9.

$1\ \text{Ci} = 37 \times 10^{9}\ \text{Bq} = 3{,}7 \times 10^{10}\ \text{Bq}$

3.2.1 Exprimer l'activité A en fonction de λ, M, N_A et de la masse m de l'échantillon de radium 226.

Données utiles $A = \lambda N$

L'échantillon contient la quantité de matière $n = \dfrac{m}{M}$, donc $N = n\,N_A = \dfrac{m\,N_A}{M}$ noyaux.

$$A = \lambda N = \frac{\lambda\, m\, N_A}{M}$$

3.2.2 Faire l'application numérique et comparer à la valeur obtenue à la question 3.1.

Données utiles $\lambda = 1{,}4 \times 10^{-11}\ \text{s}^{-1}$; $M = 226\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $m = 1$ g

Le curie est l'activité d'un gramme de radium 226 : $m = 1$ g.

$$A = \frac{1{,}4 \times 10^{-11} \times 1 \times 6{,}02 \times 10^{23}}{226} = 3{,}7 \times 10^{10}\ \text{Bq}$$

$A = 3{,}7 \times 10^{10}$ Bq : on retrouve la valeur du curie de la question 3.1.

PIÈGE
Convertir m en kilogrammes en laissant M en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: les deux masses doivent être dans la même unité. Avec λ en s^{-1}, A est en becquerels.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.4 \times 10^{-11} \times 1 \times 6.02 \times 10^{23}}{226} \approx 3.729204 \times 10^{10}$$

4.1 Exprimer l'activité A_0 de l'anneau à la date de sa mort en fonction de A, $t_{1/2}$ et t.

Loi de décroissance radioactive : $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

Donc $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\,t}$, et en isolant A_0 :

$$A_0 = A\,\mathrm{e}^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\,t}$$

PIÈGE
Garder le signe « $-$ » dans l'exposant en isolant A_0. L'activité à la mort est plus grande que l'activité actuelle : l'exponentielle doit être supérieure à 1.

4.2 Faire l'application numérique pour obtenir A_0 en fonction de A.

Données utiles $t = 1570$ ans ; $t_{1/2} = 5{,}73 \times 10^3$ ans

$$A_0 = A\,\mathrm{e}^{\frac{\ln 2 \times 1570}{5{,}73 \times 10^3}} = 1{,}21\,A$$

$$A_0 = 1{,}21\,A$$

COMPRENDRE
t et $t_{1/2}$ sont tous deux en années : le rapport $t/t_{1/2}$ est sans unité, aucune conversion en secondes n'est nécessaire.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$e^{\frac{\ln(2) \times 1570}{5.73 \times 10^3}} \approx 1.209153$$

Chute verticale d'un ballon

Bac S 2008 Polynésie (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Donner l'expression littérale des valeurs des forces qui s'exercent sur le système pendant sa chute dans l'air, en notant k le coefficient de proportionnalité du frottement.

Système {ballon gonflé + bille}, étudié dans le référentiel du laboratoire. Trois forces s'exercent sur lui :

- son poids, vertical vers le bas : $P = M\,g$;
- la poussée d'Archimède, verticale vers le haut, égale au poids de l'air déplacé (volume V, masse $\rho\,V$) : $\Pi = \rho\,V\,g$;
- la force de frottement fluide, verticale vers le haut (opposée au mouvement) : $f = k\,v_G^2$.

$$\boxed{P = M\,g\ ;\ \Pi = \rho\,V\,g\ ;\ f = k\,v_G^2}$$

PIÈGE
Écrire $\Pi = M\,g$ ou oublier la poussée d'Archimède. Elle fait intervenir la masse volumique de l'air, pas celle du système, et ici elle vaut environ un tiers du poids.

1.2 En appliquant la deuxième loi de Newton, avec $\vec{j}$ unitaire orienté vers le bas, établir l'équation différentielle vérifiée par v_G .

Dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, la deuxième loi de Newton appliquée au système de masse M constante s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = M\,\vec{a}_G$$

Avec $\vec{P} = M\,g\,\vec{j}$, $\vec{\Pi} = -\rho\,V\,g\,\vec{j}$, $\vec{f} = -k\,v_G^2\,\vec{j}$ et $\vec{a}_G = \dfrac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}\,\vec{j}$ (mouvement vertical vers le bas), la projection sur l'axe (O, y) donne :

$$\boxed{M\,\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = M\,g - \rho\,V\,g - k\,v_G^2}$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi de Newton en vecteurs, puis projection sur l'axe en regardant le sens de chaque force par rapport à $\vec{j}$.

1.3 Montrer que l'équation peut s'écrire $\dfrac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = A - B\,v_G^2$ et en déduire les expressions littérales de A et B.

On divise chaque membre de l'équation de la question 1.2 par M :

$$\frac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = g\left(1 - \frac{\rho\,V}{M}\right) - \frac{k}{M}\,v_G^2$$

C'est bien la forme demandée, avec un terme constant et un terme en v_G^2. Par identification :

$$\boxed{A = g\left(1 - \frac{\rho\,V}{M}\right) \text{ et } B = \frac{k}{M}}$$

1.4 Montrer que $A = 6{,}45$ SI et préciser son unité.

Données utiles $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$; $\rho = 1{,}20\ \mathrm{g\cdot L^{-1}}$; $V = 3{,}05$ L ; $M = 10{,}7$ g

$\rho\,V = 1{,}20 \times 3{,}05 = 3{,}66$ g est une masse, exprimée en grammes comme M : le rapport $\dfrac{\rho\,V}{M}$ est sans unité.

$$A = 9{,}81 \times \left(1 - \frac{1{,}20 \times 3{,}05}{10{,}7}\right) = 6{,}45$$

La parenthèse étant sans unité, A a l'unité de g : c'est une accélération.

$$\boxed{A = 6{,}45\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\text{, valeur attendue.}}$$

PIÈGE
Convertir M en kilogrammes sans convertir $\rho\,V$. Dans un rapport, il suffit que les deux masses soient dans la même unité.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme toutes les données. A est l'accélération au moment du lâcher ($v_G = 0$) : elle est inférieure à g à cause de la poussée d'Archimède.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$9.81 \times \left(1 - \frac{1.20 \times 3.05}{10.7}\right) \approx 6.45443$$

1.5 Montrer que $B = \dfrac{A}{v_l^2}$, où v_l est la vitesse limite du système.

Quand la vitesse limite est atteinte, $v_G = v_l$ reste constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle devient $0 = A - B\,v_l^2$, soit :

$$\boxed{B = \frac{A}{v_l^2}}$$

MÉTHODE
Vitesse limite : écrire que la dérivée de la vitesse est nulle dans l'équation différentielle. On obtient une relation entre v_l et les constantes, sans avoir à résoudre l'équation.

1.6 Calculer la valeur numérique de B en précisant son unité.

Données utiles $A = 6{,}45\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (1.4) ; $v_l = 2{,}75\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$$B = \frac{A}{v_l^2} = \frac{6{,}45}{2{,}75^2} = 0{,}853$$

Unité : $\dfrac{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}{(\mathrm{m \cdot s^{-1}})^2} = \dfrac{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}{\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}} = \mathrm{m^{-1}}$

$$\boxed{B = 0{,}853\ \mathrm{m^{-1}}}$$

PIÈGE
Oublier le carré sur v_l, dans le calcul ou dans l'unité : on trouverait $2{,}35\ \mathrm{s^{-1}}$, qui ne convient pas à un frottement en v^2.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{6.45}{2.75^2} \approx 0.8528926$$

2.1 Quel est le rôle de la règle de 1,00 m placée à côté du ballon ?

La règle, de longueur connue, sert d'étalon : en la repérant sur une image, on indique au logiciel de pointage l'échelle de la vidéo.

La règle fixe l'échelle : le logiciel convertit les distances mesurées sur l'image en distances réelles, en mètres.

COMPRENDRE
La règle doit être dans le même plan que la trajectoire du ballon, à la même distance de la caméra, sinon l'échelle est faussée par la perspective.

2.2 À l'aide des cellules pertinentes des colonnes t et y, déterminer la valeur de v_{exp} à la date $t = 0{,}200$ s.

Données utiles ligne 5 : $t_5 = 0{,}160$ s, $y_5 = 0{,}092$ m ; ligne 7 : $t_7 = 0{,}240$ s, $y_7 = 0{,}184$ m

La vitesse à la date $t_6 = 0{,}200$ s est assimilée à la vitesse moyenne entre les deux dates qui l'encadrent, t_5 et t_7 :

$$v_{exp}(t_6) = \frac{y_7 - y_5}{t_7 - t_5} = \frac{0{,}184 - 0{,}092}{0{,}240 - 0{,}160}$$

$$\boxed{v_{exp}(t_6) = 1{,}15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

PIÈGE
Calculer $\dfrac{y_6}{t_6} = 0{,}67\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$: c'est la vitesse moyenne depuis le lâcher, pas la vitesse à la date t_6.

COMPRENDRE
Le tableau confirme la méthode : à $t = 0{,}120$ s, $\dfrac{0{,}092 - 0{,}031}{0{,}160 - 0{,}080} = 0{,}76\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, valeur de la colonne v_{exp}.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.184 - 0.092}{0.240 - 0.160} \approx 1.15$$

2.3 À partir de l'équation différentielle, déterminer par la méthode itérative d'Euler la valeur de v à la date $t = 0{,}200$ s.

Données utiles $A = 6{,}45\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (1.4) ; $B = 0{,}853\ \text{m}^{-1}$ (1.6) ; $v(t_5) = 1{,}00\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $t_5 = 0{,}160$ s ; pas $\Delta t = 0{,}040$ s

Sur un pas de durée Δt assez petite, on assimile $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ à $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, donc $\Delta v = \left(A - B\,v^2\right)\Delta t$. D'une ligne du tableau à la suivante :

$$v(t_6) = v(t_5) + \left(A - B\,v(t_5)^2\right)\Delta t$$

$$v(t_6) = 1{,}00 + \left(6{,}45 - 0{,}853 \times 1{,}00^2\right) \times 0{,}040$$

$v(t_6) = 1{,}22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (arrondi au centième, comme la colonne v)

COMPRENDRE
Le modèle donne $1{,}22\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et la mesure $1{,}15\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: l'écart, d'environ 6 %, est compatible avec l'imprécision du pointage.

MÉTHODE
Euler : nouvelle vitesse = ancienne vitesse + accélération calculée avec l'ancienne vitesse × pas. On vérifie sur une ligne connue : $0{,}76 + (6{,}45 - 0{,}853 \times 0{,}76^2) \times 0{,}040 = 1{,}00$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$1.00 + (6.45 - 0.853 \times 1.00^2) \times 0.040 \approx 1.22388$$

3.1 Tracer l'allure de la courbe $v = f(t)$ en y indiquant la vitesse limite v_l et le temps caractéristique τ. Distinguer deux régimes et les nommer.

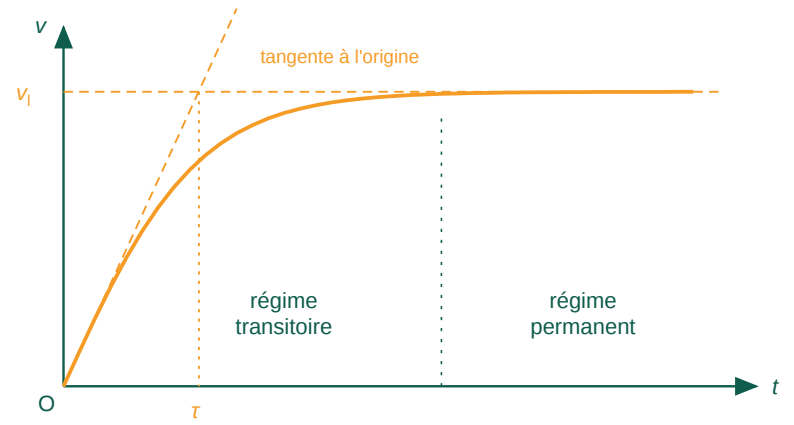
La courbe part de l'origine ($v = 0$ à $t = 0$), croît de moins en moins vite et tend vers l'asymptote horizontale $v = v_l$.

Le temps caractéristique τ est l'abscisse du point où la tangente à l'origine coupe cette asymptote.

Régime transitoire tant que la vitesse augmente ; régime permanent quand elle est stabilisée à $v_l = 2{,}75\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (voir le graphe).

PIÈGE
Placer τ à la date où la courbe atteint v_l. À $t = \tau$ la vitesse n'a pas encore sa valeur limite ; le régime permanent ne s'installe qu'après plusieurs τ.

COMPRENDRE
La tangente à l'origine a pour pente A ; elle atteint v_l à la date $\frac{v_l}{A} = \frac{2{,}75}{6{,}45} = 0{,}43$ s : on retrouve le τ des expérimentateurs.



3.1 · Allure de la courbe $v = f(t)$: asymptote v_l, tangente à l'origine et temps caractéristique τ

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2.75}{6.45} \approx 0.4263566$$

3.2 Justifier que le tracé de la tangente à la courbe $v = f(t)$ permet d'évaluer l'accélération de G à chaque instant. En déduire, en le justifiant, l'évolution de cette accélération lors des deux régimes.

Le mouvement est rectiligne, selon l'axe (O, y), et toujours vers le bas : l'accélération de G a pour valeur $a_G = \dfrac{\mathrm{d}v_G}{\mathrm{d}t}$. Or la dérivée de v à une date donnée est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $v = f(t)$ à cette date.

Régime transitoire : la tangente est de moins en moins inclinée, son coefficient directeur diminue, donc l'accélération diminue (de A au départ jusqu'à zéro).

Régime permanent : la tangente est horizontale, de coefficient directeur nul.

L'accélération décroît pendant le régime transitoire, puis elle est nulle en régime permanent : le mouvement devient rectiligne uniforme.

COMPRENDRE
L'équation différentielle dit la même chose : $a_G = A - B\,v_G^2$ diminue quand v_G augmente, et s'annule pour $v_G = v_l$. Les forces se compensent alors (première loi de Newton).

à propos des acides chlorhydrique et éthanoïque

Bac S 2008 Polynésie (ancien programme) · Exercice 4 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1.1 Définir un acide selon Brønsted.

Un acide, au sens de Brønsted, est une espèce chimique susceptible de **céder un ion hydrogène** H^+ (un proton).

COMPRENDRE
Le proton cédé est toujours capté par une base : une réaction acide-base est un transfert de H^+ entre deux couples.

1.2 Écrire l'équation de la réaction du chlorure d'hydrogène avec l'eau et celle de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.

Dans les deux cas, l'acide cède un proton à l'eau, qui joue le rôle de base (couple H_3O^+/H_2O).

Chlorure d'hydrogène : $HCl\,(aq) + H_2O\,(l) \longrightarrow H_3O^+\,(aq) + Cl^-\,(aq)$

Acide éthanoïque :
$CH_3COOH\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons H_3O^+\,(aq) + CH_3COO^-\,(aq)$

COMPRENDRE
Le sujet de 2008 attendait le signe « = » dans les deux équations. Aujourd'hui, on écrit une flèche simple pour une transformation totale et une double flèche pour une transformation limitée, ce que la question 2.3 justifie.

2.1 Déterminer la concentration des ions oxonium dans chacune des solutions S1 et S2.

Données utiles $\text{pH}(S_1) = 2{,}0$; $\text{pH}(S_2) = 3{,}4$

Par définition du pH : $[H_3O^+] = c^\circ \times 10^{-\text{pH}}$ avec $c^\circ = 1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

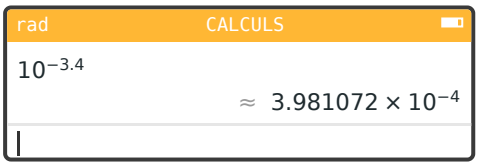
Solution S_1 : $[H_3O^+]_1 = 10^{-2{,}0} = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Solution S_2 : $[H_3O^+]_2 = 10^{-3{,}4} = 4{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$[H_3O^+]_1 = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $[H_3O^+]_2 = 4{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

COMPRENDRE
Un pH donné au dixième ne permet pas de garantir plus de deux chiffres significatifs sur la concentration : on écrit $4{,}0 \times 10^{-4}$ et non $3{,}98 \times 10^{-4}$.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Pour un volume V de solution d'un acide HA de concentration apportée c, dresser le tableau d'avancement de la réaction de HA avec l'eau.

Quantité initiale d'acide apporté : $n_0(HA) = cV$. L'eau est le solvant, en large excès.

Équation : $HA\,(aq) + H_2O\,(l) \rightleftharpoons H_3O^+\,(aq) + A^-\,(aq)$

État	Av.	$n(HA)$	$n(H_2O)$	$n(H_3O^+)$	$n(A^-)$
initial	0	cV	excès	0	0
en cours	x	$cV - x$	excès	x	x
final	x_f	$cV - x_f$	excès	x_f	x_f

À l'état final : $n(H_3O^+) = n(A^-) = x_f$ et $n(HA) = cV - x_f$ (quantités en mol).

COMPRENDRE
Si la transformation était totale, HA serait entièrement consommé : $cV - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = cV$. Cette valeur sert à la question suivante.

2.2.2 Déterminer le taux d'avancement final de la réaction de HA avec l'eau en fonction du pH de la solution et de la concentration c.

Par définition : $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$.

D'après le tableau : $x_f = n(H_3O^+)_f = [H_3O^+]_f \times V = 10^{-pH} \times V$ et $x_{max} = c\,V$.

$$\tau = \frac{10^{-pH} \times V}{c\,V}$$

$$\boxed{\tau = \frac{10^{-pH}}{c}}$$

PIÈGE
Confondre x_f et x_{max} : x_f se déduit de la mesure du pH, x_{max} de l'hypothèse d'une transformation totale.

2.3 En déduire les valeurs numériques du taux d'avancement final pour les solutions S1 et S2. Conclure.

Données utiles $c = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $\text{pH}(S_1) = 2{,}0$; $\text{pH}(S_2) = 3{,}4$

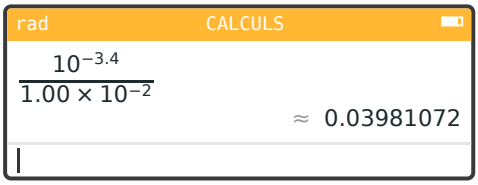
Solution S_1 : $\tau_1 = \dfrac{10^{-2{,}0}}{1{,}00 \times 10^{-2}} = 1{,}0$

Solution S_2 : $\tau_2 = \dfrac{10^{-3{,}4}}{1{,}00 \times 10^{-2}} = 4{,}0 \times 10^{-2}$

$\tau_1 = 1{,}0$: la réaction du chlorure d'hydrogène avec l'eau est **totale**.
$\tau_2 = 4{,}0 \times 10^{-2}$, soit 4 % : celle de l'acide éthanoïque est **très limitée**.

COMPRENDRE
Réponse à la question de Mickaël : à concentration égale, deux acides n'ont pas le même pH. L'acide chlorhydrique est un acide fort, l'acide éthanoïque un acide faible, qui libère 25 fois moins d'ions oxonium ici.

À LA CALCULATRICE



3.1 Décrire le mode opératoire pour préparer avec précision 100 mL de solution fille diluée 10 fois à partir d'une solution mère.

Lors d'une dilution, la quantité de soluté est conservée : $c_m V_m = c_f V_f$.
Avec $c_f = \dfrac{c_m}{10}$, le volume à prélever est $V_m = \dfrac{V_f}{10} = 10{,}0\ \text{mL}$.

- Verser un peu de solution mère dans un bécher.
- Y prélever $10{,}0\ \text{mL}$ avec une pipette jaugée munie d'une propipette.
- Introduire ce prélèvement dans une fiole jaugée de $100\ \text{mL}$.
- Ajouter de l'eau distillée jusqu'aux deux tiers, boucher, agiter.
- Compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher, homogénéiser.

Matériel : pipette jaugée de $10{,}0\ \text{mL}$ et fiole jaugée de $100\ \text{mL}$.

PIÈGE
« Avec précision » impose la verrerie jaugée. Une éprouvette graduée ou un bécher pour mesurer les volumes fait perdre les points.

3.2 Après dilution, dans chaque cas, la concentration des ions oxonium a-t-elle été divisée par 10 ? Justifier.

Données utiles pH des solutions filles : 3,0 (acide chlorhydrique) et 3,9 (acide éthanoïque) ; concentrations avant dilution (2.1)

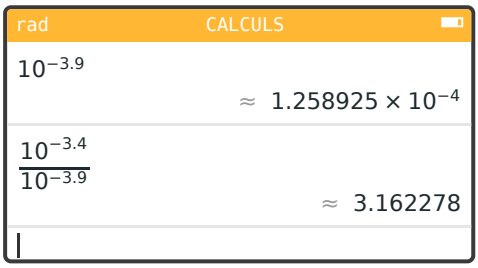
Acide chlorhydrique dilué : $[H_3O^+]'_1 = 10^{-3,0} = 1,0 \times 10^{-3}\ mol \cdot L^{-1}$, soit $\dfrac{[H_3O^+]_1}{[H_3O^+]'_1} = \dfrac{1,0 \times 10^{-2}}{1,0 \times 10^{-3}} = 10.$

Acide éthanoïque dilué : $[H_3O^+]'_2 = 10^{-3,9} = 1,3 \times 10^{-4}\ mol \cdot L^{-1}$, soit $\dfrac{[H_3O^+]_2}{[H_3O^+]'_2} = \dfrac{4,0 \times 10^{-4}}{1,3 \times 10^{-4}} \approx 3.$

La concentration en ions oxonium est divisée par 10 pour l'acide chlorhydrique, mais seulement par 3 environ pour l'acide éthanoïque.

MÉTHODE
Diviser $[H_3O^+]$ par 10 revient à augmenter le pH d'une unité. Ici le pH passe de 2,0 à 3,0 pour l'acide fort, mais seulement de 3,4 à 3,9 pour l'acide faible.

À LA CALCULATRICE



3.3 Dans le cas de l'acide éthanoïque, dans quel sens s'est déplacé l'équilibre du système ? Justifier.

Données utiles $\tau = \dfrac{10^{-pH}}{c}$ (2.2.2) ; solution fille : $c' = 1,00 \times 10^{-3}\ mol \cdot L^{-1}$, $pH = 3,9$; $\tau_2 = 4,0 \times 10^{-2}$ (2.3)

Taux d'avancement final dans la solution diluée :

$$\tau'_2 = \frac{10^{-3,9}}{1,00 \times 10^{-3}} = 0,13$$

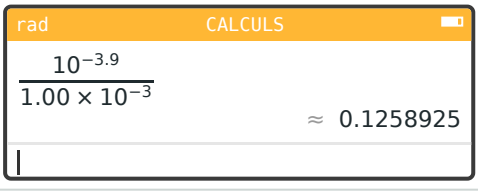
Avant dilution, $\tau_2 = 0,040$. Le taux d'avancement final a augmenté : une plus grande proportion des molécules d'acide éthanoïque a réagi avec l'eau.

$\tau'_2 = 0,13 > \tau_2 = 0,040$: l'équilibre s'est déplacé dans le **sens direct** (formation de CH_3COO^- et H_3O^+).

PIÈGE
La concentration en ions oxonium diminue malgré le déplacement dans le sens direct : c'est la proportion d'acide dissocié qui augmente, pas la concentration.

COMPRENDRE
Autre justification : juste après l'ajout d'eau, toutes les concentrations sont divisées par 10, donc le quotient de réaction aussi. Il devient inférieur à la constante d'équilibre : le système évolue dans le sens direct.

À LA CALCULATRICE



4.1 Pour la solution S2, calculer la valeur de l'expression $\dfrac{[CH_3COO^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$.

Données utiles $c = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $\text{pH} = 3{,}4$

D'après le tableau d'avancement (2.2.1), la réaction forme autant d'ions éthanoate que d'ions oxonium :

$[CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 10^{-\text{pH}}$

L'acide restant vaut $[CH_3COOH]_{éq} = \dfrac{cV - x_f}{V} = c - 10^{-\text{pH}}$.

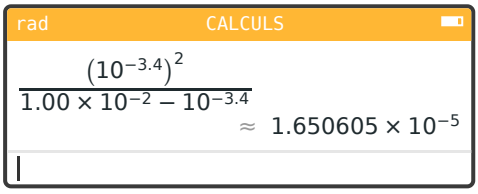
$$\frac{[CH_3COO^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} = \frac{\left(10^{-\text{pH}}\right)^2}{c - 10^{-\text{pH}}} = \frac{\left(10^{-3{,}4}\right)^2}{1{,}00 \times 10^{-2} - 10^{-3{,}4}}$$

L'expression vaut $1{,}7 \times 10^{-5}$ (sans unité, les concentrations étant rapportées à $c^\circ = 1\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).

PIÈGE
Écrire $[CH_3COOH]_{éq} = c$. L'approximation est tolérable ici (4 % d'écart), mais la valeur rigoureuse est $c - [H_3O^+]_{éq}$.

MÉTHODE
Garder $10^{-3{,}4}$ dans la calculatrice plutôt que la valeur arrondie $4{,}0 \times 10^{-4}$, pour ne pas cumuler les arrondis.

À LA CALCULATRICE

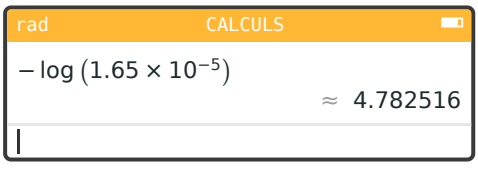


4.2 On obtient la même valeur pour la solution diluée 10 fois. Quel nom donne-t-on à cette valeur caractéristique du couple CH_3COOH/CH_3COO^- ?

C'est la **constante d'acidité** K_A du couple $CH_3COOH\,(aq)/CH_3COO^-\,(aq)$.

COMPRENDRE
K_A ne dépend que de la température, pas de la concentration apportée. Ici $\text{p}K_A = -\log K_A \approx 4{,}8$, valeur connue pour ce couple à 25 °C.

À LA CALCULATRICE



5.1.1 Écrire l'équation de la réaction entre les solutions d'acide éthanoïque et d'hydroxyde de sodium.

L'acide CH_3COOH cède un proton à la base HO^- ; les ions sodium sont spectateurs.

$$CH_3COOH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow CH_3COO^-\,(aq) + H_2O\,(l)$$

PIÈGE
Faire figurer Na^+ dans l'équation, ou écrire H_3O^+ comme réactif : l'acide éthanoïque est faible, il est présent surtout sous la forme CH_3COOH.

5.1.2 Cette réaction peut servir de support au titrage. Citer au moins une propriété de la transformation chimique.

La transformation doit être **totale** et **rapide** (et la réaction doit être la seule à consommer le réactif titré).

5.2 Donner, en la justifiant, l'expression de la concentration c_1 en acide éthanoïque du vinaigre dilué 10 fois en fonction de V_1, c_B et V_{BE}. Calculer c_1.

Données utiles $V_1 = 20{,}0\ \text{mL}$; $c_B = 0{,}100\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $V_{BE} = 23{,}8\ \text{mL}$

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation (1 pour 1) :

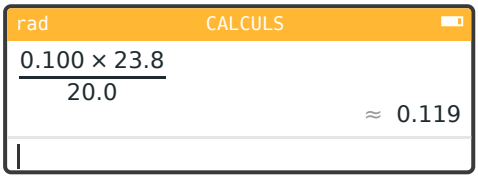
$n(\text{CH}_3\text{COOH})_{\text{initial}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}$, soit $c_1 V_1 = c_B V_{BE}$.

$$c_1 = \frac{c_B\, V_{BE}}{V_1} = \frac{0{,}100 \times 23{,}8}{20{,}0}$$

$c_1 = 0{,}119\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

COMPRENDRE
Les deux volumes peuvent rester en mL : leur rapport est sans unité. Trois chiffres significatifs, comme toutes les données.

À LA CALCULATRICE



5.3.1 En déduire la concentration c_0 du vinaigre en acide éthanoïque.

Données utiles $c_1 = 0{,}119\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (5.2)

Le vinaigre a été dilué 10 fois avant le titrage : $c_0 = 10\, c_1 = 10 \times 0{,}119$.

$c_0 = 1{,}19\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

5.3.2 Montrer que la masse m_a d'acide éthanoïque dissous dans 1,00 L de vinaigre est $m_a = 71{,}4\ \text{g}$.

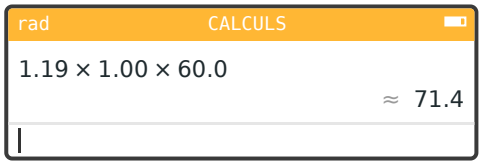
Données utiles $c_0 = 1{,}19\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (5.3.1) ; $M = 60{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $V = 1{,}00\ \text{L}$

Quantité d'acide dans le volume V : $n_a = c_0\, V$. Masse correspondante : $m_a = n_a\, M = c_0\, V\, M$.

$$m_a = 1{,}19 \times 1{,}00 \times 60{,}0$$

$m_a = 71{,}4\ \text{g}$: c'est bien la valeur annoncée.

À LA CALCULATRICE



5.3.3 En déduire le volume V_a d'acide éthanoïque pur correspondant à cette masse m_a.

Données utiles $m_a = 71{,}4\ \text{g}$ (5.3.2) ; $\rho_A = 1{,}05\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$

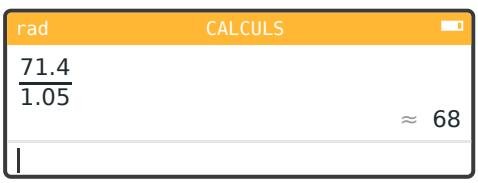
Par définition de la masse volumique : $\rho_A = \dfrac{m_a}{V_a}$, donc

$$V_a = \frac{m_a}{\rho_A} = \frac{71{,}4}{1{,}05}$$

$V_a = 68{,}0\ \text{mL}$

PIÈGE
Utiliser ρ_V, la masse volumique du vinaigre : il s'agit ici du volume d'acide **pur**, donc de ρ_A.

À LA CALCULATRICE



5.3.4 Parmi les rapports $\dfrac{m_a}{\text{masse de 1 L de vinaigre}}$ et $\dfrac{V_a\,(\text{mL})}{1000}$, lequel correspond au pourcentage d'acidité ? Justifier.

Données utiles $m_a = 71{,}4$ g (5.3.2) ; $V_a = 68{,}0$ mL (5.3.3) ; $\rho_V = 1{,}02\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$; étiquette : 7,0 %

Masse de $1{,}00\ \text{L} = 1{,}00 \times 10^3$ mL de vinaigre : $m_V = \rho_V\, V = 1{,}02 \times 1{,}00 \times 10^3 = 1{,}02 \times 10^3$ g.

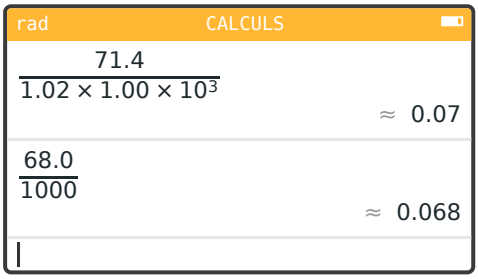
Rapport massique : $\dfrac{m_a}{m_V} = \dfrac{71{,}4}{1{,}02 \times 10^3} = 7{,}00 \times 10^{-2}$, soit 7,00 %.

Rapport volumique : $\dfrac{V_a}{1000} = \dfrac{68{,}0}{1000} = 6{,}80 \times 10^{-2}$, soit 6,80 %.

Le rapport $\dfrac{m_a}{\text{masse de 1 L de vinaigre}}$ redonne les 7,0 % de l'étiquette : le pourcentage d'acidité est un **pourcentage massique**.

COMPRENDRE
Les deux rapports ne diffèrent que de 0,2 point : une légère erreur sur V_{BE} suffirait à inverser la conclusion. C'est pourquoi Mickaël cherche à confirmer son titrage à la question suivante.

À LA CALCULATRICE



5.4 Parmi l'hélianthine, le bleu de bromothymol et la phénolphtaléine, quel indicateur coloré convient le mieux pour ce titrage ? Justifier.

Données utiles $\text{pH}_E = 8{,}4$; zones de virage : hélianthine 3,1 – 4,4 ; bleu de bromothymol 6,0 – 7,6 ; phénolphtaléine 8,2 – 10,0

Un indicateur coloré convient si sa zone de virage contient le pH à l'équivalence.

Ici $\text{pH}_E = 8{,}4$: seule la zone de virage 8,2 – 10,0 le contient.

L'indicateur le mieux adapté est la **phénolphtaléine**.

COMPRENDRE
Le pH à l'équivalence est supérieur à 7 car la solution contient alors la base éthanoate CH_3COO^-. Avec l'hélianthine, le changement de couleur se produirait bien avant l'équivalence.