Radioactivité tellurique

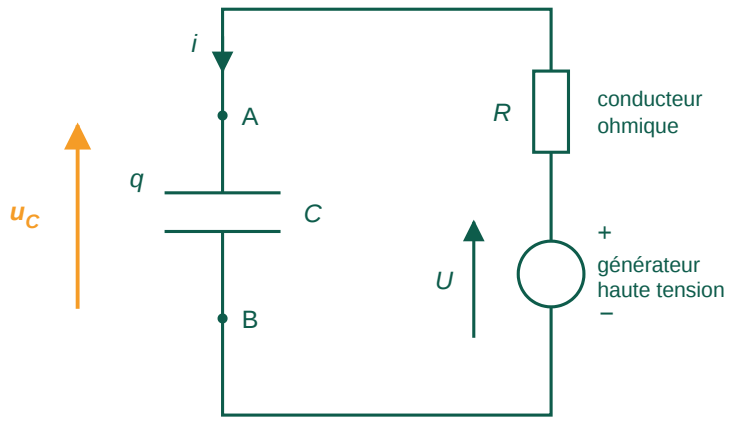
Bac S 2007 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Sur le schéma de l'annexe, représenter la flèche tension u_C aux bornes du condensateur en convention récepteur, q désignant la charge du condensateur.

En convention récepteur, la flèche tension est de sens opposé à la flèche du courant i. Le courant arrive par A : la pointe de la flèche u_C est du côté de A.

$u_C = u_{AB}$: flèche tracée de B vers A (voir l'annexe).

COMPRENDRE
Avec cette orientation, q est la charge de l'armature par laquelle le courant arrive (A), et $q = C\,u_C$ sans signe moins.



1.1.1 · Annexe complétée : flèche u_C en convention récepteur

1.1.2 Rappeler l'expression de l'intensité i en fonction de la charge q. En déduire, en justifiant, l'intensité I du courant quand le condensateur a atteint sa charge maximale Q.

$i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$

Une fois le condensateur chargé, $q = Q$ ne varie plus : la dérivée d'une constante est nulle.

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = 0 \text{ A}$$

PIÈGE
Répondre $I = 0$ sans justification : la question demande de partir de $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ et de dire que Q est constante.

1.1.3 Calculer la valeur de la charge Q du condensateur dans ces conditions.

Données utiles $C = 1{,}0 \times 10^{-11}$ F ; $U = 500$ V

Le courant est nul (1.1.2), donc la tension aux bornes du conducteur ohmique $R\,I$ est nulle et $u_C = U$.

$Q = C\,U = 1{,}0 \times 10^{-11} \times 500$

$$Q = 5{,}0 \times 10^{-9} \text{ C}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C, la donnée la moins précise. Sans calculatrice : $500 = 5 \times 10^2$, puis on ajoute les exposants, $-11 + 2 = -9$.

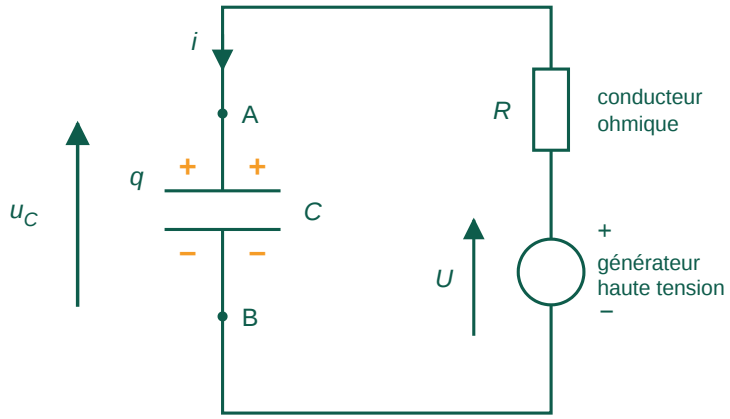
1.1.4 Sur le schéma de l'annexe, indiquer par des signes (+) et (−) la répartition des charges sur les armatures du condensateur chargé.

L'armature A est reliée, à travers le conducteur ohmique, à la borne + du générateur : des électrons lui ont été arrachés, elle porte la charge $+Q$.

L'armature B, reliée à la borne −, a reçu ces électrons : elle porte la charge $-Q$.

Signes (+) sur l'armature A (le fil), signes (−) sur l'armature B (la paroi).

MÉTHODE
Les électrons circulent en sens inverse du courant. Pendant la charge, i arrive sur A : les électrons quittent A et s'accumulent sur B.



1.1.4 · Annexe complétée : signes des charges portées par les armatures

1.2.1 La constante de temps du circuit vérifie $\tau = 2\,\Delta t$. Calculer la valeur de la résistance R.

Données utiles $\Delta t = 0{,}10\ \text{ms}$; $C = 1{,}0 \times 10^{-11}\ \text{F}$

Pour un circuit RC série, $\tau = RC$. Donc $RC = 2\,\Delta t$, soit $R = \dfrac{2\,\Delta t}{C}$.

$$R = \frac{2 \times 0{,}10 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 10^{-11}} = \frac{2{,}0 \times 10^{-4}}{1{,}0 \times 10^{-11}}$$

$R = 2{,}0 \times 10^{7}\ \Omega$, soit $20\ \text{M}\Omega$

PIÈGE
Laisser Δt en millisecondes : il faut $\Delta t = 0{,}10 \times 10^{-3}$ s pour obtenir R en ohms.

1.2.2 Montrer que la charge de l'anode diminue pendant la traversée de la particule.

L'anode (le fil) porte la charge positive $+Q$. Les électrons créés par l'ionisation de l'argon sont attirés par le fil et s'y déposent.

Chaque électron apporte la charge négative $-e$: la charge du fil devient inférieure à Q.

L'anode reçoit des charges négatives : sa charge positive diminue.

1.2.3 Expliquer l'affirmation du texte : « Il en résulte alors une brève diminution de tension entre les électrodes du tube ».

La tension entre les électrodes est $u_C = \dfrac{q}{C}$, avec C constante.

Avant le passage de la particule, $q = Q$ et $u_C = U$. Pendant le passage, q diminue (1.2.2), donc u_C devient inférieure à U.

La diminution est brève : le générateur recharge aussitôt le condensateur à travers R.

q diminue, donc $u_C = \dfrac{q}{C}$ diminue, le temps que le générateur recharge le tube.

COMPRENDRE
La recharge se fait avec la constante de temps $\tau = RC = 0{,}20\ \text{ms}$: le tube est vite prêt à détecter la particule suivante.

1.2.4 Le passage de la particule engendre N électrons et N ions argon. Montrer que la diminution de tension aux bornes du condensateur est $\Delta u_C = -\dfrac{N\,e}{C}$.

Les N électrons apportent à l'anode la charge $-N\,e$. Sa charge passe de Q à $q = Q - N\,e$.

$$\Delta u_C = u_{C,\text{ après}} - u_{C,\text{ avant}} = \frac{Q - N\,e}{C} - \frac{Q}{C}$$

$\Delta u_C = -\dfrac{N\,e}{C}$, comme attendu.

COMPRENDRE
Les N ions positifs captent N électrons sur la paroi, dont la charge passe de $-Q$ à $-Q + N\,e$: les deux armatures gardent des charges opposées.

2.1.1 Indiquer la composition du noyau de radon 222.

Données utiles figure 7 : $^{222}_{86}\text{Rn}$

$Z = 86$: le noyau contient 86 protons.

$A = 222$ nucléons, donc $A - Z = 222 - 86 = 136$ neutrons.

Noyau de radon 222 : 86 protons et 136 neutrons.

PIÈGE
Ajouter des électrons : la question porte sur le noyau, pas sur l'atome.

2.1.2 Que peut-on dire des noyaux représentés sur une même verticale de la figure 7 ? Justifier.

Sur une même verticale, les noyaux ont le même numéro atomique Z (par exemple $Z = 82$ pour les plombs 214, 210 et 206) mais des nombres de nucléons A différents.

Ce sont des noyaux isotopes : même nombre de protons, nombres de neutrons différents.

2.1.3 Écrire l'équation de désintégration du radon 222 et celle du plomb 214.

D'après la figure 7, le radon 222 est émetteur α (noyau d'hélium 4) et le plomb 214 est émetteur β⁻ (électron).

Radon 222 : $^{222}_{86}\text{Rn} \longrightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$

Plomb 214 : $^{214}_{82}\text{Pb} \longrightarrow {}^{214}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}\text{e}$

$^{222}_{86}\text{Rn} \longrightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$ et $^{214}_{82}\text{Pb} \longrightarrow {}^{214}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}\text{e}$

MÉTHODE
Vérifier les deux lois de conservation. Nombre de nucléons : $222 = 218 + 4$ et $214 = 214 + 0$. Nombre de charges : $86 = 84 + 2$ et $82 = 83 - 1$.

2.1.4 Donner le nom et la signification de la grandeur $t_{1/2}$ reportée sur chaque flèche de désintégration de la figure 7, puis sa valeur pour le polonium 218.

$t_{1/2}$ est la demi-vie du noyau radioactif : c'est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux présents dans un échantillon s'est désintégrée.

La flèche qui part du polonium 218 porte l'indication 3,1 min.

Demi-vie du polonium 218 : $t_{1/2} = 3{,}1 \text{ min}$

PIÈGE
Lire 3,8 j : cette valeur est sur la flèche qui part du radon 222. La demi-vie se lit sur la flèche qui quitte le noyau, pas sur celle qui y arrive.

2.2.1 Le filtre est placé dans le détecteur une dizaine de minutes après l'aspiration. Par combien le nombre de noyaux de polonium 218 est-il approximativement divisé : 2, 4, 6 ou 8 ? Justifier.

Données utiles polonium 218 : $t_{1/2} = 3{,}1 \text{ min}$ (2.1.4)

$\frac{10}{3{,}1} \approx 3$: une dizaine de minutes représente environ trois demi-vies du polonium 218.

À chaque demi-vie, le nombre de noyaux est divisé par 2. Après trois demi-vies, il est divisé par $2 \times 2 \times 2 = 2^3$.

Le nombre de noyaux de polonium 218 est divisé par environ 8.

PIÈGE
Répondre 6 en calculant 3×2 : les divisions par 2 se multiplient, elles ne s'ajoutent pas.

2.2.2 L'activité du polonium 218 dans le local est comparable à celle des autres noyaux. En déduire que sa contribution à la radioactivité de l'échantillon introduit plus tard dans le détecteur peut être négligée.

Données utiles demi-vies : plomb 214, 27 min ; bismuth 214, 20 min

L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux : en dix minutes, celle du polonium 218 est divisée par 8 environ (2.2.1).

Dans le même temps, les activités du plomb 214 et du bismuth 214 ont peu varié, car dix minutes est une durée nettement inférieure à leurs demi-vies (27 min et 20 min).

Au début des mesures, l'activité du polonium 218 est donc environ 8 fois plus faible que celle des autres noyaux, et elle continue de décroître bien plus vite.

La contribution du polonium 218 est négligeable devant celle du plomb 214 et du bismuth 214.

2.2.3 Le plomb 210 et ses descendants ne participent pas à la radioactivité de l'échantillon. Quels sont les seuls noyaux émetteurs β^- qui contribuent à l'activité mesurée par le détecteur ?

Sur la figure 7, les flèches β^- partent du plomb 214, du bismuth 214 et du plomb 210. Ce dernier est écarté par l'énoncé, ainsi que ses descendants.

Les seuls émetteurs β^- détectés sont le plomb 214 et le bismuth 214.

COMPRENDRE
Le polonium 214, intermédiaire entre bismuth 214 et plomb 210, est un émetteur α : il n'entre pas dans la réponse.

3.1.1 Rappeler l'expression de l'évolution temporelle du nombre N de noyaux d'une population de noyaux de constante radioactive λ.

$N(t) = N_0 \, e^{-\lambda t}$, où N_0 est le nombre de noyaux à la date $t = 0$.

COMPRENDRE
λ s'exprime en s^{-1} si t est en secondes : l'exposant λt n'a pas d'unité.

3.1.2 L'activité est définie par $A(t) = -\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}$. En déduire la relation $A(t) = +\lambda\, N(t)$.

On dérive $N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$ par rapport au temps :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda\, N(t)$$

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = +\lambda\, N(t)$$

PIÈGE
Perdre un signe : la dérivée de $\mathrm{e}^{-\lambda t}$ est $-\lambda\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$, et le signe moins de la définition donne une activité positive.

3.1.3 À l'aide de la figure 8, comparer graphiquement et sans calcul l'activité de la population de plomb 214 aux dates $t_1 = 25$ min et $t_2 = 50$ min. Justifier.

$A = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$: l'activité est l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe $N(t)$.

Sur la courbe du plomb 214, la tangente est moins inclinée à t_2 qu'à t_1 . On le retrouve avec $A = \lambda\, N$: la courbe donne $N(t_2) < N(t_1)$.

$A(t_2) < A(t_1)$: l'activité du plomb 214 est plus faible à 50 min qu'à 25 min.

COMPRENDRE
L'écart $t_2 - t_1 = 25$ min est proche de la demi-vie du plomb 214 (27 min) : l'activité est à peu près divisée par deux entre les deux dates.

3.1.4 À l'aide de la figure 8, comparer graphiquement et sans calcul l'activité de $\dfrac{N_0}{2}$ noyaux de plomb 214 à celle du même nombre de noyaux de bismuth 214. En déduire le radioélément de plus grande constante radioactive.

On repère sur chaque courbe le point d'ordonnée $\dfrac{N_0}{2}$ et on y compare les tangentes : celle de la courbe du bismuth 214 est plus inclinée que celle du plomb 214.

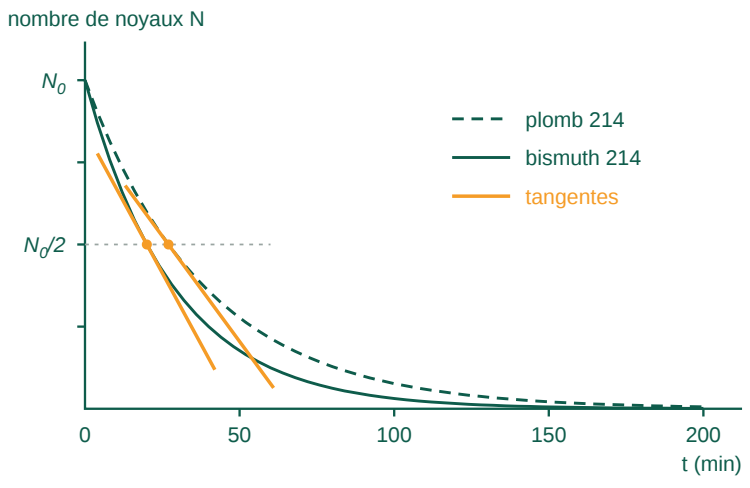
L'activité étant l'opposé du coefficient directeur de la tangente : $A_{\mathrm{Bi}} > A_{\mathrm{Pb}}$.

Or $A = \lambda\, N$ avec le même $N = \dfrac{N_0}{2}$, donc $\lambda_{\mathrm{Bi}}\, \dfrac{N_0}{2} > \lambda_{\mathrm{Pb}}\, \dfrac{N_0}{2}$.

$A_{\mathrm{Bi}} > A_{\mathrm{Pb}}$, donc $\lambda_{\mathrm{Bi}} > \lambda_{\mathrm{Pb}}$: le bismuth 214 a la plus grande constante radioactive.

PIÈGE
Comparer les deux courbes à une même date : les nombres de noyaux y sont différents. Il faut se placer à la même ordonnée $N_0/2$, atteinte à des dates différentes.

COMPRENDRE
Résultat cohérent avec les demi-vies de la figure 7 : 20 min pour le bismuth 214 contre 27 min pour le plomb 214. Plus la demi-vie est courte, plus λ est grande.



3.1.4 · Allure de la figure 8 : tangentes aux deux courbes pour $N = N_0/2$

3.2.1 Identifier les noyaux (plomb 214 et bismuth 214) correspondant aux courbes (a) et (b) de la figure 9. Justifier en décrivant qualitativement l'évolution de la courbe (b).

La courbe (b) part de zéro : à $t = 0$, aucun noyau fils n'est encore formé. Elle croît tant qu'il se forme plus de noyaux de bismuth qu'il ne s'en désintègre, passe par un maximum, puis décroît quand les désintégrations du bismuth l'emportent sur sa formation.

La courbe (a) décroît dès le début, comme une exponentielle : c'est le noyau père, qui ne fait que se désintégrer.

Courbe (a) : plomb 214. Courbe (b) : bismuth 214.

3.2.2 Indiquer, en justifiant, laquelle des équations différentielles (1), (2) ou (3) régit l'évolution temporelle du nombre de noyaux de bismuth 214.

Dans les équations (1) et (3), $\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{Bi}}}{\mathrm{d}t}$ est toujours négative, puisque $\lambda > 0$ et $N > 0$: N_{Bi} ne ferait que décroître. Or la courbe (b) est d'abord croissante.

L'équation (2) contient deux termes : $+\lambda_{\mathrm{Pb}}\, N_{\mathrm{Pb}}$, l'activité du plomb 214, compte les noyaux de bismuth formés par seconde ; $-\lambda_{\mathrm{Bi}}\, N_{\mathrm{Bi}}$ compte ceux qui se désintègrent par seconde.

Équation (2) : $\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{Bi}}}{\mathrm{d}t} = +\lambda_{\mathrm{Pb}}\, N_{\mathrm{Pb}} - \lambda_{\mathrm{Bi}}\, N_{\mathrm{Bi}}$

COMPRENDRE
Le maximum de la courbe (b) correspond à une dérivée nulle : à cet instant $\lambda_{\mathrm{Pb}}\, N_{\mathrm{Pb}} = \lambda_{\mathrm{Bi}}\, N_{\mathrm{Bi}}$, les activités du plomb et du bismuth sont égales.