## EXERCICE II. LANCEMENT D'UN SATELLITE MÉTÉOROLOGIQUE (5,5 points)
## Calculatrice interdite

*Le centre spatial de Kourou a lancé le 21 décembre 2005, avec une fusée Ariane 5, un satellite de météorologie de seconde génération baptisé MSG-2. Tout comme ses prédécesseurs, il est placé sur une orbite géostationnaire à 36000 km d'altitude. Opérationnel depuis juillet 2006, il porte maintenant le nom de Météosat 9.*
*Les satellites de seconde génération sont actuellement les plus performants au monde dans le domaine de l'imagerie météorologique. Ils assureront jusqu'en 2018 la fourniture de données météorologiques, climatiques et environnementales.*

*D'après plusieurs sites Internet.*

*L'objectif de cet exercice est d'étudier plusieurs étapes de la mise en orbite de ce satellite.*
***Les parties 1, 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes.***
*Certaines aides au calcul peuvent comporter des résultats ne correspondant pas au calcul à effectuer.*

### Partie 1. Décollage de la fusée Ariane 5

*Pour ce lancement, la fusée Ariane 5 a une masse totale M. Sa propulsion est assurée par un ensemble de dispositifs fournissant une force de poussée verticale constante $\vec{F}$. Tout au long du décollage, on admet que la valeur du champ de pesanteur g est également constante. On étudie le mouvement du système { fusée } dans le référentiel terrestre supposé galiléen et on choisit un repère $(O, \vec{j})$ dans lequel $\vec{j}$ est un vecteur unitaire vertical dirigé vers le haut et porté par l'axe Oy.*
*À l'instant $t_0 = 0$ s, Ariane 5 est immobile et son centre d'inertie G est confondu avec l'origine O.*
*On utilise les notations :*

*a valeur de l'accélération du centre d'inertie de la fusée, avec $\vec{a} = a_y \vec{j} = a \vec{j}$*

*v valeur de la vitesse de son centre d'inertie, avec $\vec{v} = v_y \vec{j} = v \vec{j}$*

*y valeur de la position de son centre d'inertie, avec $\overrightarrow{OG} = y \vec{j}$*

*Données :*
*Masse totale de la fusée $M = 7{,}3 \times 10^5$ kg*
*Force de poussée $F = 1{,}16 \times 10^7$ N*
*Intensité de pesanteur $g = 10$ m.s$^{-2}$*

1.1. Cas idéal

*Dans ce cas, on supposera que seuls le poids $\vec{P}$ et la force de poussée $\vec{F}$ agissent sur la fusée. Pendant la durée de fonctionnement, on admettra que la masse de la fusée reste constante.*

1.1.1. Sans faire de calcul, représenter ces forces sur un schéma pendant le décollage.

1.1.2. En appliquant une loi de Newton au système { fusée }, trouver l'expression littérale de la valeur *a* de l'accélération dès que la fusée a quitté le sol.

1.1.3. Calculer la valeur de cette accélération *a*.

1.1.4. *Pendant le lancement, on suppose que la valeur de l'accélération reste constante.*
Déterminer l'équation horaire de la valeur *v(t)* de la vitesse.

1.1.5. En déduire l'équation horaire de la valeur *y(t)* de la position.

1.1.6. *La trajectoire ascensionnelle de la fusée reste verticale jusqu'à la date $t_1 = 6{,}0$ s.*
Quelle distance la fusée a-t-elle parcourue depuis son décollage ?

| ***Aide au calcul*** | |
|---|---|
| $1{,}16 \times 7{,}3 \approx 8{,}5$ | |
| $\frac{1{,}16}{7{,}3} \approx 1{,}6 \times 10^{-1}$ | $\frac{7{,}3}{1{,}16} \approx 6{,}3$ |

1.2. Cas réel

*Au cours de ce lancement, Ariane 5 a en fait parcouru un peu moins de 90 m pendant les 6 premières secondes.*

Citer un phénomène permettant d'interpréter cette donnée.

*Dans la suite de l'exercice, on suppose que la Terre est une sphère de centre T, de masse $M_T$ , de rayon $R_T$ et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique. On assimile par ailleurs le satellite à son centre d'inertie S. L'étude de son mouvement se fait dans un référentiel géocentrique supposé galiléen.*

*Données :*
*Masse de la Terre : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg*
*Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}4 \times 10^{3}$ km*
*Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $kg^{-1} . m^3 . s^{-2}$*

**Partie 2. Mise en orbite basse du satellite**

*La mise en orbite complète du satellite MSG-2 de masse $m = 2{,}0 \times 10^{3}$ kg s'accomplit en deux étapes. Dans un premier temps, il est placé sur une orbite circulaire à vitesse constante $v_S$ à basse altitude $h = 6{,}0 \times 10^{2}$ km autour de la Terre et il n'est soumis qu'à la force gravitationnelle exercée par la Terre.*

*On choisit un repère ( S, $\vec{t}$ , $\vec{n}$ ) dans lequel $\vec{t}$ est un vecteur unitaire tangent à la trajectoire dans le sens du mouvement et $\vec{n}$ un vecteur unitaire perpendiculaire à la trajectoire orienté vers le centre de la Terre.*

2.1. Donner l'expression vectorielle de la force gravitationnelle $\overrightarrow{F_{T/S}}$ exercée par la Terre sur le satellite en fonction des données.

2.2. En appliquant une loi de Newton, trouver l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a_S}$ du centre d'inertie du satellite.

2.3. Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma, à un instant de date *t* quelconque, la Terre, le satellite, le repère ( S, $\vec{t}$ , $\vec{n}$ ) ainsi que le vecteur accélération $\vec{a}_S$ .

2.4. Déterminer l'expression de la vitesse $v_S$ du centre d'inertie du satellite. Vérifier que sa valeur est de l'ordre de $7{,}6 \times 10^{3}$ $m.s^{-1}$ sur son orbite basse.

| ***Aide au calcul*** | | | |
|---|---|---|---|
| $1{,}24 \times 6{,}1 \approx 7{,}6$ | $6{,}67 \times 6{,}0 \approx 4{,}0 \times 10^{1}$ | $\sqrt{\frac{6{,}0}{4{,}0}} \approx 1{,}2$ | $\sqrt{\frac{4{,}0}{7{,}0}} \approx 7{,}6 \times 10^{-1}$ |

2.5. *On note T le temps mis par le satellite pour faire un tour autour de la Terre.*

Comment appelle t-on cette grandeur ? Montrer qu'elle vérifie la relation $T^2 = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{G.M_T}$ .

**Partie 3. Transfert du satellite en orbite géostationnaire**

*Une fois le satellite MSG-2 placé sur son orbite circulaire basse, on le fait passer sur une orbite géostationnaire à l'altitude $h' = 3{,}6 \times 10^{4}$ km. Ce transit s'opère sur une orbite de transfert qui est elliptique. Le schéma de principe est représenté sur la figure 6 page 7.*

*Le périgée P est sur l'orbite circulaire basse et l'apogée A est sur l'orbite définitive géostationnaire.*
*À un moment convenu, lorsque le satellite est au point P de son orbite circulaire basse, on augmente sa vitesse de façon bien précise : il décrit ainsi une orbite elliptique de transfert afin que l'apogée A de l'ellipse soit sur l'orbite géostationnaire définitive. On utilise pour cela un petit réacteur qui émet en P, pendant un très court instant, un jet de gaz donnant au satellite l'impulsion nécessaire.*

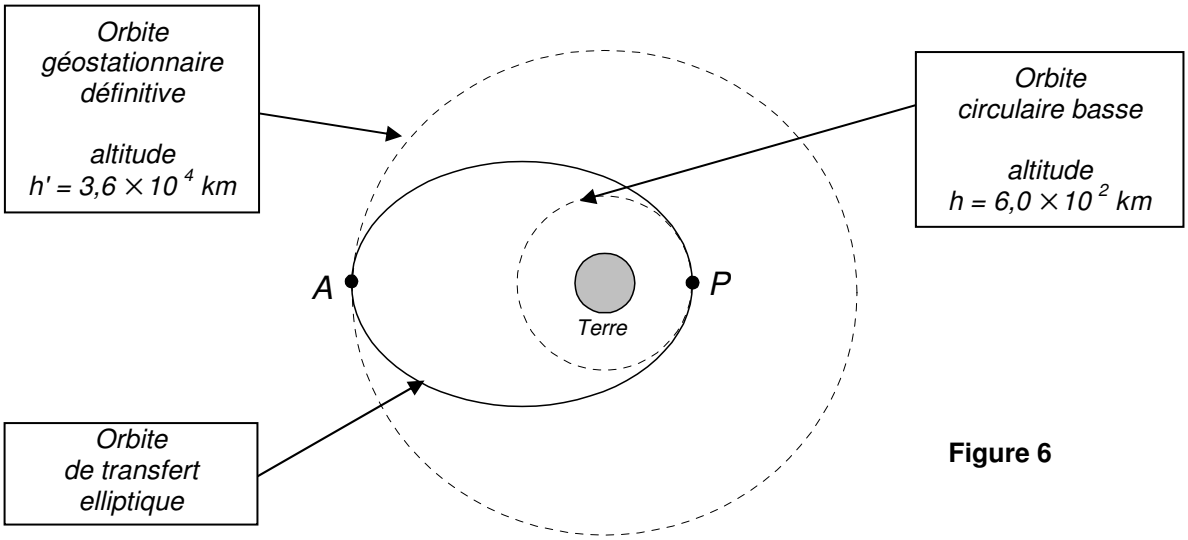



**Figure 6**

3.1. Énoncer la deuxième loi de Kepler, ou "loi des aires".

3.2. Montrer, en s'aidant éventuellement d'un schéma, que la vitesse du satellite MSG-2 n'est pas constante sur son orbite de transfert. Préciser en quels points de son orbite de transfert sa vitesse est :

- maximale ;
- minimale.

3.3. Exprimer la distance $AP$ en fonction de $R_T$, $h$ et $h'$. Montrer que $AP = 4{,}9 \times 10^7$ m.

3.4. *Dans le cas de cette orbite elliptique, la durée de révolution pour faire un tour complet de l'orbite vaut T ' = 10h 42min.*

Déterminer la durée minimale $\Delta t$ du transfert du satellite MSG-2 du point P de son orbite basse au point A de son orbite géostationnaire définitive.

3.5. *Le satellite étant arrivé au point A, on augmente à nouveau sa vitesse pour qu'il décrive ensuite son orbite géostationnaire définitive. Le lancement complet du satellite est alors achevé et le processus permettant de le rendre opérationnel peut débuter.*

Expliquer pourquoi il est judicieux de lancer les satellites géostationnaires d'un lieu proche de l'équateur comme Kourou en Guyane.