La Terre, une machine thermique

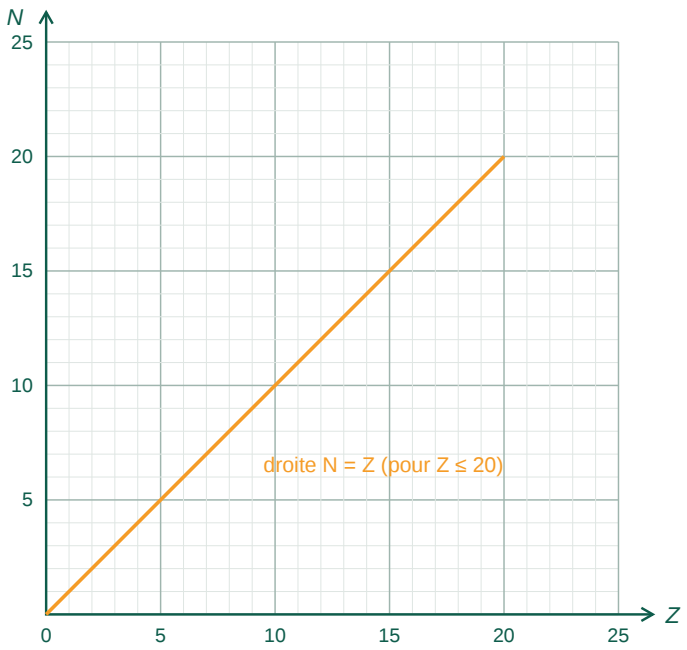
Bac S 2008 Métropole (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Sur le diagramme (N, Z) de l'annexe, tracer la droite sur laquelle se situent les noyaux stables de numéro atomique $Z \leqslant 20$.

Ces noyaux vérifient $N = Z$: ils sont sur la droite passant par l'origine et par le point $(Z = 20\ ;\ N = 20)$, première bissectrice du repère.

Droite d'équation $N = Z$, tracée de $Z = 0$ à $Z = 20$ (voir annexe).

PIÈGE
Prolonger la droite au-delà de $Z = 20$: la condition de stabilité $N = Z$ n'est donnée que jusqu'à ce numéro atomique.



1.1.1 · Annexe complétée : droite des noyaux stables

1.1.2 Placer sur le diagramme les noyaux de potassium 40 et de calcium 40, puis indiquer lesquels sont stables ou instables.

Données utiles $Z(\mathrm{K}) = 19$; $Z(\mathrm{Ca}) = 20$; nombre de nucléons $A = 40$

Nombre de neutrons : $N = A - Z$.

Potassium 40 : $N = 40 - 19 = 21$, point $(Z = 19\ ;\ N = 21)$.

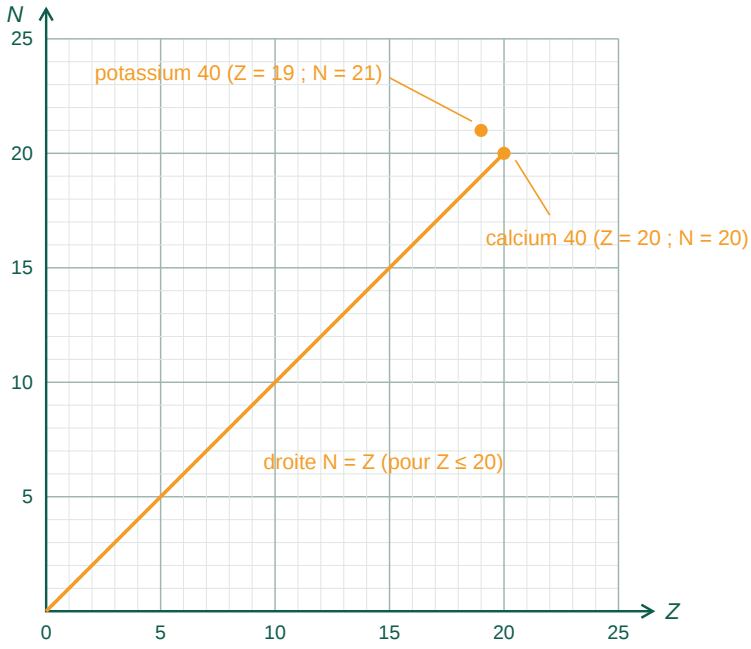
Calcium 40 : $N = 40 - 20 = 20$, point $(Z = 20\ ;\ N = 20)$.

Le point du calcium 40 appartient à la droite $N = Z$; celui du potassium 40 est au-dessus de cette droite $(N > Z)$.

Le calcium 40 est stable ; le potassium 40 est instable.

PIÈGE
Lire 40 comme un nombre de neutrons. C'est le nombre de nucléons A : il faut retrancher Z avant de placer le point.

COMPRENDRE
Au-dessus de la droite, le noyau a un excès de neutrons par rapport aux protons. La désintégration le ramène vers la zone de stabilité.



1.1.2 · Annexe complétée : positions des deux noyaux

1.1.3 Écrire l'équation de la désintégration du potassium 40 en calcium 40 en précisant les lois de conservation utilisées. Déterminer le type de radioactivité.

On note ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise : ${}^{40}_{19}\mathrm{K} \longrightarrow {}^{40}_{20}\mathrm{Ca} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Conservation du nombre de nucléons : $40 = 40 + A$, donc $A = 0$.

Conservation de la charge électrique : $19 = 20 + Z$, donc $Z = -1$.

La particule émise est un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

${}^{40}_{19}\mathrm{K} \longrightarrow {}^{40}_{20}\mathrm{Ca} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: radioactivité β^-.

COMPRENDRE
Un neutron du noyau se transforme en proton : Z augmente d'une unité, A ne change pas. C'est cohérent avec la position du potassium 40 au-dessus de la droite $N = Z$.

MÉTHODE
Poser une particule inconnue, puis écrire une égalité pour les nombres du haut (nucléons) et une pour ceux du bas (charges). Le couple trouvé identifie la particule, donc le type de radioactivité.

1.2.1 Le potassium 40 peut aussi se désintégrer en argon 40 en émettant une particule ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$. Quel est le type de radioactivité correspondant ?

La particule ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ porte une charge $+e$ et ne contient aucun nucléon : c'est un positon.

Radioactivité β^+ (émission d'un positon).

PIÈGE
Confondre ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ (positon, β^+) et ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ (électron, β^-) : tout se joue sur le signe du nombre de charge.

1.2.2 Déterminer l'énergie libérée lors de cette désintégration, en joules puis en mégaélectronvolts.

Données utiles $m(\mathrm{K}) = 6{,}636182 \times 10^{-26}$ kg ; $m(\mathrm{Ar}) = 6{,}635913 \times 10^{-26}$ kg ; $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ; $c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}6 \times 10^{-19}$ J

La masse des produits est inférieure à celle du noyau père ; la masse perdue est

$$|\Delta m| = m(\mathrm{K}) - m(\mathrm{Ar}) - m_e$$

$$|\Delta m| = (6{,}636182 - 6{,}635913) \times 10^{-26} - 9{,}1 \times 10^{-31}$$

$$|\Delta m| = 1{,}78 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

Énergie libérée : $E_{\text{lib}} = |\Delta m|\, c^2$

$$E_{\text{lib}} = 1{,}78 \times 10^{-30} \times (3{,}0 \times 10^{8})^2 = 1{,}6 \times 10^{-13} \text{ J}$$

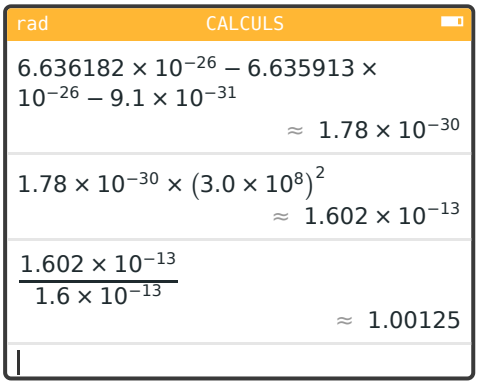
Comme $1 \text{ MeV} = 10^{6} \text{ eV} = 1{,}6 \times 10^{-13}$ J : $E_{\text{lib}} = \dfrac{1{,}6 \times 10^{-13}}{1{,}6 \times 10^{-13}} = 1{,}0$ MeV.

$E_{\text{lib}} = 1{,}6 \times 10^{-13} \text{ J} = 1{,}0 \text{ MeV}$

PIÈGE
Oublier la masse du positon : on trouverait $2{,}4 \times 10^{-13}$ J. Autre faute fréquente : arrondir les masses des noyaux, alors que la différence ne porte que sur leurs derniers chiffres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme m_e, c et l'électronvolt. La variation d'énergie du système est négative ($-1{,}6 \times 10^{-13}$ J) ; l'énergie « libérée », cédée à l'extérieur, se donne en valeur positive.

À LA CALCULATRICE



2.1 Choisir le ou les adjectifs relatifs à la désintégration d'un noyau radioactif donné : a) prévisible dans le temps ; b) spontanée ; c) aléatoire.

La désintégration se produit sans intervention extérieure, et il est impossible de prévoir l'instant où un noyau donné se désintégrera.

Réponses b) spontanée et c) aléatoire.

COMPRENDRE
Seul le comportement d'un très grand nombre de noyaux est prévisible : c'est ce que traduit la loi de décroissance. Pour un noyau isolé, on ne connaît qu'une probabilité de désintégration par unité de temps.

2.2.1 Donner l'expression de la loi de décroissance radioactive du nombre de noyaux N au cours du temps et rappeler l'unité SI de la constante radioactive λ.

En prenant $t_0 = 0$ comme origine des dates :

$N(t) = N_0\, \mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec λ en s^{-1}.

COMPRENDRE
L'exposant λt doit être sans unité : avec t en secondes, λ est l'inverse d'un temps.

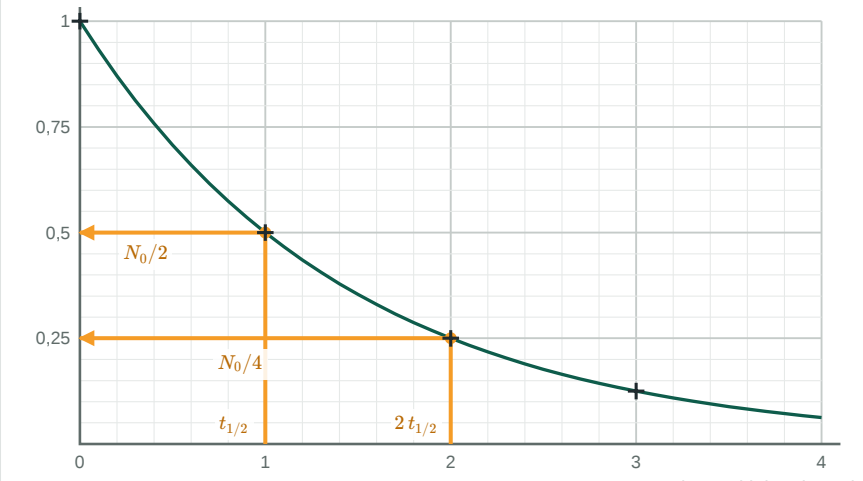
2.2.2 Tracer l'allure de la courbe représentant N en fonction du temps et placer au moins deux points remarquables.

La courbe est une exponentielle décroissante, qui part de N_0 à $t = 0$ et tend vers 0.

À chaque demi-vie $t_{1/2}$ écoulée, N est divisé par deux :

Points remarquables : $(0\ ;\ N_0)$, $\left(t_{1/2}\ ;\ \dfrac{N_0}{2}\right)$, $\left(2\,t_{1/2}\ ;\ \dfrac{N_0}{4}\right)$, $\left(3\,t_{1/2}\ ;\ \dfrac{N_0}{8}\right)$.

PIÈGE
Tracer une droite, ou faire toucher l'axe des temps à la courbe : N s'approche de zéro sans l'atteindre.



2.2.2 · Allure de $N(t)$ et points remarquables

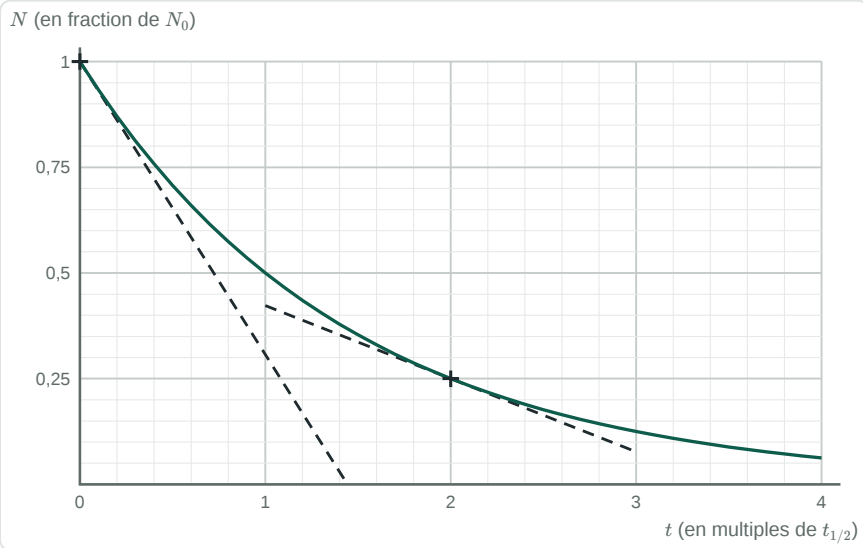
2.2.3 À quel instant la décroissance radioactive est-elle la plus rapide ? Justifier à partir du graphique tracé.

La rapidité de la décroissance à un instant se lit sur la pente de la tangente à la courbe en ce point : c'est la valeur de $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$, négative.

La tangente est la plus inclinée à l'origine des dates, puis elle se rapproche de l'horizontale quand t augmente.

La décroissance est la plus rapide à l'instant initial $t = 0$.

COMPRENDRE
En dérivant la loi, $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda N$: le nombre de désintégrations par seconde est proportionnel au nombre de noyaux restants, donc maximal quand $N = N_0$.



2.2.3 · Tangentes à la courbe : la plus inclinée est celle de l'origine des dates

2.3 Déterminer, à l'aide du texte, la durée au bout de laquelle les trois quarts des noyaux d'uranium 238 présents aujourd'hui auront disparu.

Données utiles texte : la quantité d'uranium 238 diminue de moitié tous les 4,5 milliards d'années

Le texte donne la demi-vie de l'uranium 238 : $t_{1/2} = 4{,}5$ milliards d'années.

Si les trois quarts des noyaux ont disparu, il en reste un quart : $N = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2}$.

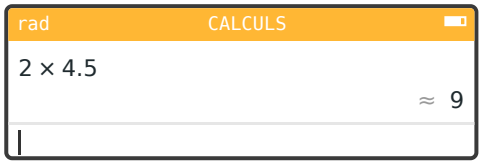
Le nombre de noyaux a été divisé deux fois par deux, ce qui demande deux demi-vies : $\Delta t = 2\,t_{1/2} = 2 \times 4{,}5$.

$\Delta t = 9{,}0$ milliards d'années.

PIÈGE

Répondre $\frac{3}{4} \times 4{,}5$ ou $1{,}5 \times 4{,}5$ milliards d'années : la décroissance n'est pas proportionnelle au temps. Il faut raisonner sur les noyaux restants.

À LA CALCULATRICE



2.4 Choisir la proposition correcte, en justifiant par une courte phrase issue du texte : la croissance des continents explique a) l'augmentation du nombre de noyaux radioactifs dans le manteau ; b) une diminution plus rapide de ce nombre ; c) la décroissance radioactive de l'uranium dans le manteau.

D'après le texte, le matériel continental a intégré, pendant sa formation, de plus en plus d'uranium, de thorium et de potassium, « appauvrissant ainsi le manteau en noyaux radioactifs ».

Ces noyaux quittent donc le manteau pour la croûte : cette perte s'ajoute à la décroissance radioactive.

Proposition b) : une diminution plus rapide du nombre de noyaux radioactifs dans le manteau.

COMPRENDRE

La proposition c) est fausse : la désintégration est spontanée, aucun phénomène géologique ne la provoque ni ne modifie sa constante λ.