2007 National **EXERCICE I. LA GALIOTE (7 points)**

Calculatrice interdite

La galiote était un navire de guerre qui fit son apparition à la fin du XVII^{ème} siècle, sous le règne de Louis XIV. Les galiotes possédaient de lourds canons, fixés au pont, projetant des boulets de 200 livres (environ 100 kg) portant jusqu'à 1200 toises (environ 2400 m).
Selon la description détaillée de Renau, Inspecteur Général de la Marine, ces bâtiments sont destinés à emporter des canons en mer. Ils sont de moyenne grandeur et à fond plat. De par leur fabrication, l'angle de tir des canons est fixe et a pour valeur $\alpha = 45°$, ce qui permet de tirer à la plus grande distance possible.
La structure d'une galiote doit être très robuste pour résister à la réaction considérable du boulet et leur échantillon(1) est ordinairement aussi fort que celui d'un vaisseau de 50 canons.

(1) dimension et épaisseur des pièces utilisées pour la construction.

D'après le site Internet de l'Institut de Stratégie Comparée.

Les parties 1, 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes.
Certaines aides au calcul peuvent comporter des résultats ne correspondant pas au calcul à effectuer.

1. Action de la poudre de canon sur le boulet

L'éjection du boulet est provoquée par la combustion de la poudre. Une force de poussée est donc exercée sur le boulet par l'ensemble {galiote + canon + gaz}.
Justifier l'expression soulignée dans le texte encadré ci-dessus, à l'aide d'une des trois lois de Newton. Énoncer cette loi. (On pourra s'aider d'un schéma).

2. La trajectoire du boulet

*On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G du boulet de masse m. L'étude est faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le repère d'étude est $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et l'origine des dates est choisie à l'instant où le boulet part du point O (voir **figure 1** ci-dessous).*
Le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ du point G est incliné d'un angle α (appelé angle de tir) par rapport à l'horizontale. ***Une fois le boulet lancé, la force de poussée de la partie précédente n'intervient plus.***

Données :
Volume du boulet : V = 16 dm^3 = 16 L
Masse du boulet : m = 100 kg
Valeur du champ de pesanteur : g = 10 m.s^{-2}
Masse volumique de l'air : ρ = 1,3 kg.m^{-3}

Aide au calcul		
$1,6 \times 1,3 = 2,1$	$\sqrt{2,4} \approx 1,5$	
$\frac{1,6}{1,3} = 1,2$	$\frac{1,3}{1,6} = 0,81$	$\sqrt{24} \approx 4,9$

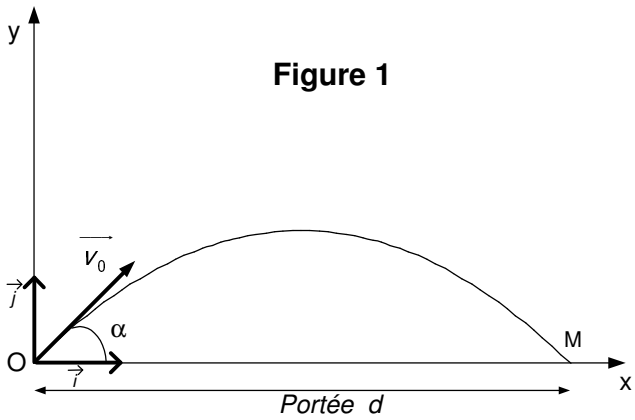


Figure 1

2.1. Inventaire des forces agissant sur le boulet après son lancement

2.1.1. La poussée d'Archimède
Donner l'expression littérale de la valeur F_A de la poussée d'Archimède puis la calculer.

2.1.2. Le poids
Calculer la valeur *P* du poids du boulet après avoir précisé son expression littérale.

2.1.3. *Dans cet exercice, on pourra négliger la poussée d'Archimède devant le poids si la valeur de ce dernier est au moins cent fois plus grande que celle de la poussée d'Archimède.*
Montrer que l'on est dans cette situation.

2.1.4. *Pendant le vol, compte tenu de la masse, de la vitesse et de la forme du boulet, on fait l'hypothèse que les forces de frottement dans l'air sont négligeables devant le poids.*

En tenant compte de la remarque et des résultats précédents, établir le bilan des forces exercées sur le système {boulet} pendant le vol.

2.2. Équation de la trajectoire

Dans toute cette partie, on négligera la poussée d'Archimède et on ne tiendra pas compte des forces de frottement dues à l'air.

2.2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les équations horaires du mouvement du point G s'écrivent :

$$x(t) = (v_0.\cos\alpha)\ .t$$

$$\text{et } y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + (v_0.\sin\alpha)\ .t$$

2.2.2. Montrer que l'équation de la trajectoire peut se mettre sous la forme $y(x) = Ax^2 + Bx$. On donnera les expressions littérales de A et B et on précisera leurs unités respectives.

2.3. Portée du tir

L'équation de la trajectoire du boulet peut se mettre sous la forme $y(x) = x \cdot (Ax + B)$.
*Au cours d'un tir d'entraînement, un boulet tombe dans l'eau. Dans ces conditions, la distance entre le point de départ du boulet et son point M d'impact sur l'eau est appelée portée (voir **figure 1 page 1**).*
On négligera la différence d'altitude entre les points O et M devant les autres distances.

2.3.1. Exprimer la portée *d* du tir en fonction de A et B.

2.3.2. *L'expression littérale de la portée d en fonction de v_0, α et g est :* $d = \frac{v_0^2.\sin 2\alpha}{g}$.

Retrouver, en la justifiant, la valeur $\alpha = 45°$ donnée dans le texte, pour laquelle la portée est maximale, pour une vitesse v_0 donnée.

2.3.3. À partir de la question précédente et des données, calculer la vitesse initiale du boulet pour atteindre la portée maximale donnée dans le texte.

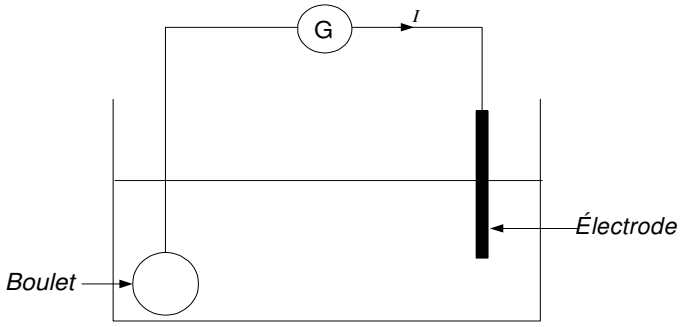
2.3.4. *En fait, les frottements dans l'air ne sont pas négligeables.*
Avec un angle de tir restant égal à 45°, la vitesse initiale du boulet doit-elle être supérieure ou inférieure à celle trouvée à la question 2.3.3. pour obtenir la même portée maximale ? Justifier sans calcul.

3. Restauration d'un boulet par électrolyse

Un boulet est retrouvé par un archéologue, qui le restaure par électrolyse en solution basique. Ce procédé a pour but, notamment :
- d'éliminer la gangue (substance qui forme une enveloppe autour d'une autre matière) qui entoure le boulet ;
- de débarrasser l'objet de tous les ions chlorure qui, au contact de l'humidité de l'air et du dioxygène amènent à la formation d'acide chlorhydrique conduisant à la destruction rapide du boulet. Ces ions chlorure sont également présents dans la gangue.

Le schéma de principe de l'électrolyse est le suivant :

G *: générateur de tension continue*



La lente destruction de la gangue libère dans l'électrolyte les ions chlorure qu'elle contenait.

L'équation de la réaction modélisant l'électrolyse est :

$$2\,C\ell^- (aq) + 2\,H_2O(\ell) = C\ell_2(g) + H_2(g) + 2\,HO^-(aq)$$

Les couples d'oxydoréduction mis en jeu sont : $C\ell_2(g) / C\ell^-(aq)$ et $H_2O(\ell) / H_2(g)$

3.1. La réaction se produisant à l'anode est-elle une oxydation ou une réduction ?

3.2. Écrire l'équation de la réaction ayant lieu à l'anode. À quelle borne du générateur est reliée cette électrode ?

3.3. *À l'une des électrodes, on observe un dégagement de dihydrogène. L'équation de la réaction électrochimique associée est :*

$$2\,H_2O(\ell) + 2\,e^- = H_2(g) + 2\,HO^-(aq) \quad (1)$$

La pression exercée par le dihydrogène permet de décoller la gangue. L'élimination de la gangue se fait sous une intensité I constante et pendant une durée Δt qui dépendent, entre autres, de la nature de l'objet et de son état de corrosion.

Données :

Charge élémentaire : $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C — *Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}0 \times 10^{23}$ mol^{-1}*

Intensité du courant : I = 1,0 A — *Durée de l'électrolyse : Δt = 530 heures*

Aide au calcul			
$5{,}3 \times 3{,}6 \approx 19$	$2 \times 1{,}6 \times 6 \approx 19$	$\frac{5{,}3}{3{,}6} = 1{,}5$	$\frac{2 \times 6}{1{,}6} = 7{,}5$

On note Q la valeur absolue de la charge électrique totale ayant circulé dans le dispositif pendant la durée Δt de l'électrolyse.

3.3.1. Donner l'expression littérale du nombre *N* d'électrons transférés et celle de la quantité d'électrons $n(e^-)$ en fonction des grandeurs données.

3.3.2. *Pour simplifier, on fait l'hypothèse que la réaction correspondant à l'équation (1) est la seule à se produire au niveau de l'électrode concernée.*

En s'aidant éventuellement d'un tableau d'avancement, établir une relation entre la quantité $n(H_2)$ de dihydrogène dégagé et la quantité d'électrons $n(e^-)$ et en déduire que $n(H_2) = \frac{1}{2} . \frac{I.\Delta t}{e.N_A}$.

3.3.3. Calculer la valeur de $n(H_2)$.

3.3.4. En déduire quel serait le volume de dihydrogène dégagé dans les conditions de l'expérience. *On donne le volume molaire des gaz dans les conditions de l'expérience : $V_M = 24$ L. mol^{-1}.*