à propos des étoiles filantes

Bac S 2007 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Donner l'expression vectorielle de la force subie par la Terre, en utilisant le vecteur $\vec{u}$ du schéma de l'annexe 3.

La Terre subit la force d'attraction gravitationnelle du Soleil, dirigée de la Terre vers le Soleil, donc dans le sens de $\vec{u}$:

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{S/T} = G\,\frac{M_S\,M_T}{R^2}\,\vec{u}}$$

PIÈGE
Mettre un signe « $-$ ». Sur l'annexe, $\vec{u}$ part de la Terre et pointe vers le Soleil : la force attractive est selon $+\vec{u}$.

1.2 Énoncer, puis appliquer la deuxième loi de Newton à la Terre.

Énoncé : dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie : $\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$.

Application : système {Terre}, de masse M_T ; référentiel héliocentrique, considéré comme galiléen ; seule force : $\overrightarrow{F}_{S/T}$.

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{S/T} = M_T\,\vec{a}}$$

MÉTHODE
Avant d'écrire la loi, toujours nommer le système, le référentiel galiléen et faire le bilan des forces : ces trois éléments sont notés.

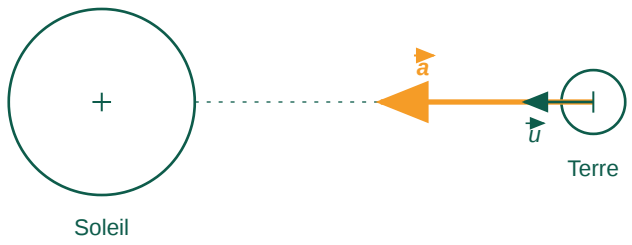
1.3 En déduire l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$; donner sa direction, son sens et l'expression de sa norme ; le représenter sur le schéma de l'annexe.

$G\,\dfrac{M_S\,M_T}{R^2}\,\vec{u} = M_T\,\vec{a}$, donc, en simplifiant par M_T : $\vec{a} = \dfrac{G\,M_S}{R^2}\,\vec{u}$.

- Direction : la droite joignant les centres de la Terre et du Soleil.
- Sens : de la Terre vers le Soleil (accélération centripète).
- Norme : voir ci-dessous.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{G\,M_S}{R^2}\,\vec{u}\text{, de norme } a = \frac{G\,M_S}{R^2}}$$

COMPRENDRE
La masse de la Terre se simplifie : l'accélération, donc le mouvement, ne dépend que de la masse de l'astre attracteur et de la distance.



1.3 · Annexe 3 complétée : vecteur accélération de la Terre

1.4 Le mouvement étant circulaire uniforme, quelle relation peut-on écrire entre l'accélération a et la vitesse v du centre d'inertie de la Terre ?

Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon R, l'accélération est centripète et sa valeur est :

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}}$$

1.5 Donner l'expression de la vitesse v du centre d'inertie de la Terre en fonction de G, M_S et R.

On égale les deux expressions de a (1.3 et 1.4) : $\dfrac{v^2}{R} = \dfrac{G\,M_S}{R^2}$, soit $v^2 = \dfrac{G\,M_S}{R}$.

Une vitesse étant positive :

$$\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G\,M_S}{R}}}$$

1.6 Calculer la valeur de cette vitesse.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI ; $M_S = 1{,}98 \times 10^{30}$ kg ; $R = 1{,}50 \times 10^{11}$ m

$$v = \sqrt{\dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}98 \times 10^{30}}{1{,}50 \times 10^{11}}}$$

$$\boxed{v = 2{,}97 \times 10^{4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ soit } 29{,}7\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}}$$

COMPRENDRE
Les données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois. L'unité « SI » de G est $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, ce qui donne bien des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ sous la racine.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\sqrt{\dfrac{6.67 \times 10^{-11} \times 1.98 \times 10^{30}}{1.50 \times 10^{11}}} \approx 29672.21$$

1.7 Donner l'expression de la période de rotation T de la Terre autour du Soleil en fonction de v et de R.

Pendant une période T, la Terre parcourt à vitesse constante v le périmètre $2\pi R$ de sa trajectoire : $v = \dfrac{2\pi R}{T}$.

$$\boxed{T = \dfrac{2\pi R}{v}}$$

1.8 Montrer que $T = \dfrac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{G\,M_S}}$, puis calculer sa valeur.

Données utiles expression de v (1.5) ; G, M_S, R comme en 1.6

$$T = \dfrac{2\pi R}{v} = 2\pi R\sqrt{\dfrac{R}{G\,M_S}} = \dfrac{2\pi R \times R^{1/2}}{\sqrt{G\,M_S}}, \text{ donc } T = \dfrac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{G\,M_S}}.$$

$$T = \dfrac{2\pi \times (1{,}50 \times 10^{11})^{3/2}}{\sqrt{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}98 \times 10^{30}}}$$

$$\boxed{T = 3{,}18 \times 10^{7}\ \text{s}, \text{ soit environ 368 jours}}$$

PIÈGE
Reprendre la valeur arrondie de v au lieu de l'expression littérale : la question demande une démonstration, pas seulement un nombre.

COMPRENDRE
On retrouve l'année à moins de 1 % près (365,25 jours). L'écart vient du modèle : l'orbite réelle n'est pas exactement circulaire et R est une valeur moyenne arrondie.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\dfrac{2 \times \pi \times (1.50 \times 10^{11})^{1.5}}{\sqrt{6.67 \times 10^{-11} \times 1.98 \times 10^{30}}} \approx 3.176298 \times 10^{7}$$

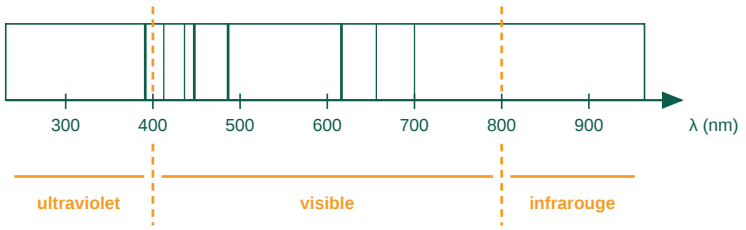
$$\dfrac{31\,762\,980.27}{86\,400} \approx 367.6271$$

2.1 Indiquer sur le spectre de l'annexe 4 les domaines de la lumière visible, des rayonnements infrarouges et ultraviolets.

Dans le vide, le domaine visible s'étend d'environ 400 nm (violet) à 800 nm (rouge).

Ultraviolet : $\lambda < 400$ nm ; visible : $400\ \text{nm} < \lambda < 800\ \text{nm}$; infrarouge : $\lambda > 800$ nm

COMPRENDRE
La limite rouge du visible n'est pas nette : 750, 780 ou 800 nm sont acceptés. Presque toutes les raies du spectre enregistré sont dans le visible.



2.1 · Annexe 4 complétée : domaines du spectre

2.2 Sur le diagramme des niveaux d'énergie, une transition est représentée par une flèche. La raie correspondante est-elle une raie d'émission ou d'absorption ? Justifier.

La flèche part du niveau $-0{,}54$ eV et arrive au niveau $-3{,}39$ eV, plus bas : l'énergie de l'atome diminue. L'énergie perdue est cédée à l'extérieur sous forme d'un photon.

C'est une raie d'**émission**.

MÉTHODE
Flèche vers le bas : l'atome se désexcite, il émet un photon. Flèche vers le haut : l'atome absorbe un photon.

2.3 Donner l'expression de l'énergie échangée $|\Delta E|$ entre l'atome et le milieu extérieur lors de cette transition, en notant ν la fréquence de la radiation.

L'énergie échangée est celle du photon émis, de fréquence ν :

$$|\Delta E| = h\,\nu$$

2.4 Donner la relation entre la longueur d'onde λ de cette radiation et sa fréquence ν dans le vide.

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

2.5 Déterminer sur le diagramme la valeur de $|\Delta E|$, puis la convertir en joule.

Données utiles niveaux de départ $-0{,}54$ eV et d'arrivée $-3{,}39$ eV ; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

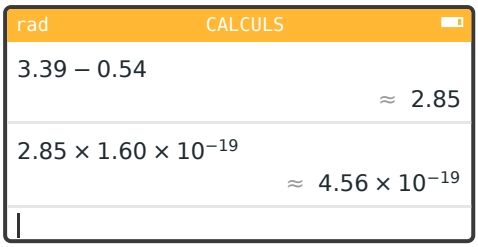
$$|\Delta E| = |-3{,}39 - (-0{,}54)| = 2{,}85\ \text{eV}$$

$$|\Delta E| = 2{,}85 \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

$$|\Delta E| = 2{,}85\ \text{eV} = 4{,}56 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

PIÈGE
Additionner les deux énergies ($3{,}93$ eV) : les niveaux sont négatifs, l'écart est une différence.

À LA CALCULATRICE



2.6 Calculer la valeur de la longueur d'onde λ correspondant à cette transition.

Données utiles $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $|\Delta E| = 4{,}56 \times 10^{-19}$ J (2.5)

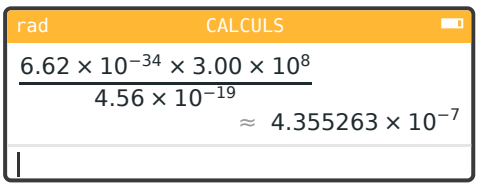
Avec 2.3 et 2.4 : $|\Delta E| = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$, donc $\lambda = \dfrac{hc}{|\Delta E|}$.

$$\lambda = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{4{,}56 \times 10^{-19}} = 4{,}36 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

$\lambda = 436$ nm

PIÈGE
Laisser $|\Delta E|$ en électronvolts dans la formule : avec h en J·s, l'énergie doit être en joules.

À LA CALCULATRICE



2.7 À l'aide des tableaux de longueurs d'onde de raies de l'azote, de l'oxygène et de l'hydrogène, identifier l'élément mis en évidence par cette raie.

Données utiles $\lambda = 436$ nm (2.6)

La valeur 436 nm ne figure que dans le tableau de l'hydrogène ; l'azote (424 et 445 nm) et l'oxygène (420 et 442 nm) n'ont pas de raie à cette longueur d'onde.

L'élément mis en évidence est l'**hydrogène**.

COMPRENDRE
Le diagramme le confirmait : un niveau fondamental à $-13{,}6$ eV est celui de l'atome d'hydrogène. La raie à 436 nm est bien présente sur le spectre de l'annexe 4.