Corrigé complet — Bac S 2007 Asie (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Ondes ultrasonores et deux applications** Onde mécanique progressive · Période et fréquence · Longueur d'onde et célérité · Retard · Onde longitudinale · Échographie	4 pts	52 min	10 questions	p. 2
Ex 2	**Des esters dans nos cosmétiques** Groupes caractéristiques · Titrage pH-métrique · Synthèse d'un ester · Chauffage à reflux · Extraction liquide-liquide · Rendement	6,5 pts	1 h 18	16 questions	p. 5
Ex 3	**Spécialité : Modélisation d'un microscope** Relation de conjugaison · Grandissement · Construction de rayons lumineux · Système afocal · Grossissement · Cercle oculaire	4 pts	52 min	12 questions	p. 9
Ex 4	**étude d'un système solide-ressort** Oscillateur solide-ressort · Deuxième loi de Newton · Période propre · Travail d'une force variable · Énergie potentielle élastique · Énergie mécanique	5,5 pts	1 h 05	17 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Ondes ultrasonores et deux applications

Bac S 2007 Asie (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Déterminer la fréquence f des ultrasons émis.

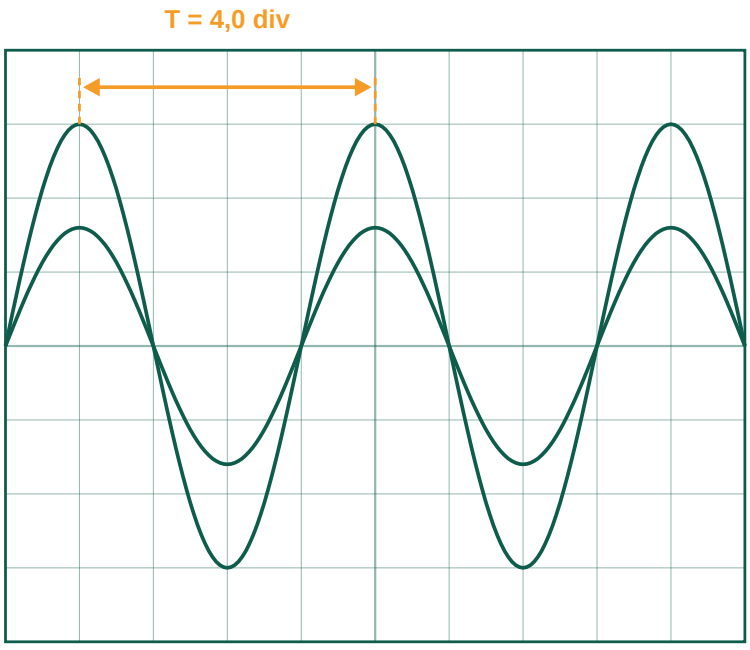
Données utiles oscillogramme, balayage horizontal : $5\ \mu s/\text{div}$

Sur l'écran, une période occupe 4,0 divisions (d'un maximum au maximum suivant) :

$$T = 4{,}0 \times 5 = 20\ \mu s = 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}0 \times 10^{-5}} = 0{,}50 \times 10^{5}\ \text{Hz}$$

$$\boxed{f = 5{,}0 \times 10^{4}\ \text{Hz} = 50\ \text{kHz}}$$



1.1 · Oscillogramme du sujet : une période occupe 4,0 divisions

PIÈGE
Oublier de convertir les microsecondes en secondes : $1\ \mu s = 10^{-6}$ s. Les deux courbes ont la même période, seule l'amplitude diffère.

COMPRENDRE
La valeur dépasse 20 kHz, limite supérieure des sons audibles : ce sont bien des ultrasons. Sans calculatrice, écrire $\frac{1}{2{,}0} = 0{,}50$ puis gérer la puissance de dix à part.

MÉTHODE
Pour gagner en précision, mesurer plusieurs périodes : entre le premier et le troisième maximum, on lit 8,0 divisions pour $2T$, ce qui redonne $T = 20\ \mu s$.

1.2 Définir en une phrase la longueur d'onde λ ; écrire la relation entre λ, la célérité v et la période T.

La longueur d'onde est la distance dont l'onde progresse, à la célérité v, pendant une durée égale à sa période T.

$$\boxed{\lambda = v \times T}$$

COMPRENDRE
Autre définition acceptée : plus petite distance séparant deux points du milieu qui vibrent en phase. C'est la période spatiale de l'onde, comme T est sa période temporelle.

1.3 Exprimer en fonction de T le retard τ du signal reçu en R'_2 par rapport à celui reçu en R_2. En déduire la longueur d'onde.

Données utiles $d = 2{,}8\ \text{cm}$; $d' = 3{,}5\ \text{cm}$

En R_2 comme en R'_2, le signal est en phase avec celui de R_1, et R'_2 est la première position où la coïncidence se reproduit : la courbe s'est décalée d'exactement une période.

$\tau = T$

Ce retard est la durée mise par l'onde pour aller de R_2 à R'_2 : $\tau = \dfrac{d' - d}{v}$, donc $d' - d = v \times T = \lambda$.

$\lambda = d' - d = 3{,}5 - 2{,}8 = 0{,}7\ \text{cm}$

$\boxed{\tau = T \text{ et } \lambda = 0{,}7\ \text{cm} = 7 \times 10^{-3}\ \text{m}}$

PIÈGE
Prendre $\lambda = d$ ou $\lambda = d'$. Ces distances valent un nombre entier de longueurs d'onde (4λ et 5λ) ; c'est le déplacement entre deux coïncidences successives qui vaut λ.

COMPRENDRE
Une différence de deux longueurs lues au millimètre près n'a qu'un chiffre significatif ici : λ est connue à 0,1 cm près. Les résultats qui en découlent sont donc peu précis.

1.4 Calculer la célérité des ultrasons dans l'air.

Données utiles $\lambda = 7 \times 10^{-3}\ \text{m}$ (1.3) ; $f = 5{,}0 \times 10^{4}\ \text{Hz}$ (1.1)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \times f$$

$v = 7 \times 10^{-3} \times 5{,}0 \times 10^{4} = 35 \times 10^{1}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$\boxed{v_{\text{air}} \approx 3{,}5 \times 10^{2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$

PIÈGE
Laisser λ en centimètres : on obtiendrait une célérité en $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

COMPRENDRE
Avec un seul chiffre significatif sur λ, la célérité n'est connue qu'à quelques dizaines de $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ près. Le résultat est cohérent avec la valeur usuelle, voisine de $340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans l'air.

1.5 Dans l'eau, à la même fréquence, il faut éloigner R_2 d'une distance 4 fois plus grande que dans l'air pour retrouver des signaux en phase. Déterminer la célérité des ultrasons dans l'eau.

Données utiles $v_{\text{air}} = 3{,}5 \times 10^{2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.4)

La distance entre deux coïncidences successives est la longueur d'onde : $\lambda_{\text{eau}} = 4\,\lambda_{\text{air}}$.

La fréquence est inchangée et $v = \lambda \times f$, donc la célérité est proportionnelle à la longueur d'onde :

$$v_{\text{eau}} = \lambda_{\text{eau}} \times f = 4\,\lambda_{\text{air}} \times f = 4\,v_{\text{air}}$$

$v_{\text{eau}} = 4 \times 3{,}5 \times 10^{2}$

$\boxed{v_{\text{eau}} \approx 1{,}4 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$

COMPRENDRE
La fréquence est imposée par l'émetteur ; la célérité dépend du milieu. La valeur trouvée est proche des $1500\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ donnés à la question 3 pour un milieu riche en eau.

2.1 Définir une onde mécanique progressive.

Une onde mécanique progressive est la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel, de proche en proche, avec transport d'énergie mais sans transport de matière.

PIÈGE
Trois éléments sont attendus : perturbation qui se propage, milieu matériel, absence de transport de matière. « Mécanique » signifie qu'un milieu matériel est nécessaire, contrairement à la lumière.

2.2 S'agit-il d'une onde longitudinale ou transversale ?

Le disque se dilate et se contracte : il pousse et relâche le liquide dans la direction où l'onde avance. Les tranches de liquide sont comprimées puis détendues parallèlement à la direction de propagation.

L'onde ultrasonore est **longitudinale** : la perturbation a la même direction que la propagation.

MÉTHODE
Comparer deux directions : celle de la perturbation et celle de la propagation. Parallèles : onde longitudinale (son, ressort comprimé). Perpendiculaires : onde transversale (corde, surface de l'eau).

2.3 Interpréter brièvement la formation puis l'implosion des microbulles dans une tranche de liquide.

Formation : au passage d'une dépression, la pression dans la tranche chute fortement. La température d'ébullition du liquide baisse alors jusqu'à devenir inférieure à la température du liquide : celui-ci se vaporise localement et des microbulles de vapeur apparaissent.

Implosion : une demi-période plus tard, la même tranche est en surpression. La pression du liquide autour des bulles devient supérieure à la pression de la vapeur qu'elles contiennent : les bulles sont brutalement écrasées.

Dépression : vaporisation locale du liquide, donc bulles ; surpression qui suit : pression extérieure supérieure à la pression intérieure, donc implosion.

MÉTHODE
Dans une question d'interprétation avec données, utiliser explicitement chaque donnée : ici la première explique la naissance des bulles, la seconde leur disparition.

3.1 Quelle est la durée Δt du parcours de l'onde ultrasonore dans l'hémisphère gauche, ainsi que dans le droit ?

Données utiles échogramme : $t_1 = 10{,}0\ \mu s$ (P_1) ; $t_2 = 160\ \mu s$ (P_2) ; $t_3 = 310\ \mu s$ (P_3)

L'écho P_2 a traversé l'hémisphère gauche à l'aller et au retour, en plus du trajet de l'écho P_1 :

$\Delta t_G = t_2 - t_1 = 160 - 10{,}0 = 150\ \mu s$

De même, l'écho P_3 a parcouru en plus l'hémisphère droit, aller et retour :

$\Delta t_D = t_3 - t_2 = 310 - 160 = 150\ \mu s$

$\Delta t = 150\ \mu s = 1{,}50 \times 10^{-4}$ s dans chaque hémisphère (aller et retour).

PIÈGE
Prendre $t_2 = 160\ \mu s$ comme durée dans l'hémisphère gauche : cette date comprend aussi le trajet entre la sonde et la surface externe du cerveau.

3.2 En déduire la largeur L de chaque hémisphère.

Données utiles $v = 1500\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\Delta t = 1{,}50 \times 10^{-4}$ s (3.1) ; aide au calcul : $15 \times 15 = 225$

Pendant Δt, l'onde traverse deux fois l'hémisphère (aller puis retour) : elle parcourt $2L$ à la célérité v.

$$2L = v \times \Delta t \quad \text{donc} \quad L = \frac{v \times \Delta t}{2}$$

$$L = \frac{1500 \times 150 \times 10^{-6}}{2} = \frac{15 \times 15 \times 10^{3} \times 10^{-6}}{2} = \frac{225}{2} \times 10^{-3} = 112{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$L \approx 1{,}13 \times 10^{-1}$ m, soit environ $11{,}3$ cm pour chaque hémisphère.

PIÈGE
Oublier le facteur 2 : l'écho fait un aller-retour. Sans lui, on trouverait 22,5 cm par hémisphère, soit un cerveau de 45 cm de large, ce qui est absurde.

MÉTHODE
Sans calculatrice, séparer les nombres et les puissances de dix : $1500 = 15 \times 10^2$ et $150 = 15 \times 10^1$, puis utiliser l'aide au calcul fournie.

Des esters dans nos cosmétiques

Bac S 2007 Asie (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Nommer les groupes caractéristiques (a) et (b) encadrés dans la molécule de propylparaben.

(a) : groupe $-OH$, c'est le groupe **hydroxyle**.

(b) : groupe $-COO-$ lié à deux chaînes carbonées, c'est le groupe **ester**.

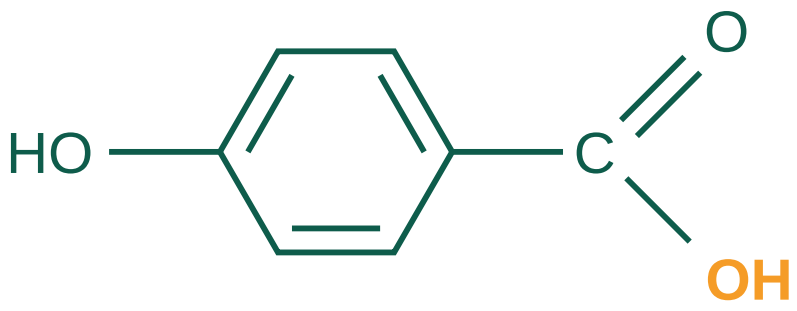
(a) : hydroxyle ; (b) : ester.

PIÈGE
Répondre « alcool » ou « carboxyle ». On demande le nom du groupe, pas celui de la famille ; et dans (b) le carbone est lié à $O-CH_2$, pas à $O-H$.

1.2 Le réactif n°1 est l'acide para-hydroxybenzoïque. Écrire sa formule semi-développée.

Le réactif n°1 apporte la partie de l'ester qui porte le cycle. On garde le cycle et le groupe hydroxyle en position para, et le groupe ester devient un groupe carboxyle $-COOH$.

$HO-C_6H_4-COOH$, les deux groupes étant en position para (voir le schéma).



1.2 · Acide para-hydroxybenzoïque : le groupe carboxyle remplace le groupe ester du propylparaben

1.3 Donner le nom du réactif n°2 et écrire sa formule semi-développée.

Un ester se prépare à partir d'un acide carboxylique et d'un alcool. L'alcool apporte la chaîne propyle $-CH_2-CH_2-CH_3$ liée à l'oxygène, avec le groupe hydroxyle en bout de chaîne.

Réactif n°2 : propan-1-ol, $CH_3-CH_2-CH_2-OH$.

PIÈGE
Écrire « propanol » sans indice de position : le propan-2-ol donnerait un autre ester, avec une chaîne ramifiée.

1.4 Parmi les quatre molécules a, b, c, d, identifier le méthylparaben.

Le méthylparaben a la même structure que le propylparaben, la chaîne propyle étant remplacée par un groupe méthyle $-CH_3$: un groupe hydroxyle en para et un groupe ester $-COO-CH_3$.

La molécule a est un acide carboxylique ; dans b, le groupe hydroxyle n'est pas en para ; d porte un groupe éthyle (éthylparaben).

Le méthylparaben est la molécule c.

2.1.1 Écrire l'équation de la réaction support du dosage.

L'acide carboxylique réagit avec les ions hydroxyde de la solution titrante :

$$\mathrm{RCOOH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow RCOO^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$$

COMPRENDRE
Une réaction support de titrage doit être totale et rapide : on l'écrit avec une flèche simple. Les ions $\mathrm{Na^+}$ sont spectateurs, ils n'apparaissent pas.

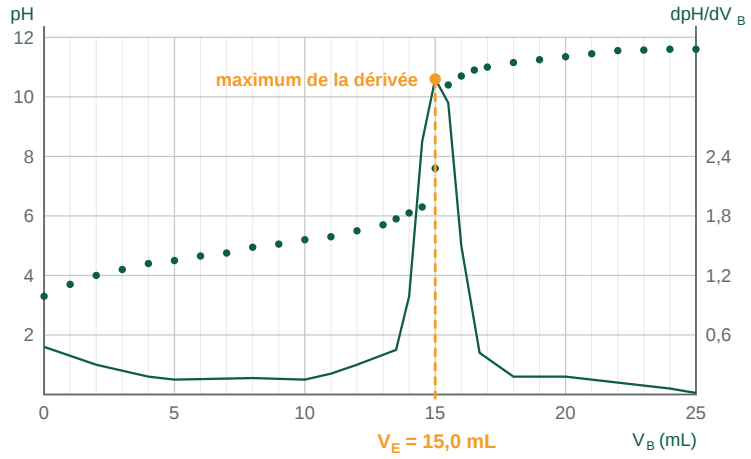
2.1.2 Déterminer le volume équivalent V_E de ce dosage en expliquant la méthode.

À l'équivalence, le pH augmente brusquement : la pente de la courbe $\mathrm{pH} = f(V_B)$ est maximale. Le volume équivalent est donc l'abscisse du maximum de la courbe dérivée $\dfrac{\mathrm{d\,pH}}{\mathrm{d}V_B}$, tracée sur l'annexe.

Le pic se trouve à la verticale de la graduation 15 mL.

$$V_E = 15{,}0\ \mathrm{mL}$$

MÉTHODE
Sans courbe dérivée, on utilise la méthode des tangentes parallèles : deux tangentes parallèles de part et d'autre du saut, puis la parallèle équidistante, qui coupe la courbe au point d'équivalence.



2.1.2 · Annexe complétée : le pic de la courbe dérivée repère l'équivalence

2.1.3 Calculer la concentration molaire en soluté apporté C_A de la solution S.

Données utiles $V_A = 10{,}0\ \mathrm{mL}$; $C_B = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V_E = 15{,}0\ \mathrm{mL}$ (2.1.2)

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques : $n(\mathrm{RCOOH})_{\text{initial}} = n(\mathrm{HO^-})_{\text{versé}}$, soit $C_A\,V_A = C_B\,V_E$.

$$C_A = \frac{C_B\,V_E}{V_A} = \frac{1{,}0 \times 10^{-2} \times 15{,}0}{10{,}0}$$

$$C_A = 1{,}5 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C_B, la donnée la moins précise. Les deux volumes peuvent rester en mL : leurs unités se simplifient dans le rapport.

2.1.4 Calculer la masse molaire de l'acide carboxylique utilisé pour réaliser la solution S et en déduire le nom de l'acide A.

Données utiles $m = 0{,}90$ g dissous dans $V_S = 1000$ mL $= 1{,}000$ L ; $C_A = 1{,}5 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} (2.1.3)

Quantité d'acide dissous : $n = C_A V_S = \dfrac{m}{M}$, donc

$$M = \frac{m}{C_A V_S} = \frac{0{,}90}{1{,}5 \times 10^{-2} \times 1{,}000} = \frac{90}{15} \times 10 = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

D'après le tableau de données, cette masse molaire est celle de l'acide éthanoïque.

$M = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$: l'acide A est l'acide éthanoïque CH_3-COOH.

PIÈGE
Prendre $V_A = 10{,}0$ mL au lieu du volume de la fiole : la masse m a été dissoute dans un litre de solution.

MÉTHODE
Calculatrice interdite : faire apparaître un quotient de l'aide au calcul. Ici $\dfrac{0{,}90}{1{,}5 \times 10^{-2}} = \dfrac{90 \times 10^{-2}}{15 \times 10^{-3}} = 6{,}0 \times 10$.

2.2.1 Écrire, avec les formules semi-développées, l'équation de la réaction correspondant à la préparation de l'ester.

L'acide éthanoïque réagit avec l'alcool benzylique pour donner un ester et de l'eau :

$$CH_3-COOH + C_6H_5-CH_2-OH \rightleftharpoons CH_3-COO-CH_2-C_6H_5 + H_2O$$

COMPRENDRE
La double flèche traduit une transformation non totale. L'ester obtenu est l'éthanoate de benzyle : le groupe CH_3-CO vient de l'acide, le groupe $O-CH_2-C_6H_5$ de l'alcool.

2.2.2 Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?

L'estérification est une réaction lente et limitée (non totale) : elle conduit à un état d'équilibre, car l'ester et l'eau formés réagissent en sens inverse (hydrolyse). Elle est aussi athermique.

2.2.3 Pourquoi ajoute-t-on de l'acide sulfurique concentré dans le milieu réactionnel ?

L'acide sulfurique est un catalyseur : il augmente la vitesse de la réaction, sans apparaître dans l'équation.

PIÈGE
Écrire que le catalyseur augmente le rendement. Il permet d'atteindre plus vite l'état final, mais ne modifie pas cet état.

2.2.4 Comment se nomme le montage utilisé ? Quel est son rôle ?

C'est un montage de chauffage à reflux.

Le chauffage augmente la température, facteur cinétique : la réaction est plus rapide. Les vapeurs formées se condensent dans le réfrigérant à boules et retombent dans le ballon.

Chauffage à reflux : il accélère la réaction sans perte de matière.

2.3.1 Dans quelle phase se situe l'ester ? Faire un schéma légendé de l'ampoule à décanter en justifiant la position des phases.

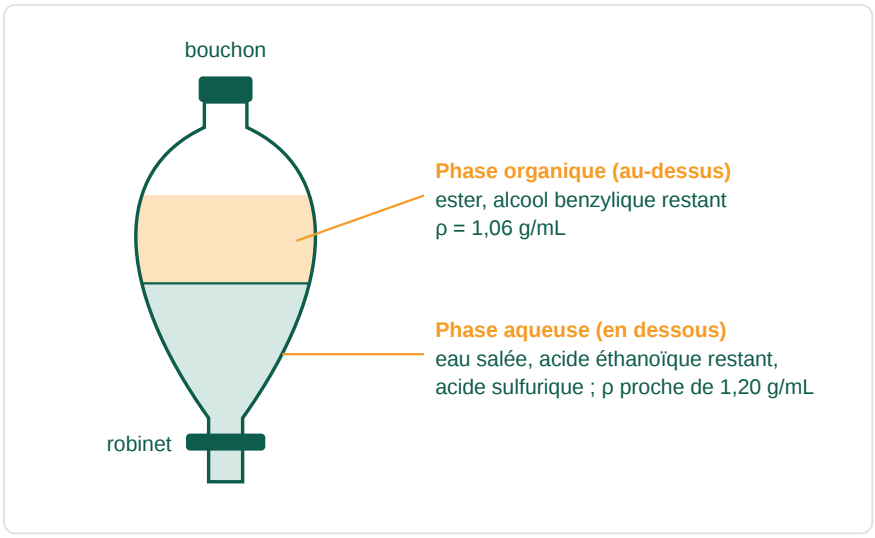
Données utiles masses volumiques : ester $1{,}06 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$; eau salée $1{,}20 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$; ester très peu soluble dans l'eau salée

L'ester est très peu soluble dans l'eau salée : il forme, avec l'alcool benzylique restant, une phase organique distincte de la phase aqueuse.

La phase aqueuse, essentiellement de l'eau salée, a une masse volumique proche de $1{,}20 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$, supérieure à celle de l'ester ($1{,}06 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$) : elle occupe le bas de l'ampoule.

L'ester se trouve dans la phase organique, au-dessus de la phase aqueuse.

COMPRENDRE
L'eau salée a deux rôles : l'ester y est encore moins soluble que dans l'eau, et sa masse volumique élevée sépare nettement les phases. Avec de l'eau pure ($1{,}00 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$), l'ester serait en dessous.



2.3.1 · Ampoule à décanter après décantation

2.3.2 On obtient $1{,}3 \times 10^{-1}$ mol d'ester. Calculer le rendement de cette synthèse.

Données utiles $n_{\text{alcool}} = 2{,}0 \times 10^{-1}$ mol ; mélange stœchiométrique ; $n_{\text{obtenu}} = 1{,}3 \times 10^{-1}$ mol

Le mélange est stœchiométrique et les nombres stœchiométriques valent tous 1 : si la transformation était totale, on obtiendrait $n_{\text{max}} = n_{\text{alcool}} = 2{,}0 \times 10^{-1}$ mol d'ester.

$$r = \frac{n_{\text{obtenu}}}{n_{\text{max}}} = \frac{1{,}3 \times 10^{-1}}{2{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{13}{2{,}0} \times 10^{-1} = 0{,}65$$

$r = 0{,}65$, soit $65\ \%$.

COMPRENDRE
Avec $\rho = 1{,}04\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ et $M = 108\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, 28,4 mL d'alcool font plutôt 0,27 mol. L'acide (11,4 mL, soit 0,20 mol) serait alors limitant : n_{max} et le rendement restent les mêmes.

2.3.3 Comment améliorer le rendement, sans changer la nature des réactifs ?

On introduit l'un des deux réactifs en excès (l'acide ou l'alcool). On peut aussi éliminer l'un des produits au cours de la transformation : dans les deux cas, l'équilibre est déplacé dans le sens de la formation de l'ester.

PIÈGE
Proposer de chauffer davantage ou d'ajouter du catalyseur : on gagne en vitesse, pas en rendement.

2.3.4 Comment améliorer le rendement, en changeant l'un des réactifs ?

On remplace l'acide éthanoïque par l'anhydride éthanoïque : la transformation devient totale (et rapide), car elle ne produit plus d'eau et l'hydrolyse de l'ester n'a pas lieu.

Spécialité : Modélisation d'un microscope

Bac S 2007 Asie (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Avec la relation de conjugaison appliquée à L_1, déterminer la position de l'image intermédiaire A_1B_1. Avec quel point particulier de L_2 le point A_1 est-il confondu ?

Données utiles $\overline{O_1A} = -12{,}5$ cm ; $f'_1 = 10{,}0$ cm ; $f'_2 = 20{,}0$ cm ; $\Delta = \overline{F'_1F_2} = 40{,}0$ cm

Relation de conjugaison pour L_1 : $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f'_1}$, d'où

$$\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1A}}{\overline{O_1A} + f'_1} = \frac{10{,}0 \times (-12{,}5)}{-12{,}5 + 10{,}0} = \frac{-125}{-2{,}5} = 50{,}0 \text{ cm}$$

L'image se forme 50,0 cm après L_1 : la mesure des élèves (50,3 cm) est correcte à la précision du banc près.

Position du foyer objet de L_2 : $\overline{O_1F_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} = 10{,}0 + 40{,}0 = 50{,}0$ cm $= \overline{O_1A_1}$.

$\overline{O_1A_1} = 50{,}0$ cm : A_1 est confondu avec F_2, foyer objet de l'oculaire.

PIÈGE
L'objet est avant la lentille : $\overline{O_1A} = -12{,}5$ cm. Avec $+12{,}5$ cm, on trouve une image à 5,6 cm, sans rapport avec la mesure.

COMPRENDRE
Calculatrice interdite : on garde des fractions simples, $125 \div 2{,}5 = 50$. Trois chiffres significatifs, comme les données. Le programme actuel étudie la lunette afocale ; le microscope se traite avec les mêmes outils.

1.2 Déterminer le grandissement théorique γ_1 de l'objectif.

Données utiles $\overline{O_1A_1} = 50{,}0$ cm (1.1) ; $\overline{O_1A} = -12{,}5$ cm

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{50{,}0}{-12{,}5}$$

$\gamma_1 = -4{,}00$

COMPRENDRE
Un grandissement n'a pas d'unité. $|\gamma_1| > 1$: l'image est agrandie ; $\gamma_1 < 0$: elle est renversée.

1.3 Calculer la hauteur de l'image A_1B_1.

Données utiles $\overline{AB} = 0{,}50$ cm ; $\gamma_1 = -4{,}00$ (1.2)

Le grandissement s'écrit aussi $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$, donc

$$\overline{A_1B_1} = \gamma_1 \times \overline{AB} = -4{,}00 \times 0{,}50 = -2{,}0 \text{ cm}$$

L'image mesure 2,0 cm de haut ($\overline{A_1B_1} = -2{,}0$ cm), en accord avec les 2,1 cm mesurés.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement : $AB = 0{,}50$ cm est la donnée la moins précise.

1.4 Quel est le sens de cette image ?

$\overline{A_1B_1}$ et $\overline{AB}$ sont de signes contraires ($\gamma_1 < 0$).

L'image A_1B_1 est renversée : la flèche pointe vers le bas, comme l'ont observé les élèves.

2.1 Sur le schéma 1 de l'annexe, placer le point B_1, puis tracer la marche de deux rayons lumineux issus de B_1.

Données utiles $\overline{A_1B_1} = -2{,}0$ cm (1.3) ; échelles : 1/1 verticalement, 1/10 horizontalement ; $f'_2 = 20{,}0$ cm

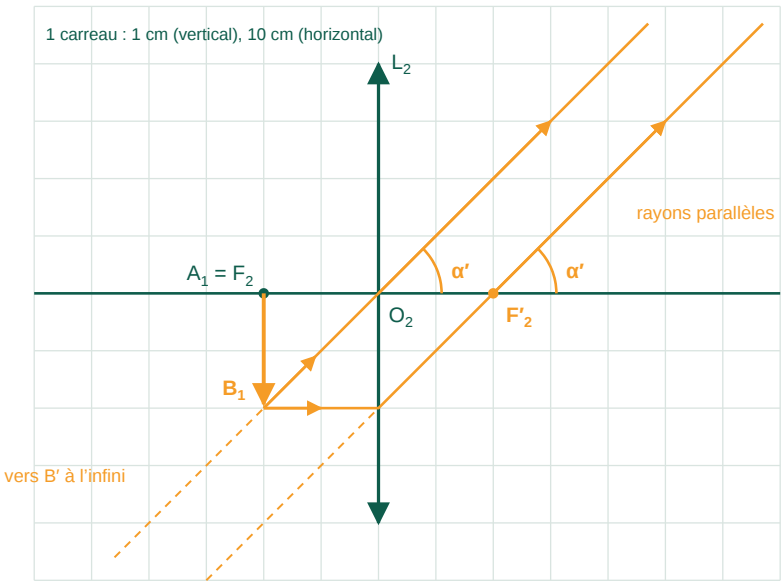
B_1 est placé 2,0 cm sous A_1 (échelle 1/1). Le foyer image F'_2 est à 2,0 cm à droite de O_2 sur le schéma (échelle 1/10).

Rayons tracés à partir de B_1 :

- celui qui passe par le centre optique O_2 n'est pas dévié ;
- celui qui arrive parallèlement à l'axe optique ressort en passant par F'_2.

Les deux rayons émergent de L_2 parallèles entre eux.

MÉTHODE
Trois rayons particuliers pour une lentille convergente : par O, non dévié ; parallèle à l'axe, émerge par F' ; passant par F, émerge parallèle à l'axe. Deux suffisent, tracés à la règle et fléchés.



2.1 · Schéma 1 complété : image intermédiaire dans le plan focal objet de l'oculaire, rayons émergents parallèles

2.2 Quelle est la position de l'image définitive $A'B'$?

A_1B_1 est dans le plan focal objet de l'oculaire : les rayons issus de B_1 ressortent parallèles et ne se coupent pas à distance finie.

L'image définitive $A'B'$ est rejetée à l'infini.

COMPRENDRE
Un œil normal voit sans accommoder un objet à l'infini : ce réglage permet d'observer longtemps sans fatigue.

3.1 Calculer l'angle α sous lequel l'objet AB est vu à l'œil nu.

Données utiles $AB = 0{,}50$ cm ; $d_m = 25{,}0$ cm

L'objet est vu à la distance d_m : $\tan\alpha = \dfrac{AB}{d_m}$. L'angle est petit, donc $\tan\alpha \approx \alpha$ (en radians) :

$$\alpha = \frac{AB}{d_m} = \frac{0{,}50}{25{,}0}$$

$\alpha = 0{,}020$ rad $= 2{,}0 \times 10^{-2}$ rad

PIÈGE
L'approximation $\tan\alpha \approx \alpha$ donne un angle en radians, pas en degrés. Les deux longueurs doivent être dans la même unité.

3.2 Sur le schéma 1 de l'annexe, indiquer l'angle α' puis calculer sa valeur.

Données utiles $A_1B_1 = 2{,}0$ cm (1.3) ; $O_2F_2 = f'_2 = 20{,}0$ cm

α' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents (voir le schéma 1 complété, question 2.1).

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1, avec A_1 confondu avec F_2 :

$$\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} \approx \alpha' \qquad \alpha' = \frac{2{,}0}{20{,}0}$$

$\alpha' = 0{,}10$ rad

PIÈGE
Ne pas mesurer α' au rapporteur : les deux échelles du schéma sont différentes, l'angle dessiné (45°) n'est pas l'angle réel (environ 6°).

3.3 Calculer le grossissement du microscope.

Données utiles $\alpha = 0{,}020$ rad (3.1) ; $\alpha' = 0{,}10$ rad (3.2)

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{0{,}10}{0{,}020} = \frac{10}{2{,}0}$$

$G = 5{,}0$

COMPRENDRE
Sans unité. À travers ce microscope modélisé, l'objet paraît cinq fois plus grand qu'à l'œil nu placé à 25 cm.

4.1 Donner la définition du cercle oculaire.

Le cercle oculaire est l'image de la monture de l'objectif L_1 donnée par l'oculaire L_2.

4.2 Sur le schéma 2 de l'annexe, déterminer par une construction graphique la position du cercle oculaire et son diamètre.

Données utiles diamètre des lentilles : 8,0 cm ; $\overline{O_1O_2} = 10{,}0 + 40{,}0 + 20{,}0 = 70{,}0$ cm ; $f'_2 = 20{,}0$ cm ; échelles : 1/1 verticalement, 1/10 horizontalement

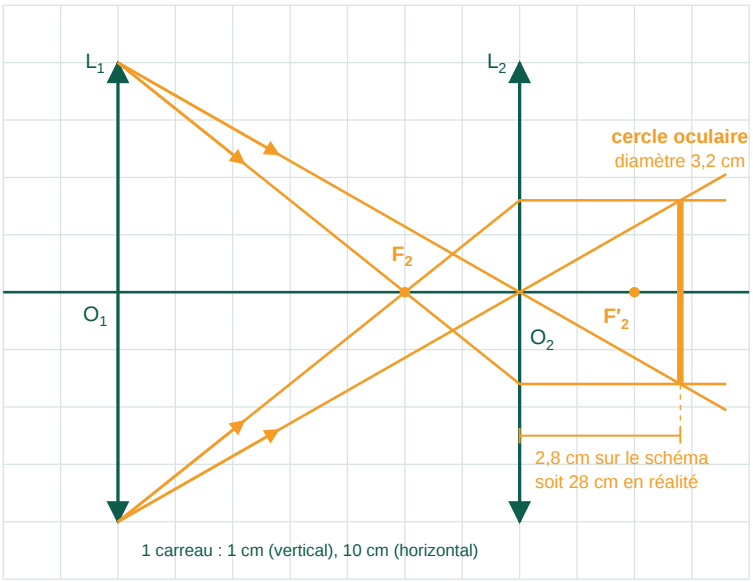
On place F_2 et F'_2 à 2,0 cm de part et d'autre de O_2 sur le schéma. On cherche l'image par L_2 de chaque bord de l'objectif, avec deux rayons :

- celui qui passe par O_2 n'est pas dévié ;
- celui qui passe par F_2 ressort parallèle à l'axe optique.

Leur intersection donne l'image du bord. On lit sur le schéma : 2,8 cm à droite de O_2, soit 28 cm en réalité (échelle 1/10), et 3,2 cm entre les deux images des bords (échelle 1/1).

Le cercle oculaire est situé 28 cm après l'oculaire ; son diamètre vaut 3,2 cm.

COMPRENDRE
Vérification par le calcul : $\frac{1}{\overline{O_2C}} = \frac{1}{20{,}0} + \frac{1}{-70{,}0}$ donne $\overline{O_2C} = 28{,}0$ cm ; grandissement $\frac{28{,}0}{-70{,}0} = -0{,}400$, soit un diamètre de $0{,}400 \times 8{,}0 = 3{,}2$ cm.



4.2 · Schéma 2 complété : image de l'objectif donnée par l'oculaire

4.3 Quel est l'intérêt pratique du cercle oculaire ?

Toute la lumière qui a traversé l'objectif puis l'oculaire passe par le cercle oculaire.

En plaçant la pupille de l'œil à cet endroit, on reçoit le maximum de lumière : l'image observée est la plus lumineuse possible.

COMPRENDRE

Ici le cercle (3,2 cm) est bien plus large qu'une pupille : seule une partie de la lumière entre dans l'œil. Dans un vrai microscope, il ne mesure que quelques millimètres.

étude d'un système solide-ressort

Bac S 2007 Asie (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Le mobile est-il écarté de sa position d'équilibre vers la droite ou vers la gauche ? Justifier.

Sur la figure 2, à $t = 0$, on lit $x(0) = 2{,}0\ \text{cm}$, valeur positive.

L'axe $x'x$ est orienté de gauche à droite et son origine est la position d'équilibre.

$x(0) > 0$: le mobile est écarté vers la **droite**.

COMPRENDRE
L'oscillateur solide-ressort ne figure plus au programme actuel de spécialité. L'exercice reste un bon entraînement sur la deuxième loi de Newton, la lecture de courbes et l'énergie mécanique.

1.2 Le mobile est-il lâché sans vitesse initiale ou lancé avec une vitesse initiale ? Justifier.

La vitesse est la dérivée de la position : $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, c'est-à-dire le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x(t)$.

À $t = 0$, la courbe passe par un maximum : sa tangente est horizontale, donc $v_x(0) = 0$.

Le mobile est **lâché sans vitesse initiale**.

MÉTHODE
Sur une courbe $x(t)$, la vitesse se lit sur la pente : tangente horizontale, vitesse nulle ; pente la plus forte (passage par $x = 0$), vitesse maximale.

1.3 Déterminer la période du mouvement en expliquant la méthode utilisée.

La période est la plus petite durée au bout de laquelle le mobile repasse par la même position dans le même sens.

Pour gagner en précision, on mesure plusieurs périodes : entre le maximum de la date $t = 0$ et le troisième maximum, on lit $2T = 1{,}26\ \text{s}$.

$T = \dfrac{1{,}26}{2}$

$T = 0{,}63\ \text{s}$

PIÈGE
Mesurer la durée entre deux passages successifs par $x = 0$: on obtient une demi-période, car le mobile y passe une fois dans chaque sens.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs suffisent : la lecture sur l'axe des temps se fait à une ou deux graduations près, soit environ $0{,}02\ \text{s}$.

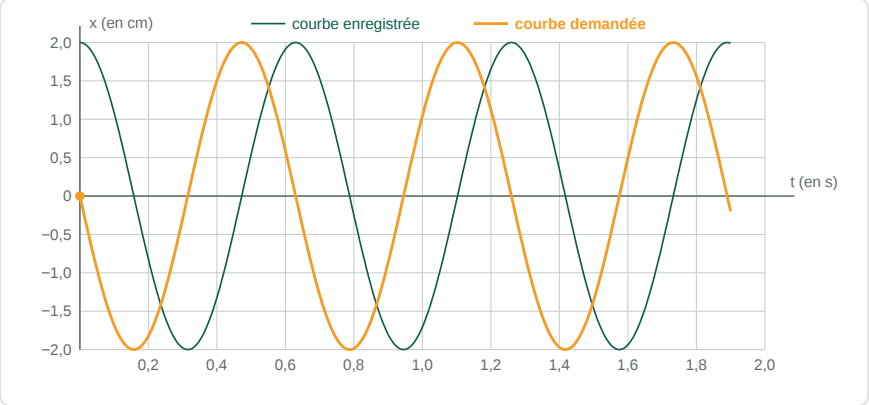
1.4 Représenter sur la figure 2 l'allure de la courbe obtenue si le mobile était lancé depuis sa position d'équilibre dans le sens des x négatifs, avec la même amplitude.

Conditions initiales : $x(0) = 0$ (départ de la position d'équilibre) et $v_x(0) < 0$ (la courbe part vers les valeurs négatives, avec une pente négative).

L'amplitude est inchangée ($2{,}0\ \text{cm}$) et la période aussi ($0{,}63\ \text{s}$), car elle ne dépend pas des conditions initiales.

Sinusoïde partant de l'origine en descendant : minimum $-2{,}0\ \text{cm}$ vers $0{,}16\ \text{s}$, retour à 0 vers $0{,}32\ \text{s}$, maximum $+2{,}0\ \text{cm}$ vers $0{,}47\ \text{s}$ (voir la figure).

PIÈGE
Modifier la période ou faire partir la courbe vers le haut. Seul le point de départ change : la courbe demandée est la courbe enregistrée décalée d'un quart de période.



1.4 · Figure 2 de l'annexe complétée : en orange, le mobile lancé depuis O vers les x négatifs

1.5 Décrire une méthode analytique donnant une valeur approchée de la vitesse du mobile à la date t_1 (aucun calcul demandé).

La vitesse est $v_x(t_1) = \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)_{t_1}$.

On l'approche par la vitesse moyenne entre deux dates d'acquisition très proches qui encadrent t_1, notées t_0 et t_2 : on relève les positions $x(t_0)$ et $x(t_2)$ dans le tableau de mesures, puis on calcule le quotient.

$$v_x(t_1) \approx \frac{x(t_2) - x(t_0)}{t_2 - t_0}$$

COMPRENDRE
Ce quotient est le coefficient directeur de la tangente à la courbe à la date t_1 : on peut aussi tracer cette tangente et calculer sa pente. Ici la pente est positive, le mobile revient vers la droite.

2.1 Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide et les représenter de façon cohérente sur la figure 4.

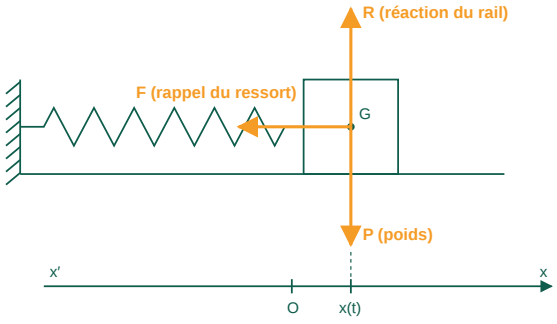
Système {solide}, référentiel terrestre supposé galiléen. Trois forces s'exercent sur le solide :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction du rail $\vec{R}$, verticale et vers le haut car il n'y a pas de frottements ;
- la force de rappel du ressort $\vec{F} = -K\,x\,\vec{i}$, horizontale.

Sur la figure 4, $x(t) > 0$: le ressort est étiré, $\vec{F}$ est dirigée vers la gauche.

$\vec{P}$ et $\vec{R}$ ont la même longueur (elles se compensent) ; $\vec{F}$ est horizontale, vers la gauche.

PIÈGE
Dessiner $\vec{P}$ et $\vec{R}$ de longueurs différentes, ou orienter $\vec{F}$ vers la droite. Le mouvement est horizontal : les forces verticales doivent se compenser.



2.1 · Figure 4 de l'annexe complétée : les trois forces, tracées à partir de G

2.2 Avec la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit $\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{K}{m}x(t) = 0$.

Deuxième loi de Newton appliquée au solide dans le référentiel terrestre galiléen :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}$$

En projection sur l'axe $x'x$, $\vec{P}$ et $\vec{R}$ étant perpendiculaires à l'axe :

$$0 + 0 - K\,x(t) = m\,\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2}$$

On divise par m et on regroupe dans le même membre :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{K}{m}x(t) = 0}$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, loi vectorielle, projection sur l'axe du mouvement. Le signe « − » de $-Kx$ traduit le rappel vers la position d'équilibre.

2.3 Les solutions sont de la forme $x(t) = X_M \cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \varphi\right)$. Déterminer les valeurs de X_M et φ correspondant à l'enregistrement de la figure 2.

Données utiles $x(0) = 2{,}0$ cm (1.1) ; $v_x(0) = 0$ (1.2) ; $\cos 0 = 1$

Position initiale : $x(0) = X_M \cos\varphi = 2{,}0$ cm.

Vitesse : $v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\frac{2\pi}{T_0}X_M \sin\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \varphi\right)$, donc $v_x(0) = -\frac{2\pi}{T_0}X_M \sin\varphi = 0$.

On en déduit $\sin\varphi = 0$, soit $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$.

Avec $\varphi = \pi$, on aurait $X_M = -2{,}0$ cm : impossible, une amplitude est positive. Avec $\varphi = 0$: $X_M = 2{,}0$ cm.

$$\boxed{X_M = 2{,}0 \text{ cm et } \varphi = 0 \text{ rad}}$$

COMPRENDRE
X_M est l'amplitude : on la lit directement comme valeur maximale de x sur la figure 2. La phase φ fixe le point de départ sur la sinusoïde.

2.4 Donner l'expression de la période propre T_0 du mouvement en fonction de m et K.

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

PIÈGE
Inverser le quotient. Un mobile plus lourd oscille plus lentement : m est au numérateur.

COMPRENDRE
Vérification par les unités : K est en $\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, soit $\mathrm{kg\cdot s^{-2}}$; $\frac{m}{K}$ est donc en $\mathrm{s^2}$ et sa racine en secondes.

2.5 Vérifier que l'enregistrement de la figure 2 a été obtenu avec un mobile de masse $m = 100$ g et deux ressorts de raideur $k = 5{,}0$ N · m^{-1}.

Données utiles $K = 2k$; $2\pi = 6{,}3$ rad ; $T = 0{,}63$ s (1.3)

$m = 100$ g $= 0{,}100$ kg et $K = 2k = 2 \times 5{,}0 = 10$ N · m^{-1}.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 6{,}3 \times \sqrt{\frac{0{,}100}{10}} = 6{,}3 \times \sqrt{1{,}0 \times 10^{-2}} = 6{,}3 \times 0{,}10$$

$T_0 = 0{,}63$ s, égale à la période $T = 0{,}63$ s mesurée sur la figure 2 : les valeurs proposées conviennent.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes, ou utiliser k au lieu de $K = 2k$: dans les deux cas la période calculée ne correspond plus à l'enregistrement.

MÉTHODE
Sans calculatrice, écrire le nombre sous la racine avec une puissance de dix paire : $\sqrt{1{,}0 \times 10^{-2}} = 1{,}0 \times 10^{-1}$.

3.1 Donner l'expression du travail élémentaire $\mathrm{d}W$ de la force $\vec{F}_E$ exercée par l'élève au cours du déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$.

$$\mathrm{d}W = \vec{F}_E \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}l}$$

COMPRENDRE
Sur un déplacement très petit, la force varie si peu qu'on peut la considérer constante : le travail s'écrit alors comme un produit scalaire ordinaire.

3.2 Montrer que, dans le cas présent, ce travail élémentaire se met sous la forme $\mathrm{d}W = K\,x\,\mathrm{d}x$.

L'élève déplace le solide lentement : la force qu'il exerce compense à chaque instant la force de rappel du ressort.

$\vec{F}_E = -\vec{F} = K\,x\,\vec{i}$

Le déplacement élémentaire se fait le long de l'axe : $\overrightarrow{\mathrm{d}l} = \mathrm{d}x\,\vec{i}$.

$\mathrm{d}W = K\,x\,\vec{i} \cdot \mathrm{d}x\,\vec{i}$, avec $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$.

$$\mathrm{d}W = K\,x\,\mathrm{d}x$$

PIÈGE
Garder le signe « $-$ » de la force de rappel. C'est la force de l'élève qui travaille : elle est dans le sens du déplacement, son travail est positif.

3.3 Par une méthode au choix (analytique ou graphique), vérifier que le système acquiert au cours du déplacement l'énergie potentielle élastique $E_{PE} = \frac{1}{2}KX_M^2$.

Méthode analytique : le travail total est la somme des travaux élémentaires de $x = 0$ à $x = X_M$.

$$W(\vec{F}_E) = \int_0^{X_M} K\,x\,\mathrm{d}x = K\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{X_M} = \frac{1}{2}KX_M^2$$

Ce travail fourni par l'élève est emmagasiné par le système sous forme d'énergie potentielle élastique, nulle en $x = 0$.

$$E_{PE} = W(\vec{F}_E) = \frac{1}{2}KX_M^2$$

COMPRENDRE
Avec $K = 10\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ et $X_M = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$, on trouve $E_{PE} = 2{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{J}$: c'est le maximum de $2{,}0\ \mathrm{mJ}$ lu sur la figure 5.

MÉTHODE
Méthode graphique : tracer $F_E = Kx$ en fonction de x. Le travail est l'aire sous la droite entre 0 et X_M, un triangle de base X_M et de hauteur KX_M.

3.4 Pourquoi ne peut-on pas utiliser dans ce cas l'expression $W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$?

Cette expression n'est valable que pour une force constante pendant tout le déplacement.

La valeur de $\vec{F}_E$ dépend de x ($F_E = Kx$) : la force **n'est pas constante**, il faut sommer les travaux élémentaires.

3.5.1 Identifier les deux courbes de la figure 5 (énergie cinétique, énergie potentielle élastique) en justifiant.

$E_C = \frac{1}{2}mv^2$ et $E_{PE} = \frac{1}{2}Kx^2$.

À $t = 0$, le mobile est lâché sans vitesse : $E_C(0) = 0$. La courbe 2 (trait plein) part de zéro.

À $t = 0$, l'écart à l'équilibre est maximal, $x(0) = X_M$: E_{PE} est maximale. La courbe 1 (pointillés) part de son maximum.

Courbe 1 : énergie potentielle élastique ; courbe 2 : énergie cinétique.

COMPRENDRE
Les énergies varient deux fois plus vite que $x(t)$: leur période est $\frac{T_0}{2}$, soit environ $0{,}32\ \mathrm{s}$, car x^2 reprend la même valeur en $+X_M$ et en $-X_M$.

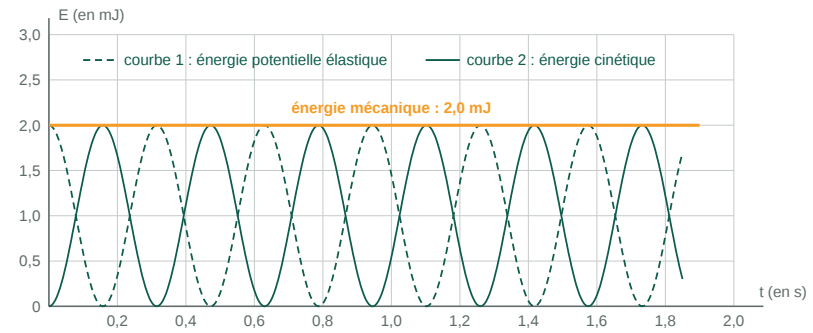
3.5.2 Tracer sur la figure 5 la courbe représentant l'évolution de l'énergie mécanique E_M du dispositif solide-ressort, en justifiant.

$E_M(t) = E_C(t) + E_{PE}(t)$ (le mouvement est horizontal, l'énergie potentielle de pesanteur ne varie pas).

Quand E_{PE} est maximale ($2{,}0\ \text{mJ}$), E_C est nulle, et inversement ; au croisement des courbes, chacune vaut $1{,}0\ \text{mJ}$. La somme vaut toujours $2{,}0\ \text{mJ}$.

$E_M = 2{,}0\ \text{mJ}$ à chaque instant : droite horizontale passant par les sommets des deux courbes.

MÉTHODE
Pour tracer une somme de deux courbes, additionner les ordonnées en quelques dates bien choisies : sommets, zéros, points de croisement.



3.5.2 · Figure 5 de l'annexe complétée : en orange, l'énergie mécanique

3.5.3 Pour un enregistrement de courte durée, l'énergie mécanique semble constante. Est-ce réellement le cas ? Pourquoi ?

Non. Même sur coussin d'air, il reste de faibles frottements (surtout ceux de l'air). Leur travail est résistant : une partie de l'énergie mécanique est peu à peu dissipée sous forme de chaleur.

L'énergie mécanique **diminue lentement** : sur une longue durée, l'amplitude des oscillations décroît.

COMPRENDRE
Sur deux secondes, la perte est trop faible pour être visible : les maximums de la figure 2 restent tous à $2{,}0\ \text{cm}$.