à propos de la radioactivité

Bac S 2008 Polynésie (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Définir un noyau radioactif.

Un noyau radioactif est un noyau **instable** : il se transforme **spontanément** en un autre noyau, en émettant une particule (α, β) et souvent un rayonnement γ.

COMPRENDRE
La désintégration d'un noyau donné est aléatoire : on ne peut pas prévoir sa date. Seul le comportement d'un grand nombre de noyaux est prévisible, par la loi de décroissance.

1.2 Donner la composition du noyau de potassium 40.

Données utiles potassium : $Z = 19$

Le numéro atomique donne le nombre de protons : $Z = 19$. Le nombre 40 est le nombre de nucléons A, d'où $A - Z = 40 - 19 = 21$ neutrons.

Le noyau $^{40}_{19}\mathrm{K}$ contient 19 protons et 21 neutrons.

PIÈGE
Compter 40 neutrons, ou ajouter 19 électrons : le noyau ne contient que des nucléons, et 40 est leur nombre total.

1.3 En indiquant les lois de conservation à respecter, donner l'équation de la désintégration du potassium 40, le noyau fils n'étant pas dans un état excité.

Données utiles extrait de la classification : Ar ($Z = 18$), K ($Z = 19$), Ca ($Z = 20$)

La radioactivité β⁻ est l'émission d'un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$: $^{40}_{19}\mathrm{K} \longrightarrow {}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

Conservation du nombre de nucléons : $40 = A + 0$, donc $A = 40$.

Conservation du nombre de charge : $19 = Z - 1$, donc $Z = 20$: le noyau fils est du calcium.

$$^{40}_{19}\mathrm{K} \longrightarrow {}^{40}_{20}\mathrm{Ca} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

PIÈGE
Écrire $Z = 18$ (argon) : l'électron porte le nombre de charge -1, donc Z augmente d'une unité.

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, aucun photon γ n'accompagne la désintégration : il n'y a rien à ajouter à l'équation.

1.4 Le noyau fils obtenu est-il un isotope du potassium ? Justifier.

Deux isotopes ont le même nombre de protons Z et des nombres de neutrons différents. Ici $Z = 20$ pour le calcium et $Z = 19$ pour le potassium.

Non : le calcium 40 et le potassium 40 n'ont pas le même numéro atomique, ce ne sont pas des isotopes.

PIÈGE
Conclure « oui » parce que les deux noyaux ont le même nombre de nucléons, 40. C'est Z qui définit l'élément chimique.

2.1 Écrire l'expression littérale de l'énergie libérée par la désintégration du radium 226, puis la calculer en J et en MeV.

Données utiles $m(^{226}\mathrm{Ra}) = 225{,}97701$ u ; $m(^{222}\mathrm{Rn}) = 221{,}97029$ u ; $m(^{4}\mathrm{He}) = 4{,}00150$ u ; $1\ \mathrm{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $1\ \mathrm{MeV} = 1{,}60 \times 10^{-13}$ J

La masse diminue pendant la désintégration ; l'énergie libérée correspond à cette perte de masse :

$$E_{\mathrm{lib}} = \left[m(^{226}\mathrm{Ra}) - m(^{222}\mathrm{Rn}) - m(^{4}\mathrm{He})\right] c^2$$

Perte de masse : $225{,}97701 - 221{,}97029 - 4{,}00150 = 5{,}22 \times 10^{-3}$ u.

$$E_{\mathrm{lib}} = 5{,}22 \times 10^{-3} \times 1{,}66054 \times 10^{-27} \times (3{,}00 \times 10^{8})^2 = 7{,}80 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

$$E_{\mathrm{lib}} = \frac{7{,}80 \times 10^{-13}}{1{,}60 \times 10^{-13}} = 4{,}88\ \mathrm{MeV}$$

$E_{\mathrm{lib}} = 7{,}80 \times 10^{-13}\ \mathrm{J} = 4{,}88\ \mathrm{MeV}$

PIÈGE
Oublier de convertir la perte de masse en kilogrammes avant de multiplier par c^2, ou arrondir les masses : la différence ne porte que sur les derniers chiffres.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs : la perte de masse ($5{,}22 \times 10^{-3}$ u) et c en ont trois. La variation d'énergie du système, $(m_{\mathrm{finale}} - m_{\mathrm{initiale}})\,c^2$, est négative ; l'énergie libérée est sa valeur absolue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$225.97701 - 221.97029 - 4.00150 \approx 0.00522$

$5.22 \times 10^{-3} \times 1.66054 \times 10^{-27} \times (3.00 \times 10^{8})^{2} \approx 7.801217 \times 10^{-13}$

$\dfrac{7.80121692 \times 10^{-13}}{1.60 \times 10^{-13}} \approx 4.875761$

2.2 Montrer que l'écart relatif entre cette énergie et celle indiquée dans le texte est inférieur à 7 %.

Données utiles $E_{\text{lib}} = 4{,}88$ MeV (2.1) ; valeur du texte : $E_{\text{texte}} = 4{,}6$ MeV

$$\frac{E_{\text{lib}} - E_{\text{texte}}}{E_{\text{texte}}} = \frac{4{,}88 - 4{,}6}{4{,}6} = 0{,}061$$

L'écart relatif vaut $6{,}1\ \%$: il est bien inférieur à $7\ \%$.

MÉTHODE
Écart relatif = |valeur calculée − valeur de référence| ÷ valeur de référence, exprimé en pourcentage. La référence, au dénominateur, est ici la valeur du texte.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{4.88 - 4.6}{4.6} \times 100 \approx 6.086957$

3.1 Exprimer la valeur du curie avec l'unité légale du système international.

Données utiles 1 Ci : 37 milliards de désintégrations par seconde

L'unité légale d'activité est le becquerel : 1 Bq correspond à une désintégration par seconde. Un milliard vaut 10^9.

$1\ \text{Ci} = 37 \times 10^{9}\ \text{Bq} = 3{,}7 \times 10^{10}\ \text{Bq}$

3.2.1 Exprimer l'activité A en fonction de λ, M, N_A et de la masse m de l'échantillon de radium 226.

Données utiles $A = \lambda N$

L'échantillon contient la quantité de matière $n = \dfrac{m}{M}$, donc $N = n\,N_A = \dfrac{m\,N_A}{M}$ noyaux.

$$A = \lambda N = \frac{\lambda\, m\, N_A}{M}$$

3.2.2 Faire l'application numérique et comparer à la valeur obtenue à la question 3.1.

Données utiles $\lambda = 1{,}4 \times 10^{-11}\ \text{s}^{-1}$; $M = 226\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $m = 1$ g

Le curie est l'activité d'un gramme de radium 226 : $m = 1$ g.

$$A = \frac{1{,}4 \times 10^{-11} \times 1 \times 6{,}02 \times 10^{23}}{226} = 3{,}7 \times 10^{10}\ \text{Bq}$$

$A = 3{,}7 \times 10^{10}$ Bq : on retrouve la valeur du curie de la question 3.1.

PIÈGE
Convertir m en kilogrammes en laissant M en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: les deux masses doivent être dans la même unité. Avec λ en s^{-1}, A est en becquerels.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{1.4 \times 10^{-11} \times 1 \times 6.02 \times 10^{23}}{226} \approx 3.729204 \times 10^{10}$$

4.1 Exprimer l'activité A_0 de l'anneau à la date de sa mort en fonction de A, $t_{1/2}$ et t.

Loi de décroissance radioactive : $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

Donc $A = A_0\,\mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\,t}$, et en isolant A_0 :

$$A_0 = A\,\mathrm{e}^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\,t}$$

PIÈGE
Garder le signe « $-$ » dans l'exposant en isolant A_0. L'activité à la mort est plus grande que l'activité actuelle : l'exponentielle doit être supérieure à 1.

4.2 Faire l'application numérique pour obtenir A_0 en fonction de A.

Données utiles $t = 1570$ ans ; $t_{1/2} = 5{,}73 \times 10^3$ ans

$$A_0 = A\,\mathrm{e}^{\frac{\ln 2 \times 1570}{5{,}73 \times 10^3}} = 1{,}21\,A$$

$$A_0 = 1{,}21\,A$$

COMPRENDRE
t et $t_{1/2}$ sont tous deux en années : le rapport $t/t_{1/2}$ est sans unité, aucune conversion en secondes n'est nécessaire.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$e^{\frac{\ln(2) \times 1570}{5.73 \times 10^3}} \approx 1.209153$$