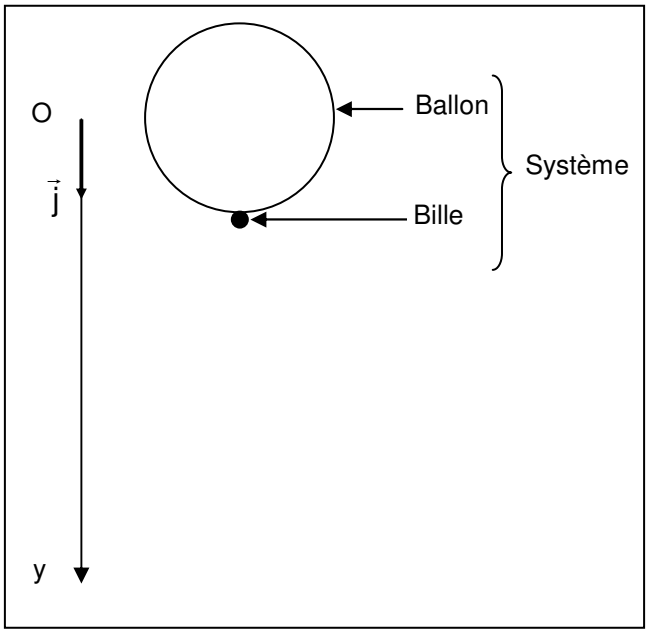
Polynésie 2008 EXERCICE II : CHUTE VERTICALE D'UN BALLON (5 points)

Au laboratoire du lycée, Amélie et Yvon étudient la chute *d'un ballon de baudruche gonflé, de volume V. Le ballon est lesté d'une bille de volume négligeable devant V.*

Yvon lâche le système sans vitesse initiale pendant qu'Amélie en face réalise une vidéo de la chute. Ils constatent qu'ils peuvent considérer que le ballon a un mouvement vertical de translation.
Une règle de 1,00 m est placée en position verticale dans le champ de la caméra.



Pour l'exploitation, ils utilisent un logiciel de pointage. Amélie choisit un axe (O, y) vertical orienté vers le bas, l'origine O étant le centre du ballon sur la première image juste après le lâcher du système. L'origine des dates correspond également à cette image. La vitesse initiale n'est pas rigoureusement égale à zéro, mais la jugeant très faible, ils la considèrent comme nulle. Amélie repère les différentes positions du centre du ballon au cours du temps et transfère les données dans un logiciel de traitement.

À partir de l'exploitation de leurs résultats expérimentaux, Amélie et Yvon tirent les conclusions suivantes :

- *Vitesse limite du système:* $v_\ell = 2{,}75\ m.s^{-1}$
- *Temps caractéristique :* $\tau = 0{,}43\ s$
- *La valeur de la force de frottement fluide exercée sur le système est proportionnelle au carré de la vitesse.*

L'objet de l'exercice est de reprendre quelques points de cette étude.

Données :
Masse du système {ballon gonflé + bille} : M = 10,7 g.
Volume du ballon : V = 3,05 L.
Masse volumique de l'air : $\rho = 1{,}20\ g.L^{-1}$.
Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

1. Équation différentielle du mouvement

1.1. Donner l'expression littérale des valeurs des forces s'exerçant sur le système au cours de sa chute dans l'air. On rappelle que la valeur f de la force de frottement fluide est proportionnelle au carré de la valeur v_G de la vitesse du centre d'inertie G du système et on notera k le coefficient de proportionnalité.

1.2. On choisit un vecteur unitaire $\vec{j}$ orienté vers le bas.
En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle que doit vérifier la valeur v_G de la vitesse du centre d'inertie G.

1.3. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} = A - B.v_G^2$
En déduire les expressions littérales de A et B.

1.4. Montrer que : $A = 6{,}45$ SI. Préciser son unité SI.

1.5. On rappelle que v_l est la vitesse limite du système.
Montrer que : $B = \frac{A}{v_l^2}$.

1.6. Calculer la valeur numérique de B en précisant également son unité.

2. Feuille de calculs du tableur

Le document suivant reproduit le début de la feuille de calculs du tableur déterminée par les expérimentateurs.

	t(s)	y(m)	v_{exp} ($m.s^{-1}$)	v ($m.s^{-1}$)
1	0,000	0,000	0,00	0,00
2	0,040	0,010	0,39	0,26
3	0,080	0,031	0,64	0,51
4	0,120	0,061	0,76	0,76
5	0,160	0,092	0,90	1,00
6	0,200	0,133		
7	0,240	0,184		

Les valeurs de la colonne t (s) représentent les dates de chaque image.

Les valeurs de la colonne y (m) représentent les ordonnées correspondantes du centre du ballon, donc la distance parcourue.

Dans la colonne v_{exp} ($m.s^{-1}$), figurent les valeurs expérimentales de la vitesse du ballon.

Dans la colonne v ($m.s^{-1}$), figurent les valeurs théoriques de la vitesse obtenues par la méthode d'Euler.

2.1. Quel est le rôle de la règle de 1,00 m placée à côté du ballon ?

2.2. En utilisant les valeurs de cellules pertinentes des colonnes t (s) et y (m) du tableau, déterminer la valeur de v_{exp} à la date t = 0,200 s.

2.3. À partir de l'équation différentielle, en utilisant la méthode itérative d'Euler, déterminer la valeur de v à la date t = 0,200 s.

3. Courbe v = f(t) obtenue par la méthode d'Euler

L'objectif de cette dernière partie n'est pas de tracer précisément point par point la courbe v = f(t) obtenue par la méthode d'Euler mais de donner seulement son allure et de l'exploiter.

3.1. Tracer sur votre copie, dans un repère (O, t, v), l'allure de la courbe v = f(t) en y indiquant la vitesse limite v_ℓ et le temps caractéristique τ. Distinguer deux régimes sur le graphe et les nommer.

3.2. Justifier que pour cette expérience, le tracé de la tangente à la courbe v = f(t) permet d'évaluer la valeur de l'accélération du centre d'inertie G à chaque instant.

En déduire, en le justifiant, l'évolution de cette accélération au cours du temps lors des deux régimes.