Piles et appareils nomades

Bac S 2008 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Écrire la demi-équation électronique qui correspond à l'oxydation du dihydrogène.

Données utiles couple $\mathrm{H^+(aq)/H_2(g)}$

Une oxydation est une perte d'électrons : le réducteur $\mathrm{H_2}$ est transformé en son oxydant conjugué $\mathrm{H^+}$.

$$\mathrm{H_2\,(g) = 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-}$$

PIÈGE
Pour une oxydation, les électrons figurent du côté des produits. Vérifier ensuite les charges : zéro à gauche, $2 - 2 = 0$ à droite.

1.2 Préciser le sens de circulation du courant électrique dans le circuit extérieur.

L'oxydation de $\mathrm{H_2}$ libère des électrons à l'électrode 1. Ils rejoignent l'électrode 2 par le circuit extérieur, où ils sont consommés avec $\mathrm{H^+}$ et $\mathrm{O_2}$.

Le sens conventionnel du courant est opposé à celui du déplacement des électrons.

Dans le circuit extérieur, le courant circule de l'électrode 2 vers l'électrode 1.

COMPRENDRE
L'électrode 1, siège de l'oxydation, est l'anode et le pôle négatif de la pile. L'électrode 2, siège de la réduction, est la cathode et le pôle positif : le courant sort de la pile par elle.

1.3 Expliquer pourquoi le dihydrogène est le réactif limitant de la réaction $\mathrm{O_2\,(g) + 2\,H_2\,(g) = 2\,H_2O\,(l)}$.

Le dioxygène est prélevé dans l'air ambiant, qui en fournit sans limite : il est toujours en excès. Le dihydrogène provient au contraire d'un réservoir, qui en contient une quantité finie.

Le dihydrogène s'épuise en premier : c'est le réactif limitant.

1.4 En exploitant la demi-équation de la question 1.1, exprimer la quantité d'électrons échangés $n(\mathrm{e^-})$ en fonction de $n_i(\mathrm{H_2})$.

D'après $\mathrm{H_2 = 2\,H^+ + 2\,e^-}$, chaque mole de dihydrogène oxydée libère deux moles d'électrons. Lorsque tout le dihydrogène est consommé :

$$n(\mathrm{e^-}) = 2\,n_i(\mathrm{H_2})$$

1.5 Déterminer l'expression littérale de $n_i(\mathrm{H_2})$ en fonction de l'intensité I, de la durée Δt, de la constante d'Avogadro N_A et de la charge élémentaire e.

Données utiles $n(\mathrm{e^-}) = 2\,n_i(\mathrm{H_2})$ (1.4)

Charge électrique débitée pendant la durée Δt : $Q = I\,\Delta t$.

Cette charge est portée par $n(\mathrm{e^-})$ moles d'électrons, soit $n(\mathrm{e^-})\,N_A$ électrons de charge e en valeur absolue : $Q = n(\mathrm{e^-})\,N_A\,e$.

Donc $I\,\Delta t = 2\,n_i(\mathrm{H_2})\,N_A\,e$, d'où :

$$n_i(\mathrm{H_2}) = \frac{I\,\Delta t}{2\,N_A\,e}$$

PIÈGE
Dans la formule, Δt s'exprime en secondes : $200\ \mathrm{h}$ devront être convertis en $7{,}2 \times 10^5\ \mathrm{s}$.

MÉTHODE
Pour toute pile ou électrolyse : écrire la charge de deux façons, $Q = I\,\Delta t$ et $Q = n(\mathrm{e^-})\,N_A\,e$, puis relier $n(\mathrm{e^-})$ au réactif grâce à la demi-équation.

1.6.1 Calculer le volume $V(\mathrm{H_2})$ du réservoir de stockage nécessaire dans les conditions usuelles de température et de pression.

Données utiles $n_i(\mathrm{H_2}) = 7{,}5 \times 10^2$ mol ; $V_m = 24$ L · mol^{-1}

Pour un gaz : $n_i(\mathrm{H_2}) = \dfrac{V(\mathrm{H_2})}{V_m}$, donc $V(\mathrm{H_2}) = n_i(\mathrm{H_2}) \times V_m$.

$$V(\mathrm{H_2}) = 7{,}5 \times 10^2 \times 24 = 7{,}5 \times 2{,}4 \times 10^3 = 1{,}8 \times 10^1 \times 10^3$$

$V(\mathrm{H_2}) = 1{,}8 \times 10^4$ L, soit 18 m^3

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les deux données. Sans calculatrice, on isole $2{,}4 \times 7{,}5$ pour utiliser l'aide au calcul, puis on regroupe les puissances de dix.

1.6.2 Au regard de ce résultat, quel inconvénient peut présenter l'utilisation de la pile à hydrogène dans les conditions usuelles de pression et de température ?

Données utiles $V(\mathrm{H_2}) = 1{,}8 \times 10^4$ L (1.6.1)

Un réservoir de 18 m^3 est bien trop encombrant pour accompagner un appareil que l'on transporte.

Inconvénient : à pression et température usuelles, le stockage du dihydrogène demande un volume beaucoup trop grand.

COMPRENDRE
C'est pourquoi le dihydrogène est stocké comprimé sous forte pression : la même quantité de gaz occupe alors un volume bien plus faible.

2.1 Quel est le type de transformation radioactive du nickel 63 évoqué dans le texte ?

Le texte indique que le nickel 63 émet des électrons.

Il s'agit d'une radioactivité β^-.

2.2 Compléter l'équation de désintégration du nickel 63 en précisant la nature (symbole, nombre de nucléons et nombre de charges) du noyau formé.

Données utiles extrait de la classification : ${}_{27}\mathrm{Co}$, ${}_{28}\mathrm{Ni}$, ${}_{29}\mathrm{Cu}$

Conservation du nombre de nucléons : $63 = A + 0$, donc $A = 63$.

Conservation du nombre de charges : $28 = Z - 1$, donc $Z = 29$: l'élément est le cuivre.

${}^{63}_{28}\mathrm{Ni} \longrightarrow {}^{63}_{29}\mathrm{Cu} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}^-$: le noyau formé est le cuivre 63 (63 nucléons, 29 protons).

PIÈGE
L'électron porte le nombre de charges -1 : on obtient $Z = 28 + 1 = 29$ et non 27. Le noyau fils est le cuivre, pas le cobalt.

2.3.1 Rappeler la loi de décroissance radioactive $N(t)$ en fonction de N_0 et λ.

$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$

2.3.2 Donner la définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'une source radioactive.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se sont désintégrés.

2.3.3 Montrer que $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

Par définition : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$. Avec la loi de décroissance :
$N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme népérien : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

MÉTHODE
Pour extraire une inconnue placée en exposant : isoler l'exponentielle, puis appliquer $\ln$ aux deux membres. Se rappeler que $\ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

2.3.4 Calculer $t_{1/2}$.

Données utiles $\lambda = 6{,}9 \times 10^{-3}\ \text{an}^{-1}$; $\ln 2 \approx 6{,}9 \times 10^{-1}$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{6{,}9 \times 10^{-1}}{6{,}9 \times 10^{-3}} = 10^{-1-(-3)}\ \text{ans}$$

$$t_{1/2} = 1{,}0 \times 10^{2}\ \text{ans}$$

PIÈGE
λ est en an^{-1} : le résultat sort directement en années. Aucune conversion en secondes n'est utile ici.

2.3.5 Ce résultat est-il en accord avec la durée de fonctionnement de la pile indiquée dans le document ?

Données utiles $t_{1/2} = 1{,}0 \times 10^{2}$ ans (2.3.4) ; document : fonctionnement pendant plusieurs dizaines d'années

Plusieurs dizaines d'années représentent une durée inférieure à la demi-vie de 100 ans. Pendant ce temps, plus de la moitié des noyaux de nickel 63 sont encore présents : la source continue d'émettre des électrons et la pile fonctionne.

Oui : une demi-vie de 100 ans est en accord avec un fonctionnement de plusieurs dizaines d'années.

3.1 Donner la relation qui lie l'intensité $i(t)$ à la charge $q(t)$ de l'armature du condensateur notée sur la figure 3, puis à la tension $u_C(t)$.

Le courant i arrive sur l'armature qui porte la charge q : $i(t) = \dfrac{\mathrm{d}q(t)}{\mathrm{d}t}$.

La flèche de u_C pointe vers cette armature : $q(t) = C\,u_C(t)$. Comme C est constante :

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Ces relations sans signe « $-$ » ne valent qu'avec l'orientation de la figure 3 : i entrant par l'armature de charge q, flèche de u_C pointant vers elle.

3.2 Déterminer, en justifiant, l'équation différentielle qui régit l'évolution de $u_C(t)$ au cours de la charge du condensateur.

Données utiles $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (3.1)

On note u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique, fléchée en sens opposé à i.

Loi d'additivité des tensions : $E = u_R + u_C$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

$$RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E, \text{ soit } \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

MÉTHODE
Toujours trois étapes : loi des mailles, loi d'Ohm, puis remplacement de i par $C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. L'équation finale ne contient plus que u_C et des constantes.

3.3 Déterminer, en justifiant, l'équation différentielle qui régit l'évolution de $u_C(t)$ au cours de la décharge du condensateur dans le conducteur ohmique de résistance R_B.

Données utiles $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (3.1), orientation de la figure 4 identique à celle de la figure 3

Le circuit de la figure 4 ne contient plus de générateur. Loi d'additivité des tensions : $u_{R_B} + u_C = 0$.

Loi d'Ohm : $u_{R_B} = R_B\, i = R_B\, C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

$$R_B\, C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0, \text{ soit } \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{u_C}{R_B\, C} = 0$$

COMPRENDRE
Même équation que pour la charge, avec E remplacé par 0 et R par R_B. Pendant la décharge, u_C diminue : $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ est négatif, le courant réel circule en sens inverse de la flèche.

3.4 Sachant que les durées de charge et de décharge sont proportionnelles aux constantes de temps du circuit, expliquer, sans calcul, pourquoi T_1 est supérieure à T_2.

La charge se fait à travers R_A et R_B en série : constante de temps $\tau_1 = (R_A + R_B)\, C$.

La décharge se fait à travers R_B seul : constante de temps $\tau_2 = R_B\, C$.

Comme $R_A + R_B > R_B$, on a $\tau_1 > \tau_2$. Les durées étant proportionnelles aux constantes de temps :

$T_1 > T_2$: la charge dure plus longtemps que la décharge.

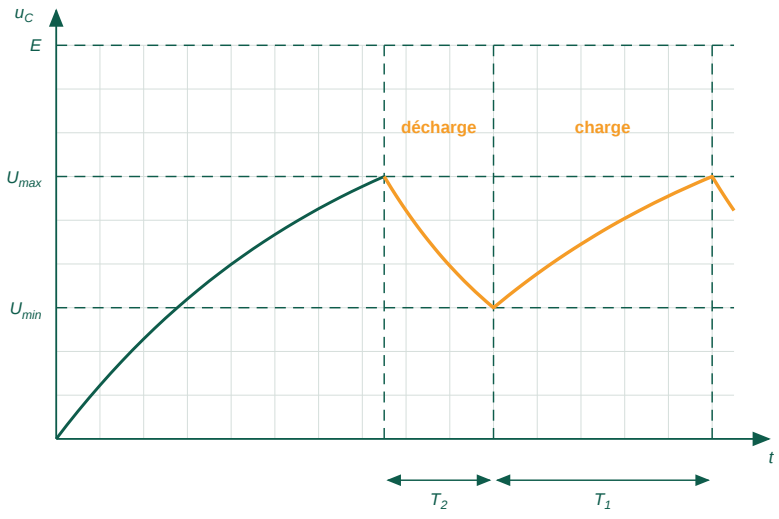
COMPRENDRE
Avec $R_A + R_B = 66\ \mathrm{k\Omega}$ et $R_B = 33\ \mathrm{k\Omega}$, la constante de temps de charge est double : $T_1 = 2\,T_2$, ce que respectent les durées repérées sur l'annexe.

3.5 Compléter, sur la figure 5 de l'annexe, l'allure de l'évolution de $u_C(t)$ lors des différentes phases de charge et de décharge.

- Pendant T_2 : décharge. u_C décroît de U_{max} à U_{min} suivant un arc d'exponentielle qui tend vers 0, de moins en moins pentu.
- Pendant T_1 : charge. u_C croît de U_{min} à U_{max} suivant un arc d'exponentielle qui tend vers E, de moins en moins pentu.
- Ensuite, le cycle recommence à l'identique.

u_C oscille entre U_{min} et U_{max} : décharge rapide (durée T_2), puis charge deux fois plus longue (durée T_1).

PIÈGE
Ne pas tracer de segments de droite, ni faire redescendre u_C jusqu'à 0 ou remonter jusqu'à E : la tension reste entre U_{min} et U_{max} et la courbe est continue aux changements de phase.



3.5 · Figure 5 de l'annexe complétée : en orange, le tracé de l'élève