La station spatiale internationale à l'heure atomique pharao

Bac S 2007 Liban (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1 (Partie I) Définir puis déterminer l'accélération de la navette à la date $t_4 = 4{,}0$ s.

Données utiles $v_3 = 14\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $t_3 = 3{,}0$ s ; $v_5 = 25\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $t_5 = 5{,}0$ s

Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$. La trajectoire étant rectiligne, sa valeur est $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$.

À la date t_4, milieu de l'intervalle $[t_3\,;t_5]$, on l'approche par la variation de vitesse entre les deux dates qui l'encadrent :

$$a(t_4) \approx \frac{v_5 - v_3}{t_5 - t_3} = \frac{25 - 14}{5{,}0 - 3{,}0} = \frac{11}{2{,}0}$$

$a(t_4) = 5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, vecteur vertical dirigé vers le haut.

PIÈGE
Calculer v/t avec une seule date (par exemple $25/5{,}0$) : c'est une variation de vitesse qu'il faut diviser par une durée. Utiliser les vitesses en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, pas en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. Les forces étant constantes (question 2), l'accélération l'est aussi et la valeur moyenne sur l'intervalle est la valeur à t_4.

2.1 (Partie I) Représenter les forces qui s'exercent sur la navette à la date $t_4 = 4{,}0$ s, sur le schéma simplifié reproduit.

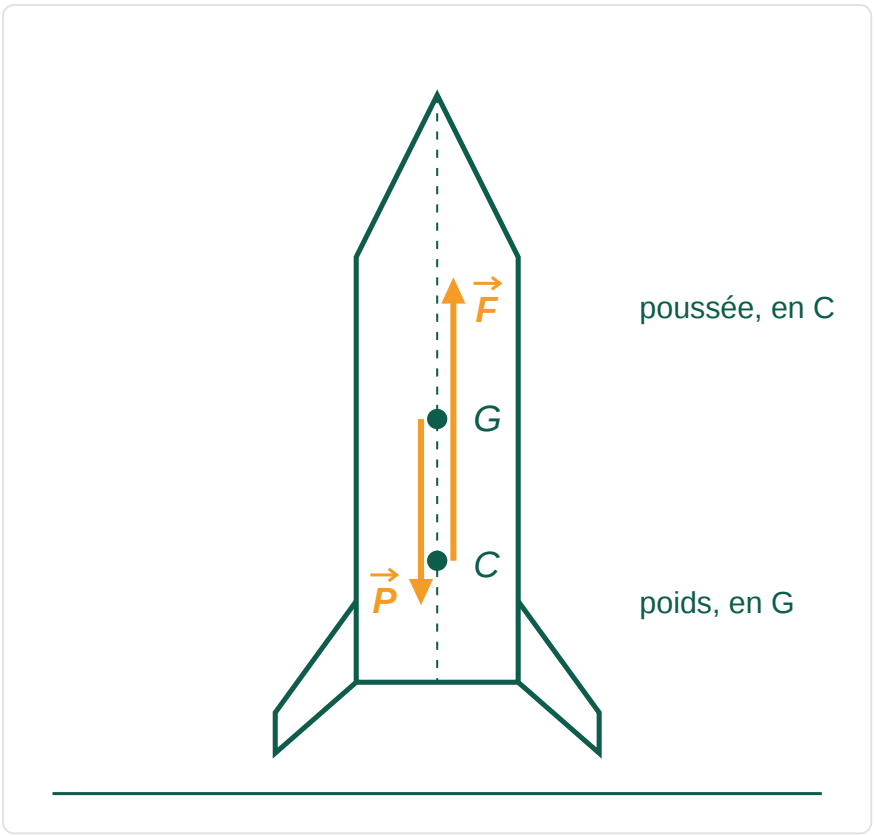
Système {navette}, référentiel terrestre supposé galiléen. L'action de l'air étant négligée, deux forces s'exercent :

- le poids $\vec{P}$: vertical, vers le bas, appliqué au centre de gravité G ;
- la poussée $\vec{F}$: verticale, vers le haut, appliquée au centre de poussée C.

La navette accélère vers le haut : la somme des forces est dirigée vers le haut, donc $F > P$.

Deux forces verticales : $\vec{P}$ vers le bas en G, $\vec{F}$ vers le haut en C, la flèche de $\vec{F}$ étant plus longue que celle de $\vec{P}$.

PIÈGE
Tracer deux flèches de même longueur : la navette aurait alors une vitesse constante. Chaque force part de son point d'application, G pour le poids, C pour la poussée.



2.1 · Forces sur la navette à la date t_4 (les deux flèches, portées par l'axe, sont légèrement écartées pour rester lisibles)

2.2 (Partie I) Calculer la valeur de la poussée.

Données utiles $M_N = 2{,}0 \times 10^3$ t ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a = 5{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (Q1)

Deuxième loi de Newton appliquée à la navette, de masse constante, dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\vec{P} + \vec{F} = M_N\,\vec{a}$.

En projetant sur un axe vertical orienté vers le haut : $-M_N\,g + F = M_N\,a$, donc

$$F = M_N\,(g + a)$$

Avec $M_N = 2{,}0 \times 10^3\ \text{t} = 2{,}0 \times 10^6\ \text{kg}$:

$$F = 2{,}0 \times 10^6 \times (10 + 5{,}5) = 2{,}0 \times 10^6 \times 15{,}5 = 31 \times 10^6\ \text{N}$$

$$\boxed{F = 3{,}1 \times 10^7\ \text{N}}$$

PIÈGE
Laisser la masse en tonnes : $1\ \text{t} = 10^3\ \text{kg}$. Autre erreur fréquente : écrire $F = M_N\,a$ en oubliant le poids, ce qui donne $1{,}1 \times 10^7$ N.

COMPRENDRE
Le poids vaut $M_N\,g = 2{,}0 \times 10^7$ N. La poussée est environ une fois et demie plus grande, ce qui justifie les longueurs des flèches du schéma.

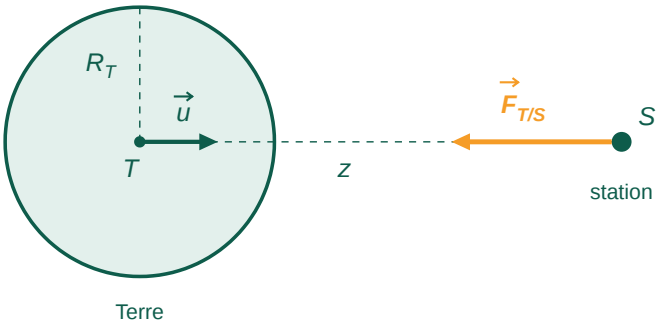
1 (Partie II) Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la station. Faire un schéma avec la Terre, la station et la force.

La Terre (répartition de masse sphérique) et la station (petite devant la distance) sont assimilées à deux points matériels T et S, distants de $TS = R_T + z$.

On note $\vec{u}$ le vecteur unitaire dirigé de T vers S. La force est attractive, donc dirigée de S vers T :

$$\boxed{\vec{F}_{T/S} = -\,G\,\frac{M_T\,M_S}{(R_T + z)^2}\,\vec{u}}$$

PIÈGE
Écrire z^2 au dénominateur : la distance se compte depuis le centre de la Terre. Le signe dépend du sens choisi pour $\vec{u}$, qu'il faut donc définir sur la copie et sur le schéma.



1 · La Terre, la station S et la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la station

2.1 (Partie II) En supposant que seule la force gravitationnelle s'exerce sur la station, montrer que son mouvement est uniforme et établir l'expression de sa vitesse.

Système {station}, de masse M_S ; référentiel géocentrique supposé galiléen. On utilise le repère de Frenet lié à S : $\vec{u}_N$ dirigé de S vers T (donc $\vec{u}_N = -\vec{u}$) et $\vec{u}_T$ tangent à la trajectoire.

Deuxième loi de Newton : $\vec{F}_{T/S} = M_S\,\vec{a}$, soit

$$\vec{a} = \frac{G\,M_T}{(R_T+z)^2}\,\vec{u}_N$$

Pour un mouvement circulaire de rayon $R_T + z$: $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R_T+z}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$.

Selon $\vec{u}_T$: $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, la valeur de la vitesse est constante : le mouvement est **uniforme**.

Selon $\vec{u}_N$: $\dfrac{v^2}{R_T+z} = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+z)^2}$, d'où

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_T+z}}}$$

PIÈGE
Dire « l'accélération est constante, donc le mouvement est uniforme ». Le vecteur $\vec{a}$ change de direction à chaque instant ; c'est sa composante tangentielle nulle qui prouve que v ne varie pas.

MÉTHODE
Satellite en orbite circulaire : deuxième loi de Newton, puis accélération dans le repère de Frenet, puis identification. La composante tangentielle donne l'uniformité, la composante normale donne la vitesse.

2.2 (Partie II) La masse de la station passe de 195 tonnes (2006) à 435 tonnes (2010). Sa vitesse sur son orbite sera-t-elle modifiée ?

Dans l'expression $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T+z}}$, la masse M_S n'apparaît pas : elle s'est simplifiée dans la deuxième loi de Newton.

À altitude z inchangée, la vitesse de la station n'est pas modifiée.

COMPRENDRE
La force gravitationnelle et le produit $M_S\,a$ sont tous deux proportionnels à M_S. Tous les satellites placés sur une même orbite circulaire ont donc la même vitesse, quelle que soit leur masse.

2.3 (Partie II) Quelle loi de Kepler prévoit que le mouvement circulaire d'un satellite est uniforme ? L'énoncer.

Il s'agit de la **deuxième loi de Kepler**, ou loi des aires : le segment reliant le centre de l'astre attracteur au satellite balaie des aires égales pendant des durées égales.

Sur une orbite circulaire, le segment TS a une longueur constante : des aires égales correspondent à des arcs de même longueur. La station parcourt donc des distances égales pendant des durées égales.

Deuxième loi de Kepler (loi des aires) : elle impose une vitesse de valeur constante sur une orbite circulaire.

PIÈGE
Confondre avec la troisième loi (T^2/r^3 constant), qui compare des orbites différentes et ne dit rien de la vitesse le long d'une même orbite.

3 (Partie II) Définir puis établir l'expression de la période de révolution de la station en fonction des données.

Données utiles $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + z}}$ (Q2.1)

La période de révolution T est la durée mise par la station pour effectuer un tour complet de son orbite dans le référentiel géocentrique.

Le mouvement est uniforme et la longueur d'un tour est $2\pi\,(R_T + z)$:

$$T = \frac{2\pi\,(R_T + z)}{v} = 2\pi\,(R_T + z)\sqrt{\frac{R_T + z}{G\,M_T}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + z)^3}{G\,M_T}}$$

COMPRENDRE
En élevant au carré, $\dfrac{T^2}{(R_T + z)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$: ce rapport est le même pour tous les satellites de la Terre. C'est la troisième loi de Kepler.

4.1 (Partie II) Définir un satellite géostationnaire.

Un satellite géostationnaire reste immobile par rapport au sol : il est en permanence à la verticale du même point de la surface terrestre. Pour cela :

- son orbite est circulaire et située dans le plan de l'équateur ;
- il tourne dans le même sens que la Terre ;
- sa période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même (environ 24 h).

Satellite fixe dans le référentiel terrestre : orbite circulaire équatoriale, même sens de rotation et même période que la Terre.

PIÈGE
Se limiter à « sa période vaut 24 h ». Sans le plan équatorial et le sens de rotation, le satellite ne reste pas au-dessus du même point.

4.2 (Partie II) La station est-elle géostationnaire ? Justifier la réponse.

Données utiles orbite inclinée de 51,6° par rapport à l'équateur ; seize révolutions par jour

L'orbite de la station est inclinée de 51,6° par rapport à l'équateur : elle n'est pas dans le plan équatorial.

De plus, la station effectue seize révolutions par jour : sa période vaut $\dfrac{24\text{ h}}{16} = 1{,}5\text{ h}$, très différente de la période de rotation de la Terre.

La station n'est pas géostationnaire.

COMPRENDRE
Un seul critère non respecté suffit pour conclure. La troisième loi de Kepler relie période et altitude : une période de 24 h correspond à environ 36 000 km d'altitude, très loin des 400 km de la station.

1 (Partie III) Expliquer la phrase : « dans un atome, les niveaux d'énergie sont quantifiés ».

L'énergie d'un atome ne peut pas prendre n'importe quelle valeur : elle ne peut prendre que certaines valeurs bien déterminées, séparées les unes des autres, propres à chaque élément. Ces valeurs sont les niveaux d'énergie de l'atome.

L'énergie de l'atome ne prend que des valeurs discrètes : elle ne varie pas de façon continue.

COMPRENDRE
Conséquence : un atome ne peut absorber ou émettre que des photons dont l'énergie est exactement égale à l'écart entre deux de ses niveaux. C'est ce qui rend la fréquence du césium si stable.

2 (Partie III) Calculer la longueur d'onde de l'onde électromagnétique émise.

Données utiles valeurs arrondies imposées : $c \approx 3 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\nu \approx 9 \times 10^{9}$ Hz

Dans le vide ou dans l'air, longueur d'onde et fréquence sont liées par $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$.

$$\lambda = \frac{3 \times 10^{8}}{9 \times 10^{9}} = \frac{1}{3} \times 10^{-1}\ \text{m} \approx 0{,}03\ \text{m}$$

$\lambda \approx 3 \times 10^{-2}$ m, soit environ 3 cm.

COMPRENDRE
Les valeurs arrondies n'ont qu'un chiffre significatif : le résultat aussi. Une longueur d'onde de quelques centimètres place cette onde dans le domaine des micro-ondes, et non dans le visible.

MÉTHODE
Sans calculatrice : traiter séparément les nombres ($3/9 = 1/3 \approx 0{,}33$) et les puissances de dix ($10^{8}/10^{9} = 10^{-1}$), puis regrouper.

3 (Partie III) Calculer la différence d'énergie entre les niveaux A et B de l'atome de césium 133.

Données utiles valeurs arrondies imposées : $h \approx 7 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$; $\nu \approx 9 \times 10^{9}$ Hz

L'atome passe du niveau A au niveau B en absorbant un photon de fréquence ν. L'énergie de ce photon est égale à l'écart entre les deux niveaux :

$$\Delta E = E_B - E_A = h\nu$$

$$\Delta E = 7 \times 10^{-34} \times 9 \times 10^{9} = 63 \times 10^{-25}\ \text{J} = 6{,}3 \times 10^{-24}\ \text{J}$$

$\Delta E = E_B - E_A \approx 6 \times 10^{-24}$ J

PIÈGE
Additionner mal les exposants : $10^{-34} \times 10^{9} = 10^{-25}$, puis $63 \times 10^{-25} = 6{,}3 \times 10^{-24}$. La différence $E_B - E_A$ est positive, car l'atome gagne de l'énergie.

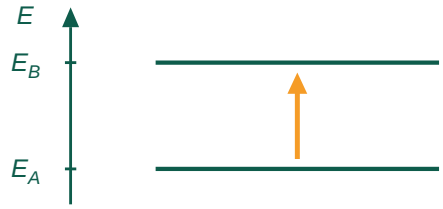
COMPRENDRE
Avec les valeurs précises de h et de ν, on trouve $6{,}09 \times 10^{-24}$ J : l'arrondi demandé conduit bien au même résultat à un chiffre significatif.

4 (Partie III) Sur un diagramme, placer les niveaux d'énergie E_A et E_B puis représenter la transition effectuée par les atomes de césium qui absorbent l'onde.

En absorbant un photon, l'atome gagne de l'énergie : E_B est placé au-dessus de E_A sur l'axe des énergies, et la transition est une flèche verticale de E_A vers E_B.

$E_B > E_A$; flèche vers le haut de E_A à E_B, avec $E_B - E_A = h\nu$.

PIÈGE
Orienter la flèche vers le bas : cela représenterait l'émission d'un photon. Pour une absorption, la flèche monte.



4 · Diagramme d'énergie : absorption d'un photon par l'atome de césium