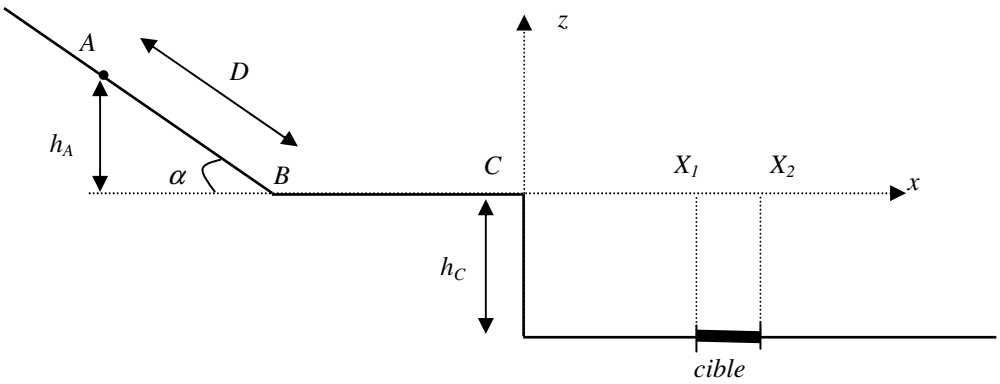
**Antilles Guyane 2007 Exercice n°3 JEU DU BOULET (4 points)**

Le jeu schématisé ci-dessous consiste à placer un boulet sur un plan incliné de telle façon qu'il atteigne la cible.
Le boulet est tout d'abord lâché en $A$ sans vitesse initiale.
Le système étudié est le boulet que l'on assimile à un point.
Toute l'étude est dans un référentiel galiléen.
On néglige les frottements dans tout l'exercice.

Données :

$\alpha = 30°$
$D = AB = 0{,}50$ m
$L = BC = 0{,}20$ m
$h_C = 0{,}40$ m
$m = 10$ g
$g = 9{,}8$ m.s$^{-2}$




## 1. ÉTUDE DU MOUVEMENT DU BOULET ENTRE *A* ET *B*.

**1.1.** Le système étudié est le boulet une fois lâché en $A$.
Faire l'inventaire des forces extérieures agissant sur le boulet. Représenter ces forces sur un schéma sans considération d'échelle.

**1.2.** On choisit l'altitude du point $C$ comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{PP} = 0$ pour $z_C = 0$.

**1.2.1.** Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur au point $A$ et vérifier qu'elle vaut $E_{PP}(A) = 2{,}5.10^{-2}$ J.

**1.2.2.** En déduire l'expression puis la valeur de l'énergie mécanique du système au point $A$.

**1.2.3.** En déduire la valeur de l'énergie mécanique du système au point $B$. Justifier la réponse.

**1.3.** Montrer que l'expression de la vitesse au point $B$ est : $v_B = \sqrt{2g.D.\sin\alpha}$

## 2. ÉTUDE DE LA CHUTE DU BOULET APRÈS LE POINT C.

On étudie le mouvement du centre d'inertie *G* du boulet après le point *C*.
L'origine des temps est prise lorsque le boulet est en *C*.
Le mouvement étant rectiligne et uniforme entre *B* et *C*, la vitesse en *C* est la même qu'en B :
$v_C = v_B = 2{,}2$ m.s$^{-1}$

**2.1.** On précise que l'action de l'air est négligée.

**2.1.1.** Énoncer la deuxième loi de Newton.

**2.1.2.** Appliquer cette loi au boulet une fois qu'il a quitté le point *C*.

**2.1.3.** Déterminer l'expression des composantes du vecteur accélération en projetant la deuxième loi de Newton dans le repère *Cxz* (voir figure).

**2.2.** On rappelle que la valeur de la vitesse au point *C* est $v_C = 2{,}2$ m.s$^{-1}$ et on précise que le vecteur vitesse au point *C* a une direction horizontale.

**2.2.1.** Déterminer l'expression des composantes du vecteur vitesse dans le repère *Cxz*.

L'expression des composantes du vecteur position dans le repère *Cxz* est :

$$\overrightarrow{CG}\begin{cases} x = (\sqrt{2\text{g.D.sin}\alpha}).t \\ z = -\dfrac{1}{2}g.t^2 \end{cases}$$

**2.2.2.** En déduire l'équation de la trajectoire donnant l'expression de *z* en fonction de *x*.

**2.3.** On veut déterminer si le boulet atteint la cible *E* dont l'abscisse est comprise entre $X_1 = 0{,}55$ m et $X_2 = 0{,}60$ m.

**2.3.1.** Calculer le temps nécessaire pour que le boulet atteigne le sol.

**2.3.2.** En déduire l'abscisse $X_f$ du boulet quand il touche le sol. La cible est-elle atteinte ?

**2.4.** Quelle distance *D* faudrait-il choisir pour atteindre la cible à l'abscisse $X_f = 0{,}57$ m ? (la durée de chute étant la même).