Principe de l'allumage d'une voiture

Bac S 2007 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Écrire les demi-équations électroniques associées aux couples $Pb^{2+}(aq)/Pb(s)$ et $PbO_2(s)/Pb^{2+}(aq)$.

Couple $Pb^{2+}(aq)/Pb(s)$:

$$Pb^{2+}(aq) + 2\,e^- = Pb(s)$$

Couple $PbO_2(s)/Pb^{2+}(aq)$:

$$PbO_2(s) + 4\,H^+(aq) + 2\,e^- = Pb^{2+}(aq) + 2\,H_2O(l)$$

MÉTHODE
En milieu acide : équilibrer l'élément principal, puis O avec H_2O, puis H avec H^+, enfin les charges avec des électrons. Vérifier la charge totale de chaque côté (ici $+2$ et $+2$).

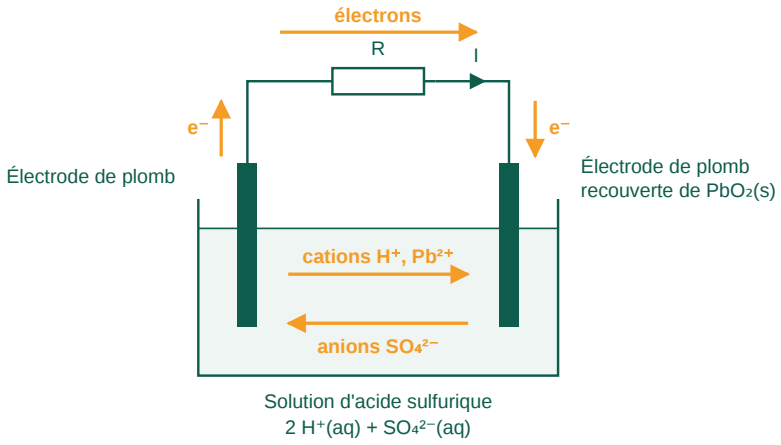
1.2 Sur l'annexe 1, flécher le sens de circulation des porteurs de charge dans les fils de connexion et dans la solution d'acide sulfurique.

Dans les fils et la résistance, les porteurs de charge sont les électrons : ils circulent en sens inverse du courant I, donc de l'électrode de plomb vers l'électrode recouverte de PbO_2.

Dans la solution, les porteurs sont les ions : les cations (H^+, Pb^{2+}) se déplacent dans le sens du courant, vers l'électrode recouverte de PbO_2 ; les anions SO_4^{2-} se déplacent en sens inverse, vers l'électrode de plomb.

Électrons : du plomb vers PbO_2 par les fils ; cations vers PbO_2, anions vers le plomb dans la solution.

PIÈGE
Faire circuler des électrons dans la solution. Ils n'existent pas à l'état libre dans l'eau : seuls les ions y transportent la charge.



1.2 · Annexe 1 complétée : fonctionnement en pile

1.3 Justifier que l'équation de la réaction lors du démarrage peut s'écrire $Pb(s) + PbO_2(s) + 4\,H^+(aq) = 2\,Pb^{2+}(aq) + 2\,H_2O(l)$.

Les électrons quittent l'électrode de plomb (Q 1.2) : le plomb y est oxydé. $Pb(s) = Pb^{2+}(aq) + 2\,e^-$

Ils arrivent sur l'électrode recouverte de PbO_2 : le dioxyde de plomb y est réduit. $PbO_2(s) + 4\,H^+(aq) + 2\,e^- = Pb^{2+}(aq) + 2\,H_2O(l)$

Chaque demi-équation échange 2 électrons : on les additionne membre à membre.

$$Pb(s) + PbO_2(s) + 4\,H^+(aq) = 2\,Pb^{2+}(aq) + 2\,H_2O(l)$$

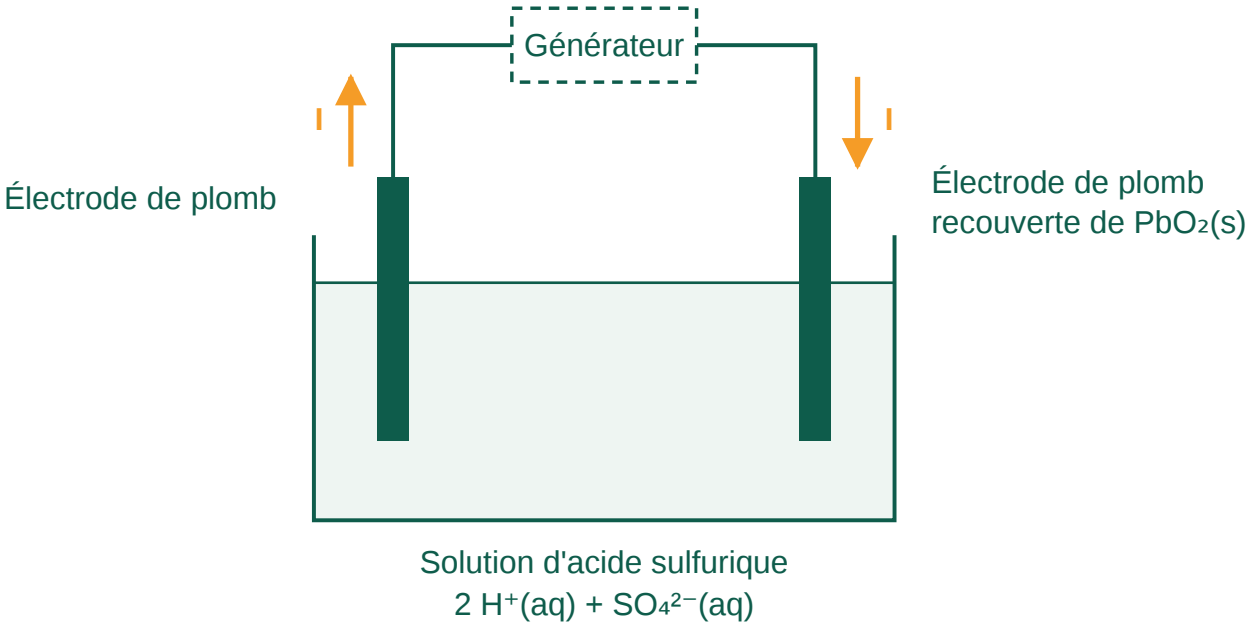
COMPRENDRE
C'est le sens du courant donné sur l'annexe 1 qui fixe tout : il sort de la pile par l'électrode recouverte de PbO_2, qui est donc la borne positive, siège de la réduction.

1.4 La batterie se recharge : la transformation chimique est-elle spontanée ou forcée ? En déduire, sur l'annexe 2, le sens de circulation du courant électrique.

Lors de la recharge, le générateur fournit de l'énergie électrique et impose au système d'évoluer dans le sens inverse de son sens spontané : la transformation est forcée.

Le courant circule donc en sens inverse de celui de la pile : dans les fils, il va de l'électrode de plomb vers l'électrode recouverte de PbO_2 en traversant le générateur.

Transformation forcée ; courant de sens opposé à celui de l'annexe 1.



1.4 · Annexe 2 : sens du courant pendant la recharge

1.5 Écrire l'équation de la réaction qui a lieu lors de la recharge de la batterie, les couples mis en jeu étant les mêmes qu'au démarrage.

La transformation forcée est l'inverse de la transformation spontanée de la question 1.3.

$$2\,Pb^{2+}(aq) + 2\,H_2O(l) = Pb(s) + PbO_2(s) + 4\,H^+(aq)$$

COMPRENDRE
La recharge régénère les réactifs de la pile, Pb et PbO_2 : c'est ce qui distingue un accumulateur d'une pile ordinaire.

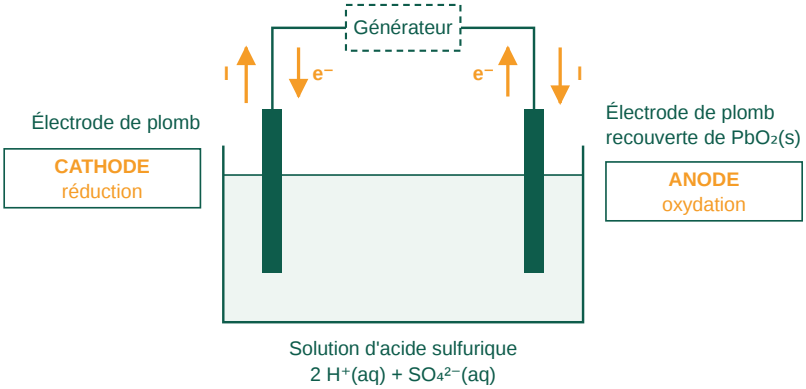
1.6 Préciser pour chaque électrode la nature (oxydation ou réduction) de la réaction, puis indiquer la cathode et l'anode sur l'annexe 2.

Électrode de plomb : les électrons y arrivent, il s'y produit une réduction, $Pb^{2+}(aq) + 2\,e^- = Pb(s)$. C'est la cathode.

Électrode recouverte de PbO_2 : les électrons en partent, il s'y produit une oxydation, $Pb^{2+}(aq) + 2\,H_2O(l) = PbO_2(s) + 4\,H^+(aq) + 2\,e^-$. C'est l'anode.

Électrode de plomb : réduction, cathode. Électrode recouverte de PbO_2 : oxydation, anode.

PIÈGE
Garder les noms du fonctionnement en pile. L'anode est toujours le siège de l'oxydation : pendant la recharge, les rôles des deux électrodes sont échangés.



1.6 · Annexe 2 complétée : recharge (électrolyse)

2.1.1 Donner l'expression de la tension u aux bornes de la bobine primaire en fonction de r, L et i.

La bobine est orientée en convention récepteur (flèche de u opposée au sens de i).

$$u = r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

COMPRENDRE
La bobine et le circuit RL ne sont plus au programme de la spécialité actuelle. La méthode (loi des mailles, équation différentielle du premier ordre, constante de temps) est la même que pour le circuit RC.

2.1.2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par i est $L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + K\,i = E$ et donner l'expression de la constante K.

Interrupteur fermé, la tension à ses bornes est nulle. Loi des mailles : $E = u + u_R$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$. Avec l'expression de u (Q 2.1.1) :

$$E = r\,i + L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R\,i$$

$$L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + (R + r)\,i = E, \text{ soit } K = R + r.$$

2.1.3.1 Avec la solution $i = A\,(1 - \mathrm{e}^{-Bt})$, montrer à l'aide de l'équation différentielle que $A = \frac{E}{K}$ et $B = \frac{K}{L}$.

On dérive : $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = A\,B\,\mathrm{e}^{-Bt}$.

On reporte dans l'équation différentielle :

$$L\,A\,B\,\mathrm{e}^{-Bt} + K\,A - K\,A\,\mathrm{e}^{-Bt} = E$$

$$A\,(L\,B - K)\,\mathrm{e}^{-Bt} + K\,A = E$$

Cette égalité est vraie à chaque instant seulement si le terme en e^{-Bt} disparaît : $L\,B - K = 0$ (car $A \neq 0$). Il reste $K\,A = E$.

$$B = \frac{K}{L} \text{ et } A = \frac{E}{K}$$

MÉTHODE
Pour identifier des constantes : dériver, reporter, regrouper les termes qui dépendent du temps d'un côté. Une fonction du temps ne peut être égale à une constante que si son coefficient est nul.

2.1.3.2 Calculer la valeur de A et préciser son unité.

Données utiles $E = 12\ \text{V}$; $R = 2{,}5\ \Omega$; $r = 0{,}50\ \Omega$

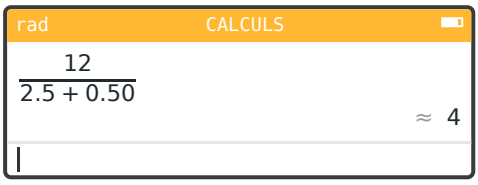
$A = \dfrac{E}{K} = \dfrac{E}{R + r}$: une tension divisée par une résistance est une intensité (loi d'Ohm), A s'exprime en ampères.

$$A = \frac{12}{2{,}5 + 0{,}50}$$

$A = 4{,}0\ \text{A}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme E, R et r : on écrit $4{,}0$ A et non 4 A. A est l'intensité du régime permanent, atteinte quand $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.

À LA CALCULATRICE



2.1.4 Parmi les courbes 1, 2 et 3, indiquer en justifiant celle qui peut représenter i.

D'après $i = A\left(1 - \mathrm{e}^{-Bt}\right)$:

- à $t = 0$, $i = A(1 - 1) = 0$: la courbe 1, qui part de $-4{,}0$ A, est écartée ;
- quand t devient grand, e^{-Bt} tend vers 0 et i tend vers $A = 4{,}0$ A : la courbe 3, qui croît de plus en plus vite et dépasse $4{,}0$ A, est écartée.

La courbe 2 part de 0 et se stabilise à $4{,}0$ A.

La courbe 2 représente i.

MÉTHODE
Pour choisir une courbe, tester deux points sûrs de la solution : la valeur initiale et la valeur limite.

2.1.5 Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ du circuit à partir de la courbe choisie.

Données utiles $A = 4{,}0$ A (Q 2.1.3.2)

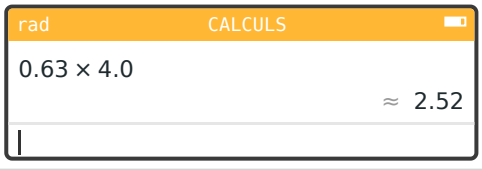
À $t = \tau$, l'intensité vaut 63 % de sa valeur finale : $i(\tau) = 0{,}63 \times 4{,}0 = 2{,}5$ A.

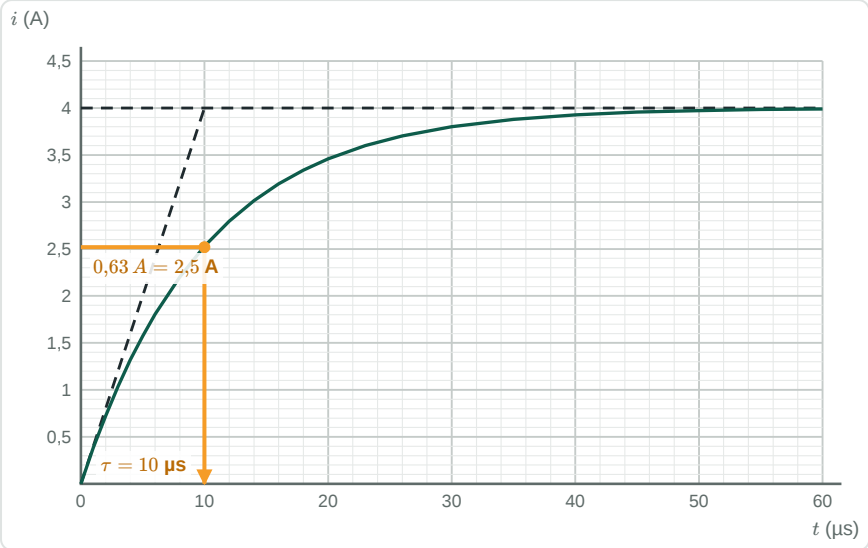
Sur la courbe 2, le point d'ordonnée $2{,}5$ A a pour abscisse 10 µs. La tangente à l'origine coupe l'asymptote $i = 4{,}0$ A à la même abscisse.

$\tau = 10$ µs

COMPRENDRE
Le 63 % vient de $i(\tau) = A\left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$ avec $1 - \mathrm{e}^{-1} \approx 0{,}63$.

À LA CALCULATRICE





2.1.5 · Courbe 2 : tangente à l'origine et lecture de τ

2.1.6 Donner l'expression littérale de la constante de temps τ en fonction des paramètres du circuit.

La solution s'écrit $i = A\,(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})$, donc $\tau = \dfrac{1}{B} = \dfrac{L}{K}$.

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R + r}}$$

PIÈGE
Oublier la résistance interne r de la bobine : c'est la résistance totale du circuit qui intervient.

2.1.7 En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine primaire.

Données utiles $\tau = 10$ µs (Q 2.1.5) ; $R = 2{,}5\ \Omega$; $r = 0{,}50\ \Omega$

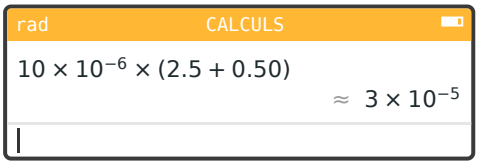
$$L = \tau\,(R + r)$$

$$L = 10 \times 10^{-6} \times (2{,}5 + 0{,}50)$$

$$\boxed{L = 3{,}0 \times 10^{-5}\ \text{H}}$$

PIÈGE
Laisser τ en microsecondes : il faut $\tau = 10 \times 10^{-6}$ s pour obtenir L en henrys.

À LA CALCULATRICE



2.1.8 Donner l'expression littérale de l'énergie W_L emmagasinée dans la bobine primaire.

$$\boxed{W_L = \frac{1}{2}\,L\,i^2}$$

2.1.9 Calculer l'énergie maximale emmagasinée dans la bobine primaire à l'aide de la courbe choisie à la question 2.1.4.

Données utiles $L = 3{,}0 \times 10^{-5}$ H (Q 2.1.7)

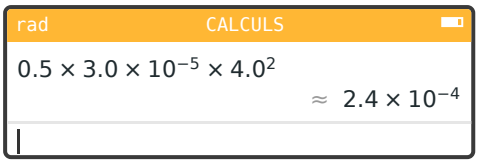
L'énergie est maximale quand l'intensité est maximale. Sur la courbe 2, l'intensité se stabilise à $I_{\max} = 4{,}0$ A.

$$W_{L,\max} = \frac{1}{2}\,L\,I_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times 3{,}0 \times 10^{-5} \times 4{,}0^2$$

$$\boxed{W_{L,\max} = 2{,}4 \times 10^{-4}\ \text{J}}$$

PIÈGE
Oublier le carré de l'intensité, ou le facteur $\frac{1}{2}$.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 À quelle courbe (4 ou 5) correspond la valeur de $\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à $t = 0$ la plus élevée ?

Les deux courbes partent de la même intensité. À $t = 0$, la tangente à la courbe 5 est plus inclinée que celle de la courbe 4 : l'intensité y décroît plus vite.

La valeur de $\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à $t = 0$ est la plus élevée pour la courbe 5.

COMPRENDRE
Les deux pentes sont négatives : celle de la courbe 5 est la plus petite au sens algébrique, mais la plus grande en valeur absolue. C'est la valeur absolue que le sujet demande.

2.2.2 La tension u_2 aux bornes de la bobine secondaire est proportionnelle à $\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à $t = 0$. Quelle courbe permet d'obtenir plus facilement une étincelle ?

L'étincelle apparaît si u_2 est suffisamment grande. Comme u_2 est proportionnelle à $\left|\frac{\Delta i}{\Delta t}\right|$ à $t = 0$, elle est la plus grande pour la courbe 5 (Q 2.2.1).

La courbe 5 permet d'obtenir plus facilement l'étincelle.

COMPRENDRE
Plus le courant est coupé brutalement dans la bobine primaire, plus la tension créée au secondaire est élevée : c'est le principe de la bobine d'allumage.