Le dioxyde de carbone atmosphérique

Bac S 2007 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **9,5 points** **Durée conseillée 1 h 57**

1.1 Nommer l'unique force mise en jeu et donner son expression littérale pour un allongement quelconque $x(t)$.

Système : l'atome d'oxygène, de masse m. Le poids est négligé et il n'y a pas de frottement : il ne reste que l'action du ressort sur la masse, appelée **force de rappel** du ressort.

Elle est proportionnelle à l'allongement et de sens opposé à celui-ci :

$$\vec{F} = -k\,x(t)\,\vec{i}$$

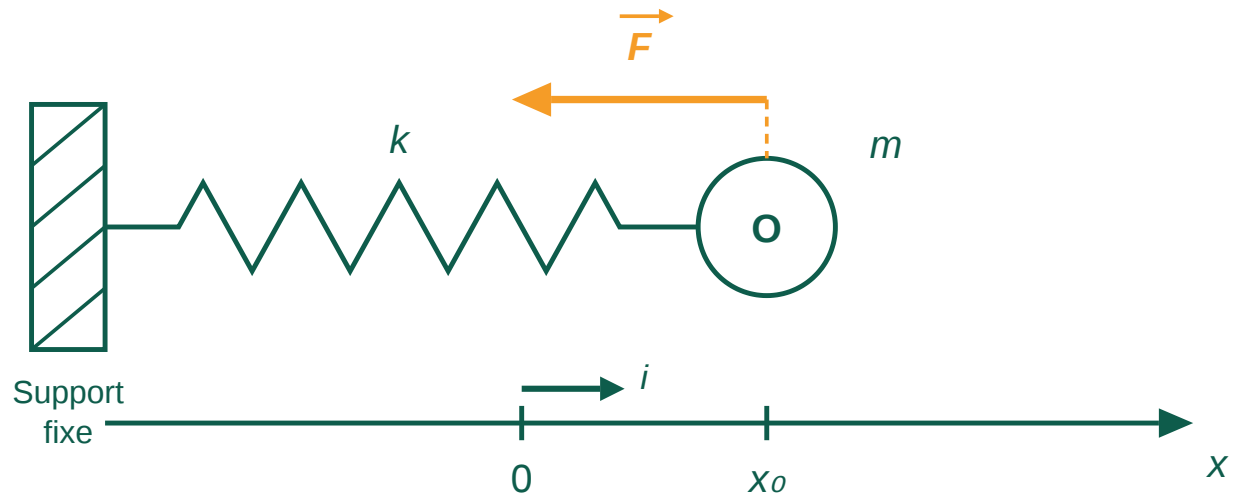
PIÈGE
Oublier le signe « $-$ ». La force ramène toujours la masse vers sa position d'équilibre : elle est opposée au déplacement $x\,\vec{i}$.

COMPRENDRE
L'oscillateur masse-ressort ne figure plus au programme actuel de spécialité. La démarche reste utile : bilan des forces, deuxième loi de Newton, équation différentielle, vérification d'une solution proposée.

1.2 Sur l'annexe, représenter cette force dans le cas où $x > 0$.

Pour $x > 0$, le ressort est étiré : $F_x = -k\,x < 0$. La force est horizontale, appliquée à la masse et dirigée vers le support fixe, c'est-à-dire dans le sens opposé à $\vec{i}$.

Voir l'annexe complétée : $\vec{F}$ est tracée en orange, de la masse vers la position d'équilibre.



1.2 · Annexe complétée : force de rappel pour x > 0

1.3 En appliquant une loi dont on donnera le nom, établir l'équation différentielle vérifiée par la position $x(t)$ de la masse m.

Système {atome d'oxygène}, référentiel galiléen, une seule force $\vec{F}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\,\vec{a}$.

En projection sur l'axe (Ox), avec $a_x = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$: $\quad -k\,x = m\,\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}\,x = 0$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, loi, projection sur l'axe du mouvement. L'équation se présente ensuite avec toutes les grandeurs inconnues dans le même membre.

1.4 Sachant que $x(t) = x_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ est solution de l'équation différentielle, exprimer T_0 en fonction de k et m. Nommer cette grandeur.

On dérive deux fois :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -x_0 \frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \quad \text{puis} \quad \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t)$$

On reporte dans l'équation de la question 1.3 :

$$\left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{k}{m}\right] x(t) = 0$$

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, donc $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m}$, soit $T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$.

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$: c'est la **période propre** de l'oscillateur.

PIÈGE

Dériver $\cos(u)$ sans multiplier par $u' = \frac{2\pi}{T_0}$. Ce facteur apparaît à chaque dérivation, d'où le carré dans la dérivée seconde.

1.5 En déduire l'expression littérale de la fréquence f_0 des oscillations, puis sa valeur numérique.

Données utiles $k = 422\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$; $m = 2{,}66 \times 10^{-26}$ kg ; T_0 (1.4)

La fréquence est l'inverse de la période : $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

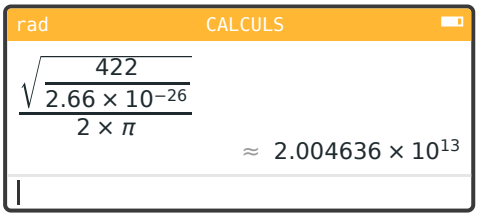
$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{422}{2{,}66 \times 10^{-26}}}$$

$f_0 = 2{,}00 \times 10^{13}$ Hz

COMPRENDRE

Les données k et m ont trois chiffres significatifs : le résultat s'écrit avec trois chiffres, $2{,}00 \times 10^{13}$ Hz, et non 2×10^{13} Hz.

À LA CALCULATRICE



2.1 Rappeler sur un axe gradué en longueurs d'onde les limites du spectre visible dans le vide (en µm et en nm) et les couleurs associées.

Le spectre visible s'étend, dans le vide, de 400 nm à 800 nm environ :

- limite inférieure : $\lambda = 400\ \mathrm{nm} = 0{,}400\ \mu\mathrm{m}$, couleur **violette** ;
- limite supérieure : $\lambda = 800\ \mathrm{nm} = 0{,}800\ \mu\mathrm{m}$, couleur **rouge**.

Visible : de $0{,}400$ µm (violet) à $0{,}800$ µm (rouge), voir l'axe ci-dessous.

COMPRENDRE

$1\ \mu\mathrm{m} = 10^3\ \mathrm{nm} = 10^{-6}\ \mathrm{m}$. Les limites sont conventionnelles : une borne rouge à 750 nm ou 780 nm est tout aussi acceptable.



2.1 · Axe des longueurs d'onde dans le vide (questions 2.1 et 2.2)

2.2 Nommer et situer les domaines de radiations situés au-delà de chacune de ces limites.

- Pour $\lambda < 400$ nm, en deçà du violet : domaine des **ultraviolets** (UV).
- Pour $\lambda > 800$ nm, au-delà du rouge : domaine des **infrarouges** (IR).

Ultraviolet du côté des courtes longueurs d'onde, infrarouge du côté des grandes (en orange sur l'axe de la question 2.1).

PIÈGE
Inverser les deux domaines. « Ultra-violet » se place après le violet, donc vers les petites longueurs d'onde ; « infra-rouge » après le rouge, vers les grandes.

2.3 Pour une onde électromagnétique dans le vide, donner la relation entre sa longueur d'onde λ_0, sa fréquence f et sa célérité c.

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde à la célérité c pendant une période $T = \dfrac{1}{f}$:

$\lambda_0 = \dfrac{c}{f}$, avec λ_0 en m, c en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ et f en Hz.

2.4 Déterminer, en micromètre, la longueur d'onde λ_0 du rayonnement électromagnétique que peut absorber le dioxyde de carbone.

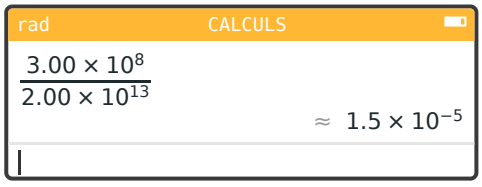
Données utiles $f_0 = 2{,}00 \times 10^{13}$ Hz ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Le rayonnement absorbé a la même fréquence que la vibration propre de la molécule, donc :

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{2{,}00 \times 10^{13}} = 1{,}50 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}$$

$\lambda_0 = 15{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{m} = 15{,}0\ \mu\mathrm{m}$

À LA CALCULATRICE



2.5 Dans quelle gamme du spectre de la question 2.1 se situe la longueur d'onde calculée ?

Données utiles $\lambda_0 = 15{,}0$ µm (2.4)

$\lambda_0 = 15{,}0\ \mu\mathrm{m}$ est supérieure à la limite rouge du visible, $0{,}800$ µm.

Cette radiation appartient au domaine **infrarouge**.

MÉTHODE
Pour situer une radiation, convertir sa longueur d'onde dans l'unité de l'axe (ici le µm), puis la comparer aux deux bornes du visible.

2.6 Expliquer pourquoi le dioxyde de carbone atmosphérique peut piéger l'énergie thermique émise par la surface terrestre.

La Terre restitue l'énergie reçue sous forme d'un rayonnement R_T situé essentiellement dans l'infrarouge.

Or la molécule de CO_2 absorbe les radiations dont la fréquence est égale à sa fréquence propre de vibration, c'est-à-dire des radiations infrarouges ($\lambda_0 = 15{,}0$ µm).

Le CO_2 absorbe une partie du rayonnement infrarouge terrestre : cette énergie est retenue dans l'atmosphère au lieu de partir directement vers l'espace.

COMPRENDRE
Le rayonnement solaire, surtout visible, n'a pas la bonne fréquence : il traverse le CO_2 sans être absorbé. L'atmosphère laisse entrer l'énergie et freine sa sortie, comme la vitre d'une serre.

3.1 Énoncer les lois de conservation relatives à une transformation nucléaire et en déduire l'identité de la particule X.

Données utiles ${}^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{14}_{7}\mathrm{N} \longrightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$

Deux grandeurs se conservent lors d'une transformation nucléaire (lois de Soddy) :

- le nombre total de nucléons : $1 + 14 = 14 + A$, d'où $A = 1$;
- le nombre de charge : $0 + 7 = 6 + Z$, d'où $Z = 1$.

L'élément de numéro atomique $Z = 1$ est l'hydrogène.

X est un noyau d'hydrogène ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$, c'est-à-dire un proton.

PIÈGE
Parler de « conservation de la masse » ou « des éléments ». Dans une transformation nucléaire, l'élément chimique change : seuls le nombre de nucléons A et la charge Z se conservent.

3.2 Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ? Citer les quatre types d'émissions qui caractérisent la radioactivité.

Un noyau radioactif est un noyau instable : il se désintègre spontanément, de façon aléatoire, en un noyau différent, en émettant une particule et souvent un rayonnement.

Les quatre types d'émissions :

- radioactivité α : émission d'un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$;
- radioactivité β^- : émission d'un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$;
- radioactivité β^+ : émission d'un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$;
- émission γ : rayonnement électromagnétique de très haute fréquence, émis par le noyau fils qui se désexcite.

Noyau instable qui se désintègre spontanément ; émissions α, β^-, β^+ et γ.

3.3 Le carbone 14 présente une radioactivité β^- : écrire l'équation de sa désintégration.

Une désintégration β^- s'accompagne de l'émission d'un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.
Pour le noyau fils ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}$:

- nucléons : $14 = A + 0$, donc $A = 14$;
- charge : $6 = Z - 1$, donc $Z = 7$: c'est l'azote.

$${}^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

COMPRENDRE
Le carbone 14 redonne l'azote 14 dont il est issu dans la haute atmosphère (question 3.1). Lors d'une désintégration β^-, A ne change pas et Z augmente d'une unité.

3.4 Rappeler la définition de la demi-vie.

La demi-vie $t_{1/2}$ d'un échantillon radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs présents au départ se sont désintégrés.

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

PIÈGE
Croire qu'après deux demi-vies tous les noyaux ont disparu. Il en reste $\frac{N_0}{4}$: la population est divisée par deux à chaque demi-vie.

3.5 Quel nom donne-t-on à la constante λ ? Quelle est son unité compte tenu des données de l'énoncé ?

Données utiles $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$; $t_{1/2} = 5370$ ans

λ est la **constante radioactive** du noyau considéré.

$\ln 2$ est sans unité, donc λ a la dimension de l'inverse d'un temps. La demi-vie étant donnée en années :

λ s'exprime en an^{-1} (son unité dans le Système international est la s^{-1}).

COMPRENDRE
Le produit $\lambda\, t$ dans l'exponentielle est sans unité. Il suffit donc que λ et t utilisent la même unité de temps : avec λ en an^{-1}, l'âge sort directement en années.

3.6 D'après le taux de carbone 14 donné, que vaut le rapport $\dfrac{N(t)}{N_0}$?

Données utiles taux de carbone 14 du charbon : 9,20 % de celui d'un organisme vivant

N_0 est le nombre de noyaux de carbone 14 à la mort de l'organisme, égal à celui d'un organisme vivant. Il n'en reste que 9,20 % : $N(t) = \dfrac{9{,}20}{100} N_0$.

$$\frac{N(t)}{N_0} = 0{,}0920$$

3.7 Quel est alors l'âge de ces peintures ?

Données utiles $\dfrac{N(t)}{N_0} = 0{,}0920$ (3.6) ; $t_{1/2} = 5370$ ans

Loi de décroissance : $\dfrac{N(t)}{N_0} = \text{e}^{-\lambda t}$, donc $\ln\left(\dfrac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda\, t = -\dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}\, t$.

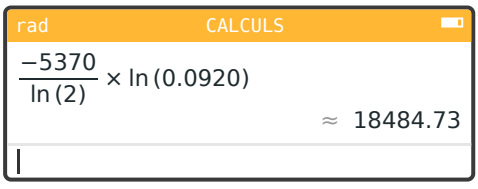
$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\frac{5370}{\ln 2} \times \ln(0{,}0920)$$

$t = 1{,}85 \times 10^4$ ans : les peintures ont environ 18 500 ans.

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : $\ln(0{,}0920)$ est négatif, l'âge doit être positif. Trois chiffres significatifs, comme le taux de 9,20 %.

COMPRENDRE
Contrôle rapide : $0{,}0920$ est compris entre $\dfrac{1}{8}$ et $\dfrac{1}{16}$, donc l'âge se situe entre 3 et 4 demi-vies, soit entre 16 110 et 21 480 ans.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE
La demi-vie admise du carbone 14 est 5730 ans ; l'énoncé indique 5370 ans. On calcule avec la valeur de l'énoncé. Avec 5730 ans, on trouverait environ $1{,}97 \times 10^4$ ans.

3.8 Que traduit la présence de ces animaux dans la grotte quant au climat de l'époque ? Pourquoi la grotte était-elle alors accessible aux hommes ?

Les pingouins vivent dans les régions froides. S'ils ont été peints près de Marseille il y a environ 18 500 ans, c'est que le climat y était alors nettement plus froid qu'aujourd'hui (période glaciaire).

Avec un climat froid, une grande quantité d'eau était immobilisée sous forme de glace sur les continents : les océans avaient un niveau inférieur à celui d'aujourd'hui.

Climat beaucoup plus froid ; mer plus basse, donc l'entrée de la grotte, aujourd'hui à 37 m sous l'eau, était à l'air libre.

COMPRENDRE
C'est le phénomène inverse de celui évoqué par l'énoncé : un réchauffement fait fondre les glaces et monter le niveau des mers, un refroidissement le fait baisser.