Liban 2008 - Exercice I : Découverte d'une exo-planète habitable (5,5 points)

Une planète "de type terrestre habitable", capable d'abriter une vie extra-terrestre, a été détectée pour la première fois hors de notre système solaire par une équipe d'astronomes européens, dont plusieurs Genevois.

Cette exo-planète, nommée Gliese c, qui orbite autour de l'étoile Gliese 581 à 20,5 années-lumière est la première et la plus légère des quelque 200 connues à ce jour à "posséder à la fois une surface solide ou liquide et une température proche de celle de la Terre", selon ses découvreurs.

La température moyenne de cette "super Terre est comprise entre 0 et 40 degrés Celsius, ce qui autorise la présence d'eau liquide à sa surface", selon le principal auteur de l'étude, Stéphane Udry (Genève).

Source :
Dépêche AFP/cab d'après communiqué de presse du CNRS Avril 2007

Dans tout l'exercice, l'étoile Gliese 581 est notée E et son exo-planète Gliese c est notée C.

Données complémentaires :

- *Caractéristiques de la planète C :*
  - *Valeur du champ de gravitation à la surface :* $g_0 = 22\ N.kg^{-1}$
  - *Masse estimée :* $M_C = 3{,}0.\ 10^{25}\ kg$
  - *Rayon estimé :* $R_C = 9{,}6\ .10^{6}\ m.$
- *Unité astronomique :* $1\ U.A. = 1{,}50.10^{11}\ m.$
- *Constante de Planck :* $h = 6{,}626.10^{-34}\ J.s.$
- *Célérité de la lumière :* $c = 3{,}00.10^{8}\ m.\ s^{-1}.$
- $1eV = 1{,}6.10^{-19} J.$

La résolution de cet exercice se fait sans utiliser la valeur numérique de la constante de gravitation universelle G.

Première partie : cette étude se fera dans un référentiel, considéré comme galiléen, lié au centre de la planète C.

1. Étude de la gravitation à la surface de la planète C.

   1.1. Représenter sur un schéma la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par la planète C de masse M_C et de rayon R_C sur un objet A de masse m situé à l'altitude h.

   1.2. Donner l'expression de la valeur de cette force en fonction de M_C, m, R_C, h et de la constante de gravitation universelle G.

   1.3. La valeur g du champ de gravitation est définie par la relation : $g = \frac{F}{m}$.

   En déduire l'expression de la valeur g_0 du champ de gravitation à la surface de la planète C en fonction de M_C, R_C et de la constante de gravitation universelle G.

2. Vitesse d'un satellite de la planète C

2.1. Déterminer l'expression de la valeur V_1 de la vitesse de l'objet A de masse m satellisé sur une orbite circulaire à l'attitude h.

2.2. Montrer que si h est négligeable devant R_C, $V_1 = \sqrt{\frac{GM_C}{R_C}}$.

3. *On appelle vitesse de libération la valeur minimale de la vitesse que doit posséder un objet A situé à la surface d'une planète pour quitter le champ de gravitation de celle-ci. Pour la planète C, cette vitesse V_2 a pour expression* $V_2 = \sqrt{\frac{2GM_C}{R_C}}$.

Pour une autre planète de masse M donnée, la vitesse de libération V_2 augmente-t-elle ou diminue-t-elle avec le rayon de la planète ? Justifier la réponse.

4. *Cette vitesse de libération V_2 est en relation directe avec l'existence d'une atmosphère à la surface d'une planète : à une température donnée, si la vitesse de libération est trop faible, les molécules de gaz s'échappent facilement et l'existence d'une atmosphère à la surface de la planète est impossible.*

4.1. Montrer que la vitesse V_2 peut aussi s'écrire $V_2 = \sqrt{2g_0R_C}$.

4.2. Calculer la vitesse de libération pour la planète C, et la comparer à la vitesse de libération pour la Terre qui est de 11,2 $km.s^{-1}$.

4.3. Si l'on suppose que la planète C et la Terre sont soumises à des conditions de température très voisines, l'existence d'une atmosphère sur la planète C est-elle possible ?

Deuxième partie : cette étude se fera dans un référentiel, considéré comme galiléen, lié au centre de l'étoile E.

L'étoile E possède trois planètes actuellement identifiées : Gliese b notée B, Gliese c notée C et Gliese d notée D.
On considère que ces trois planètes se déplacent sur des orbites pratiquement circulaires.
Le tableau ci-dessous regroupe quelques caractéristiques de ces planètes.

	B	C	D
Période (jours)	$T_b = 5,366$	$T_c = 12,93$	$T_d = 84,4$
Rayon trajectoire (U.A.)	r_b = ?	$r_c = 7,27.10^{-2}$	$r_d = 2,54.10^{-1}$

1. *La vitesse V d'une planète en mouvement circulaire uniforme autour de son étoile est donnée par la relation* $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ *, r désignant le rayon de la trajectoire.*
   Donner la signification de la lettre M intervenant dans cette relation.

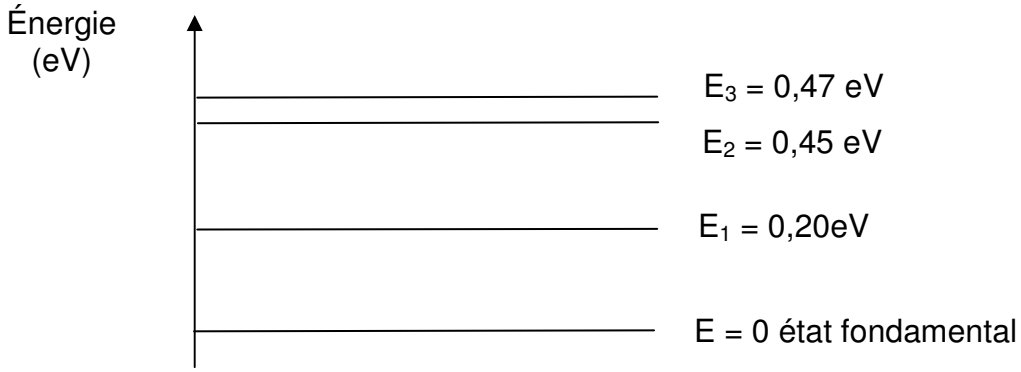
2. Rayon de la trajectoire de la planète B
   2.1. Énoncer la troisième loi de Kepler, relative à la période de révolution de la planète autour de son étoile.

   2.2. Calculer la valeur de la constante de proportionnalité intervenant dans cette loi en utilisant les données du tableau précédent. *On utilisera le jour pour unité de temps et l'unité astronomique pour unité de distance.*

   2.3. Calculer, en unité astronomique, le rayon de la trajectoire de la planète B.

Troisième partie : Détection de l'eau dans l'atmosphère des planètes.

L'énergie de vibration des molécules est quantifiée.
Pour les molécules d'eau, en prenant pour référence l'énergie de la molécule au repos, on obtient les niveaux d'énergie de vibration représentés sur la figure ci-dessous.



Niveaux d'énergie de vibration de la molécule d'eau

Le spectre d'une lumière ayant traversé des régions contenant de la vapeur d'eau présente des absorptions pour certaines longueurs d'onde caractéristiques.

1. Que signifie l'expression : « l'énergie des molécules est quantifiée » ?

2. *Les longueurs d'onde des radiations absorbées sont supérieures au micromètre.*
Ces radiations absorbées appartiennent-elles au domaine du visible ? Justifier.

3. Calculer la longueur d'onde de la radiation absorbée par une molécule d'eau passant de l'état fondamental à l'état E_1.