# La galiote

Bac S 2007 Métropole (ancien programme) · Exercice 1 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

**1** Justifier l'expression « pour résister à la réaction considérable du boulet » à l'aide d'une des trois lois de Newton, et énoncer cette loi.

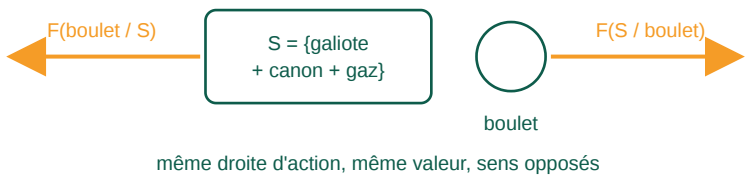
Troisième loi de Newton (principe des actions réciproques) : si un corps A exerce sur un corps B une force $\overrightarrow{F}_{A/B}$, alors B exerce sur A une force $\overrightarrow{F}_{B/A}$ de même droite d'action, de même valeur et de sens opposé :

$$\overrightarrow{F}_{B/A} = -\overrightarrow{F}_{A/B}$$

Ici, l'ensemble S = {galiote + canon + gaz} pousse le boulet avec la force $\overrightarrow{F}_{S/\text{boulet}}$. Le boulet exerce donc en retour sur S la force $\overrightarrow{F}_{\text{boulet}/S} = -\overrightarrow{F}_{S/\text{boulet}}$, aussi intense que la poussée et dirigée vers l'arrière.

La « réaction du boulet » est la force $\overrightarrow{F}_{\text{boulet}/S}$, opposée à la poussée : c'est elle que la structure du navire doit supporter.

**PIÈGE**
Les deux forces ne s'appliquent pas au même objet : l'une agit sur le boulet, l'autre sur le navire. Elles ne se compensent donc pas.




**1** · Actions réciproques entre l'ensemble S et le boulet

**2.1.1** Donner l'expression littérale de la valeur $F_A$ de la poussée d'Archimède, puis la calculer.

**Données utiles** $\rho = 1{,}3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ; $V = 16\ \text{L}$ ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

La poussée d'Archimède a pour valeur le poids du volume d'air déplacé par le boulet :

$$F_A = \rho\, V\, g$$

avec $V = 16\ \text{L} = 16 \times 10^{-3}\ \text{m}^3 = 1{,}6 \times 10^{-2}\ \text{m}^3$.

$F_A = 1{,}3 \times 1{,}6 \times 10^{-2} \times 10 = 2{,}1 \times 10^{-1}\ \text{N}$ (aide au calcul : $1{,}6 \times 1{,}3 = 2{,}1$).

$$F_A = \rho\, V\, g = 0{,}21\ \text{N}$$

**PIÈGE**
La masse volumique est celle du fluide déplacé (l'air), pas celle du boulet, et le volume doit être en $\text{m}^3$ : $1\ \text{L} = 10^{-3}\ \text{m}^3$.

**COMPRENDRE**
Deux chiffres significatifs, comme $\rho$, $V$ et $g$. Sans calculatrice, on écrit les nombres en notation scientifique pour retrouver un produit de l'aide au calcul.

**2.1.2** Donner l'expression littérale du poids du boulet, puis calculer sa valeur $P$.

**Données utiles** $m = 100\ \text{kg}$ ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$P = m\, g = 100 \times 10$

$$P = m\, g = 1{,}0 \times 10^3\ \text{N}$$

**2.1.3** Montrer que le poids est au moins cent fois plus grand que la poussée d'Archimède.

**Données utiles** $F_A = 0{,}21$ N (2.1.1) ; $P = 1{,}0 \times 10^3$ N (2.1.2)

$100 \times F_A = 100 \times 0{,}21 = 21$ N, valeur très inférieure à $P = 1{,}0 \times 10^3$ N.

$P > 100\,F_A$ : la poussée d'Archimède est négligeable devant le poids (le rapport $\dfrac{P}{F_A}$ est proche de $5 \times 10^3$).

**MÉTHODE**
Pour comparer deux forces, on forme leur rapport ou on multiplie la plus petite par le facteur exigé : ici, comparer $100\,F_A$ à $P$ évite une division à la main.

**2.1.4** Établir le bilan des forces exercées sur le système {boulet} pendant le vol.

Système : {boulet} ; référentiel terrestre supposé galiléen.

La poussée d'Archimède est négligeable devant le poids (2.1.3), les frottements de l'air aussi (hypothèse de l'énoncé), et la force de poussée n'agit plus après le lancement.

Le boulet n'est soumis qu'à son poids $\overrightarrow{P} = m\,\vec{g}$, vertical et dirigé vers le bas : c'est une chute libre.

**PIÈGE**
Ne pas ajouter une « force de lancement » : la poussée cesse dès que le boulet quitte le canon. La vitesse initiale n'est pas une force.

**2.2.1** En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du point G.

Deuxième loi de Newton appliquée au boulet, de masse constante : $\overrightarrow{P} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $\vec{g}$ est vertical vers le bas : $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_y = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0$ de coordonnées $(v_0 \cos\alpha\ ;\ v_0 \sin\alpha)$, donc $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$ :

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha \qquad v_y(t) = -g\,t + v_0 \sin\alpha$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on intègre encore : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t + C_3$ et $y = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + C_4$.

À $t = 0$, G est en O : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, donc $C_3 = C_4 = 0$.

$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t$

**PIÈGE**
Oublier le signe de $a_y$ : l'axe $(Oy)$ est orienté vers le haut et $\vec{g}$ vers le bas, donc $a_y = -g$.

**MÉTHODE**
Toujours la même chaîne : deuxième loi de Newton, coordonnées de $\vec{a}$, primitive pour $\vec{v}$, puis pour la position. Chaque constante se détermine avec une condition initiale, à écrire explicitement.

**2.2.2** Montrer que l'équation de la trajectoire s'écrit $y(x) = Ax^2 + Bx$ ; donner les expressions littérales de $A$ et $B$ et leurs unités.

On élimine le temps : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t$ donne $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$. En reportant dans $y(t)$ :

$$y(x) = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + v_0 \sin\alpha\,\frac{x}{v_0 \cos\alpha} = -\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x$$

Unités : $g$ est en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ et $v_0^2$ en $\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$, donc $A$ est en $\mathrm{m^{-1}}$ ; $\tan\alpha$ est un nombre sans unité.

$y = Ax^2 + Bx$ avec $A = -\dfrac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}$ (en $\mathrm{m^{-1}}$) et $B = \tan\alpha$ (sans unité)

**COMPRENDRE**
On vérifie la cohérence : $Ax^2$ est en $\mathrm{m^{-1} \cdot m^2} = \mathrm{m}$ et $Bx$ en m, comme $y$. Avec $A < 0$, la trajectoire est une parabole tournée vers le bas.

**2.3.1** Exprimer la portée $d$ du tir en fonction de $A$ et $B$.

Le point d'impact M est à la même altitude que O : $y(d) = 0$, soit $d\,(A\,d + B) = 0$.

Ce produit est nul si $d = 0$ (point de départ O, à écarter) ou si $A\,d + B = 0$.

$$d = -\frac{B}{A}$$

**COMPRENDRE**
Comme $A$ est négatif et $B$ positif, on obtient bien une distance positive.

**2.3.2** À partir de $d = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, retrouver que la portée est maximale pour $\alpha = 45^\circ$, à vitesse $v_0$ donnée.

$v_0$ et $g$ étant fixés, $d$ est maximale quand $\sin 2\alpha$ est maximal, c'est-à-dire quand $\sin 2\alpha = 1$.

Pour un angle de tir compris entre $0^\circ$ et $90^\circ$, cela impose $2\alpha = 90^\circ$.

$\alpha = 45^\circ$, et la portée maximale vaut $d_{\max} = \dfrac{v_0^2}{g}$.

**2.3.3** Calculer la vitesse initiale du boulet permettant d'atteindre la portée maximale donnée dans le texte.

**Données utiles** $d_{\max} = 2400\ \text{m}$ ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ ; $\alpha = 45^\circ$

Pour $\alpha = 45^\circ$ : $d_{\max} = \dfrac{v_0^2}{g}$, donc $v_0 = \sqrt{g\,d_{\max}}$.

$v_0 = \sqrt{10 \times 2400} = \sqrt{2{,}4 \times 10^4} = \sqrt{2{,}4} \times 10^2$, avec $\sqrt{2{,}4} \approx 1{,}5$ (aide au calcul).

$$v_0 = \sqrt{g\,d_{\max}} \approx 1{,}5 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

**PIÈGE**
L'aide au calcul donne aussi $\sqrt{24} \approx 4{,}9$, qui ne sert pas ici : il faut une puissance de dix paire sous la racine, donc $2{,}4 \times 10^4$ et non $24 \times 10^3$.

**2.3.4** Les frottements de l'air n'étant pas négligeables, la vitesse initiale doit-elle être supérieure ou inférieure à celle de la question 2.3.3 pour garder la même portée, avec $\alpha = 45^\circ$ ? Justifier sans calcul.

Les forces de frottement s'opposent au mouvement : elles freinent le boulet tout au long du vol. À vitesse initiale égale, il retombe donc moins loin que dans le modèle sans frottement.

Pour atteindre quand même 2400 m, la vitesse initiale doit être supérieure à $1{,}5 \times 10^2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

**3.1** La réaction qui se produit à l'anode est-elle une oxydation ou une réduction ?

À l'anode se produit toujours une oxydation (la réduction a lieu à la cathode).

**3.2** Écrire l'équation de la réaction ayant lieu à l'anode. À quelle borne du générateur cette électrode est-elle reliée ?

D'après l'équation de l'électrolyse, les réactifs sont $\text{Cl}^-$ et $\text{H}_2\text{O}$. Le réducteur qui est oxydé est l'ion chlorure, du couple $\text{Cl}_2$ / $\text{Cl}^-$ :

$$2\,\text{Cl}^-\,(\text{aq}) = \text{Cl}_2\,(\text{g}) + 2\,\text{e}^-$$

Les électrons libérés à l'anode partent dans le circuit vers le générateur : l'anode est reliée à la borne qui attire les électrons.

Anode : $2\,\text{Cl}^-\,(\text{aq}) = \text{Cl}_2\,(\text{g}) + 2\,\text{e}^-$ ; elle est reliée à la borne positive du générateur.

**PIÈGE**
Dans une pile, l'anode est la borne négative ; dans un électrolyseur, elle est reliée à la borne positive du générateur. Seule la définition « anode = oxydation » ne change pas.

**COMPRENDRE**
Le dihydrogène qui décolle la gangue se forme par réduction de l'eau : le boulet est donc la cathode, reliée à la borne négative, et l'autre électrode est l'anode.

**3.3.1** Donner l'expression littérale du nombre $N$ d'électrons transférés et celle de la quantité d'électrons $n(\mathrm{e}^-)$ en fonction des grandeurs données.

Charge ayant circulé pendant $\Delta t$ sous intensité constante : $Q = I\,\Delta t$.
Chaque électron porte la charge $e$ en valeur absolue : $Q = N\,e$.

Donc $N = \dfrac{I\,\Delta t}{e}$, et comme $N = n(\mathrm{e}^-)\,N_A$ :

$$\boxed{N = \frac{I\,\Delta t}{e} \text{ et } n(\mathrm{e}^-) = \frac{N}{N_A} = \frac{I\,\Delta t}{e\,N_A}}$$

**COMPRENDRE**
Le produit $e\,N_A$ est la charge d'une mole d'électrons, soit environ $9{,}6 \times 10^4\ \mathrm{C \cdot mol^{-1}}$ : c'est la constante de Faraday.

**3.3.2** Établir une relation entre la quantité $n(\mathrm{H_2})$ de dihydrogène dégagé et $n(\mathrm{e}^-)$, puis en déduire que $n(\mathrm{H_2}) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{I\,\Delta t}{e\,N_A}$.

D'après l'équation (1), $2\,\mathrm{H_2O\,(l)} + 2\,\mathrm{e^-} = \mathrm{H_2\,(g)} + 2\,\mathrm{HO^-\,(aq)}$ : pour un avancement $x$, il se forme $n(\mathrm{H_2}) = x$ pendant que $n(\mathrm{e}^-) = 2x$ électrons sont échangés.

Donc $n(\mathrm{H_2}) = \dfrac{n(\mathrm{e}^-)}{2}$, et avec l'expression de $n(\mathrm{e}^-)$ de la question 3.3.1 :

$$\boxed{n(\mathrm{H_2}) = \frac{n(\mathrm{e}^-)}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I\,\Delta t}{e\,N_A}}$$

**3.3.3** Calculer la valeur de $n(\mathrm{H_2})$.

**Données utiles** $I = 1{,}0\ \mathrm{A}$ ; $\Delta t = 530\ \mathrm{h}$ ; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$ ; $N_A = 6{,}0 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$

Durée en secondes : $\Delta t = 530 \times 3600 = 5{,}3 \times 3{,}6 \times 10^5 \approx 19 \times 10^5\ \mathrm{s}$.

Dénominateur : $2\,e\,N_A = 2 \times 1{,}6 \times 6{,}0 \times 10^{-19+23} \approx 19 \times 10^4\ \mathrm{C \cdot mol^{-1}}$.

$$n(\mathrm{H_2}) = \frac{1{,}0 \times 19 \times 10^5}{19 \times 10^4}$$

$$\boxed{n(\mathrm{H_2}) \approx 10\ \mathrm{mol}}$$

**PIÈGE**
Laisser $\Delta t$ en heures donne un résultat 3600 fois trop petit : dans $Q = I\,\Delta t$, la durée est en secondes.

**COMPRENDRE**
Les deux aides au calcul utiles donnent le même 19, qui se simplifie. Le calcul exact donne 9,9 mol : à deux chiffres significatifs, 10 mol convient.

**3.3.4** En déduire le volume de dihydrogène dégagé dans les conditions de l'expérience.

**Données utiles** $n(\mathrm{H_2}) \approx 10\ \mathrm{mol}$ (3.3.3) ; $V_M = 24\ \mathrm{L \cdot mol^{-1}}$

$$V(\mathrm{H_2}) = n(\mathrm{H_2}) \times V_M = 10 \times 24$$

$$\boxed{V(\mathrm{H_2}) = 2{,}4 \times 10^2\ \mathrm{L}}$$