Filtre pour enceinte

Bac S 2007 Liban (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Partie I. Indiquer sur le schéma de l'annexe les branchements du système d'acquisition pour visualiser E sur la voie A et u_C sur la voie B.

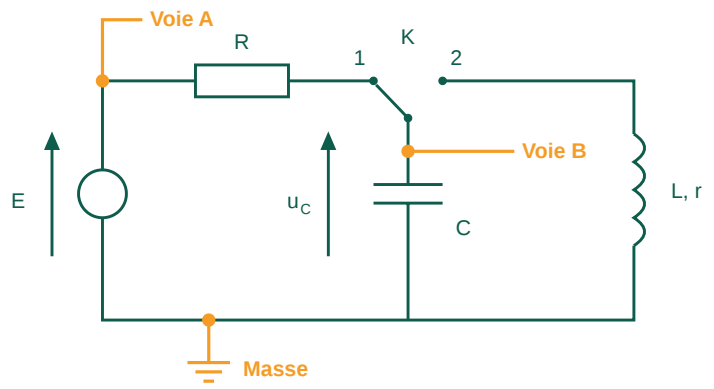
Les deux tensions ont une borne commune : le fil du bas, relié à la borne négative du générateur. On y branche la masse.

La voie A est reliée à la borne positive du générateur : elle mesure E.

La voie B est reliée à l'armature supérieure du condensateur : elle mesure u_C.

Masse sur le fil du bas ; voie A entre le générateur et R ; voie B entre K et le condensateur.

PIÈGE
Une voie se branche à la pointe de la flèche tension, la masse à son pied. Brancher la voie B entre R et K donnerait u_C seulement tant que K reste en position 1.



1 · Montage de l'annexe complété : branchements du système d'acquisition

2.1 Partie I. La tension s'écrit $u_C = U\,[1 - \exp(-t/\tau)]$. Déterminer graphiquement U.

Quand t devient très grand, $\exp(-t/\tau)$ tend vers 0, donc u_C tend vers U : U est la valeur de l'asymptote horizontale.

Sur les courbes I, u_C rejoint le palier de la tension E.

$U = 12$ V

COMPRENDRE
Le condensateur chargé ne laisse plus passer de courant : la tension aux bornes de R est nulle et u_C vaut alors la tension du générateur.

2.2 Partie I. Que représente τ pour la charge d'un condensateur ? Nommer τ.

τ est une durée qui indique la rapidité de la charge : à $t = \tau$, u_C atteint 63 % de sa valeur finale, et la charge est pratiquement terminée à $t = 5\tau$.

τ est la **constante de temps** du circuit.

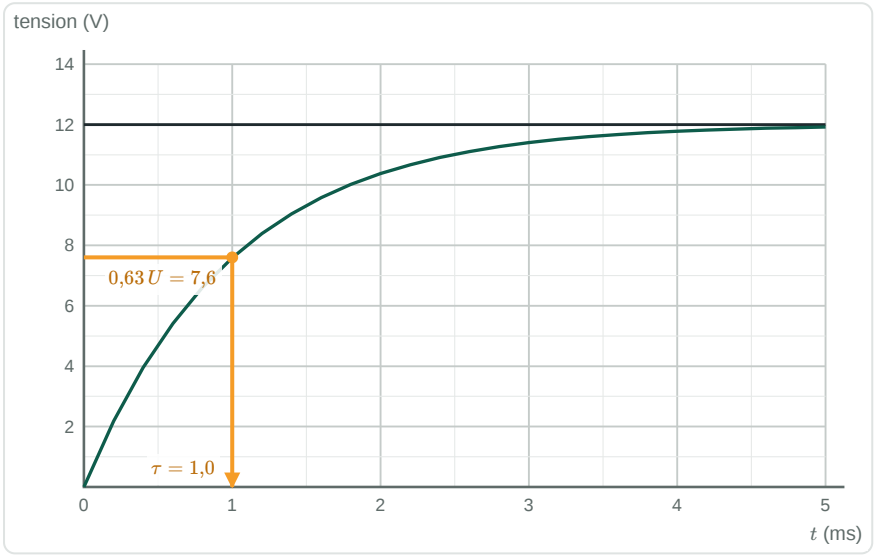
2.3 Partie I. Déterminer graphiquement la valeur de τ, en faisant apparaître la méthode sur les courbes I.

Données utiles $U = 12$ V (2.1) ; aide au calcul : $0{,}63 \times 12 \approx 7{,}6$

À $t = \tau$: $u_C(\tau) = U\left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) = 0{,}63\,U = 0{,}63 \times 12 = 7{,}6$ V.

On trace l'horizontale d'ordonnée 7,6 V jusqu'à la courbe u_C, puis on lit l'abscisse du point obtenu.

$\tau = 1{,}0$ ms



2.3 · Courbes I : asymptote $U = 12$ V et lecture de τ à 63 % de U

COMPRENDRE
La lecture graphique ne permet pas mieux que deux chiffres significatifs, comme pour $E = 12$ V.

MÉTHODE
Autre tracé possible : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $u_C = U$ à l'abscisse τ. Elle est moins précise, car la tangente est délicate à tracer.

3.1 Partie I. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C lors de la charge.

K est en position 1 : le générateur, R et le condensateur sont en série. On oriente le courant i du générateur vers R, et u_R en convention récepteur.

Loi des mailles : $E = u_R + u_C$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$. Pour le condensateur : $q = C\,u_C$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

$$R\,C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$$

PIÈGE
Sans orientation du courant ni convention précisée, les signes ne sont pas justifiés. Indiquer i et u_R sur le schéma ou les définir en une phrase.

3.2 Partie I. Montrer que $u_C = U\,[1 - \exp(-t/\tau)]$ est solution de cette équation et exprimer U et τ en fonction des grandeurs du montage.

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{U}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

On remplace dans le premier membre de l'équation :

$$R\,C\,\frac{U}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + U - U\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = U + U\left(\frac{R\,C}{\tau} - 1\right)\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

Cette expression doit valoir E à chaque instant. Comme $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ varie avec t, il faut que son coefficient soit nul et que le terme constant soit égal à E.

La fonction est solution si $\tau = R\,C$ et $U = E$.

COMPRENDRE
Le résultat $U = E$ est cohérent avec la lecture graphique de la question 2.1 : $U = 12$ V.

MÉTHODE
Pour vérifier une solution proposée : dériver, remplacer, regrouper les termes en exponentielle, puis imposer l'égalité à tout instant. On obtient une condition par constante.

3.3 Partie I. Vérifier la dimension de τ par une analyse dimensionnelle.

$[\tau] = [R]\,[C]$.

Loi d'Ohm $u = Ri$: $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Relation $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$: $[I] = [C]\dfrac{[U]}{[T]}$, donc $[C] = \dfrac{[I]\,[T]}{[U]}$.

$$[\tau] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\,[T]}{[U]} = [T]$$

$\tau = RC$ a la dimension d'une durée.

PIÈGE
Écrire « des ohms fois des farads donnent des secondes » n'est pas une démonstration : il faut revenir à des relations connues entre tension, intensité et durée.

1 Partie II. Le condensateur chargé se décharge dans la bobine. Quelle est la nature du phénomène observé ?

Sur la courbe II, u_C prend alternativement des valeurs positives et négatives, à intervalles de temps réguliers, avec une amplitude qui diminue.

Le circuit est le siège d'**oscillations électriques amorties** : le régime est pseudo-périodique.

COMPRENDRE
La bobine et les oscillations électriques des circuits RLC ne figurent plus au programme actuel de la spécialité. La partie I (circuit RC) reste, elle, entièrement au programme.

2.1 Partie II. Nommer le temps caractéristique du phénomène observé puis le déterminer, en faisant apparaître la méthode sur la courbe II.

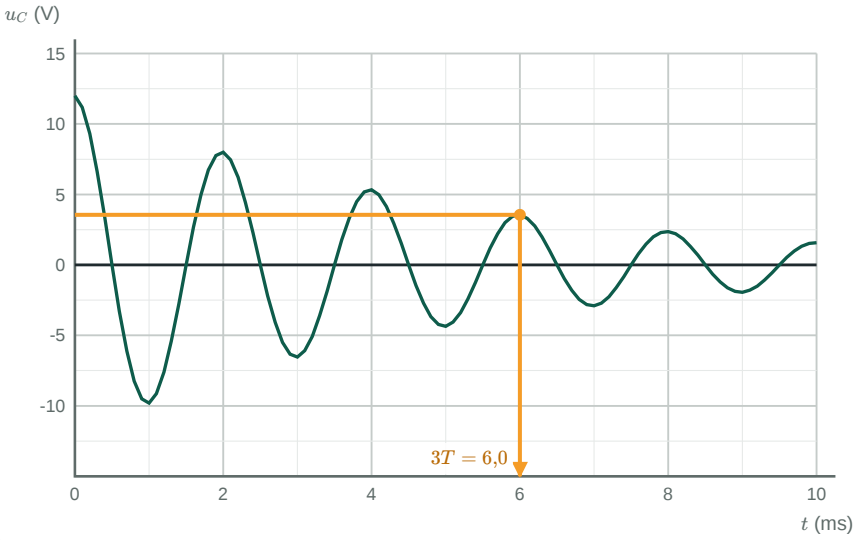
Ce temps caractéristique est la **pseudo-période** T, durée entre deux maximums successifs de u_C.

Entre le maximum initial ($t = 0$) et le quatrième maximum, on compte trois pseudo-périodes : $3T = 6{,}0$ ms.

$$T = \frac{6{,}0}{3} = 2{,}0 \text{ ms}$$

$T = 2{,}0 \text{ ms} = 2{,}0 \times 10^{-3}$ s

MÉTHODE
Mesurer plusieurs pseudo-périodes puis diviser : l'incertitude de lecture est divisée d'autant.



2.1 · Courbe II : trois pseudo-périodes entre le maximum initial et le quatrième maximum

2.2 Partie II. Donner l'expression de ce temps en fonction des éléments du montage.

L'amortissement est faible : la pseudo-période est pratiquement égale à la période propre du circuit (L, C).

$$T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}$$

PIÈGE
La résistance r n'intervient pas dans cette expression. Ne pas confondre non plus avec la constante de temps $R\,C$ de la partie I.

3 Partie II. En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

Données utiles $T = 2{,}0 \times 10^{-3}$ s (2.1) ; $C = 10\ \mu\text{F} = 10 \times 10^{-6}$ F ; aide au calcul : $\pi^2 \approx 10$

$T^2 = 4\pi^2\,L\,C$, donc $L = \dfrac{T^2}{4\pi^2\,C}$.

$$L = \frac{(2{,}0 \times 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 10 \times 10^{-6}} = \frac{4{,}0 \times 10^{-6}}{4{,}0 \times 10^{-4}}$$

$L = 1{,}0 \times 10^{-2}$ H, soit 10 mH.

PIÈGE
Oublier d'élever au carré, ou laisser T en millisecondes et C en microfarads : le henry s'obtient avec des secondes et des farads.

4 Partie II. Comment voit-on que la bobine possède une résistance non nulle ?

L'amplitude des oscillations diminue au cours du temps : l'énergie du circuit décroît. Elle est dissipée par effet Joule, ce qui exige une résistance dans le circuit de décharge. Celui-ci ne contient que le condensateur et la bobine.

L'amortissement des oscillations montre que $r \neq 0$.

COMPRENDRE
En position 2, la résistance R n'est plus dans le circuit : seule la bobine peut dissiper de l'énergie. Avec $r = 0$, l'amplitude resterait égale à 12 V.

5 Partie II. Sous quelle(s) forme(s) est stockée l'énergie totale du dipôle (L, C) à la date $t = 2{,}0$ ms ? Calculer sa valeur.

Données utiles $C = 10 \times 10^{-6}$ F ; courbe II : $u_C = 8{,}0$ V à $t = 2{,}0$ ms

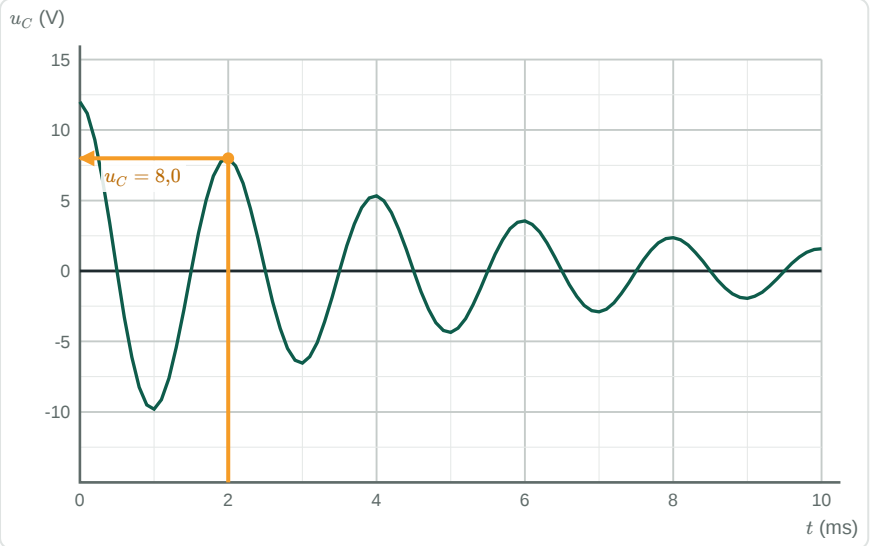
À $t = 2{,}0$ ms, u_C est maximale : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'énergie de la bobine, $\dfrac{1}{2}\,L\,i^2$, est nulle : toute l'énergie est stockée dans le condensateur, sous forme électrique.

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2}\,C\,u_C^2 = 0{,}5 \times 10 \times 10^{-6} \times 8{,}0^2 = 0{,}5 \times 10 \times 64 \times 10^{-6}$$

$E_{\text{tot}} = 3{,}2 \times 10^{-4}$ J, entièrement dans le condensateur.

PIÈGE
Prendre $u_C = 12$ V, valeur à $t = 0$: on trouverait $7{,}2 \times 10^{-4}$ J. L'écart avec le résultat correspond à l'énergie déjà dissipée par effet Joule dans r.



5 · Courbe II : à $t = 2{,}0$ ms, u_C passe par un maximum