Spécialité : étude d'un piano

Bac S 2008 Liban (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

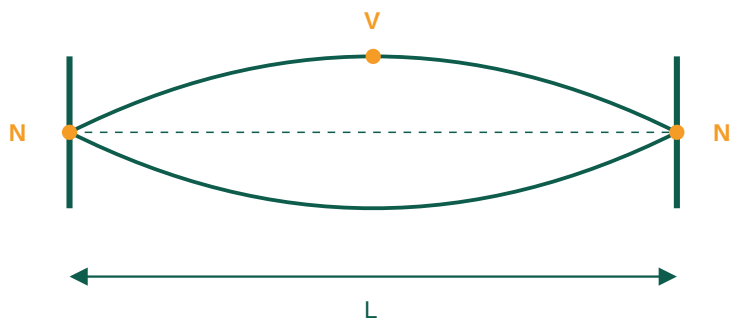
1 Schématiser une corde de longueur L, fixée à ses deux extrémités, vibrant dans le mode fondamental ; placer les nœuds et les ventres de vibration.

Dans le mode fondamental, la corde forme un seul fuseau.

Les deux extrémités, fixes, sont des nœuds de vibration (N) ; le milieu de la corde, où l'amplitude est maximale, est un ventre de vibration (V).

Un seul fuseau : deux nœuds aux extrémités, un ventre au milieu (voir schéma).

PIÈGE
Dessiner une sinusoïde complète : cela correspond au mode 2 (deux fuseaux). Le fondamental n'a qu'un fuseau, avec ses deux positions extrêmes tracées de part et d'autre de la position de repos.



1 · Corde vibrant dans le mode fondamental : un seul fuseau

2 Donner la relation entre L et la longueur d'onde λ pour le mode fondamental, puis en déduire l'expression de la fréquence fondamentale f_1 en fonction de la célérité et de L.

Un fuseau a pour longueur une demi-longueur d'onde. Le fondamental ne comporte qu'un fuseau, donc :

$$L = \frac{\lambda}{2} \quad \text{soit} \quad \lambda = 2L$$

Or la longueur d'onde, la célérité et la fréquence sont liées par $\lambda = \frac{V}{f_1}$, d'où $2L = \frac{V}{f_1}$.

$L = \frac{\lambda}{2}$ et $f_1 = \frac{V}{2L}$

MÉTHODE
Pour le mode de rang n, la corde contient n fuseaux : $L = n\,\frac{\lambda}{2}$, d'où $f_n = n\,\frac{V}{2L} = n\,f_1$. Cette relation resservira à la question 3.3.1.

3.1 À quelle caractéristique d'un son est associée la fréquence d'une note ?

La fréquence d'une note est associée à la **hauteur** du son : plus la fréquence est élevée, plus le son est aigu.

COMPRENDRE
Hauteur, timbre et harmoniques relevaient de l'enseignement de spécialité de l'ancien Bac S. Ces notions ne figurent plus au programme actuel de la spécialité physique-chimie de Terminale.

3.2 Quelle est la fréquence associée au mode fondamental de vibration de la corde ?

Données utiles son complexe du la_3 : 440 Hz

La fréquence d'un son complexe est celle de son fondamental, c'est-à-dire celle du mode fondamental de vibration de la corde.

$f_1 = 440$ Hz

COMPRENDRE
Un son complexe est une somme de sons purs de fréquences f_1, $2f_1$, $3f_1$… Le signal obtenu se répète à la fréquence la plus basse, f_1 : c'est elle que l'oreille identifie comme la note.

3.3.1 Donner la fréquence de l'harmonique de rang 7.

Données utiles $f_1 = 440$ Hz (Q3.2)

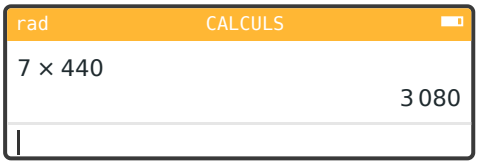
La fréquence de l'harmonique de rang n est un multiple entier de celle du fondamental : $f_n = n\,f_1$.

$f_7 = 7\,f_1 = 7 \times 440 = 3\,080$ Hz

$f_7 = 3{,}08 \times 10^3$ Hz

COMPRENDRE
Le rang 7 est un nombre exact : il ne limite pas la précision. Le résultat garde les trois chiffres significatifs de 440 Hz.

À LA CALCULATRICE



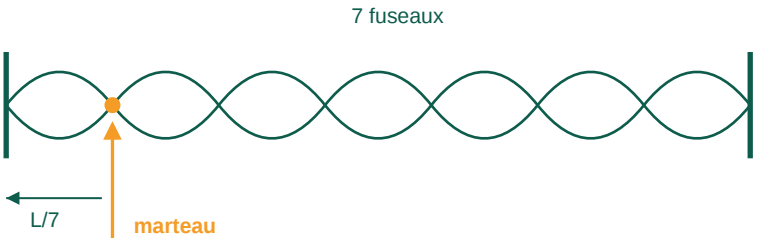
3.3.2 Pourquoi un marteau frappant au septième de la longueur de la corde élimine-t-il l'harmonique 7 du son émis ?

Dans le mode 7, la corde est partagée en sept fuseaux de même longueur $\frac{L}{7}$. Le point situé à $\frac{L}{7}$ d'une extrémité est donc un nœud de vibration de ce mode : il doit rester immobile.

Or le marteau met en mouvement le point qu'il frappe. Ce point ne peut pas être un nœud : le mode 7 n'est pas excité.

Le point frappé, à $\frac{L}{7}$, est un nœud du mode 7 : ce mode ne s'établit pas et l'harmonique 7 est absent du son.

COMPRENDRE
Un mode n'est excité que si la corde peut bouger là où on la frappe. Frapper au neuvième de la longueur élimine de la même façon l'harmonique 9.



3.3.2 · Mode 7 : le point d'impact du marteau, à L/7, est un nœud

3.3.3 Quelle caractéristique du son émis par l'instrument est modifiée par la suppression de l'harmonique 7 ?

Le fondamental garde la même fréquence : la hauteur du son n'est pas modifiée. En revanche, la composition du son en harmoniques change.

La suppression de l'harmonique 7 modifie le **timbre** du son.

PIÈGE
Répondre « la hauteur ». La hauteur ne dépend que de la fréquence du fondamental, ici toujours 440 Hz ; le timbre dépend du nombre et de l'amplitude des harmoniques.

4 À masse linéique et tension identiques, la corde de huit mètres correspondrait-elle à la note la plus grave ou à la plus aiguë ? Justifier.

La hauteur de la note est fixée par la fréquence du fondamental : $f_1 = \dfrac{V}{2L}$ (Q2), avec $V = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$.

Toutes les cordes ont ici la même tension F et la même masse linéique μ : la célérité V est la même pour toutes. La fréquence f_1 est alors inversement proportionnelle à la longueur L.

La corde la plus longue a donc la fréquence fondamentale la plus faible.

La corde de huit mètres correspondrait à la note la plus **grave**.

MÉTHODE
Pour justifier un sens de variation, écrire la relation littérale, dire ce qui reste constant (F et μ, donc V), puis conclure sur la grandeur qui varie.

5.1 Quelle caractéristique de la corde vibrante est modifiée par l'enroulement du fil de cuivre sur le fil d'acier ?

Le fil de cuivre ajoute de la masse sans changer la longueur de la corde : la masse par unité de longueur augmente.

L'enroulement modifie (augmente) la **masse linéique** μ de la corde.

COMPRENDRE
Quand μ augmente, $V = \sqrt{F/\mu}$ diminue, donc $f_1 = V/(2L)$ aussi : on obtient une note grave avec une corde courte, sans toucher à la tension.

5.2 Calculer la masse de la corde filée qui donne la note de fréquence f.

Données utiles $f = 27{,}5$ Hz ; $L = 0{,}50$ m ; $F = 400$ N

La note émise a la fréquence du fondamental : $f = \dfrac{V}{2L}$ (Q2), donc $V = 2Lf$.

Par ailleurs $V = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ et la masse linéique vaut $\mu = \dfrac{m}{L}$, d'où $V^2 = \dfrac{F\,L}{m}$.

En égalant : $4L^2f^2 = \dfrac{F\,L}{m}$, soit

$$m = \frac{F}{4\,L\,f^2}$$

$$m = \frac{400}{4 \times 0{,}50 \times 27{,}5^2} = 0{,}26 \text{ kg}$$

$m = 0{,}26$ kg

PIÈGE
Oublier d'élever au carré en éliminant la racine, ou s'arrêter à $\mu = 0{,}53\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$: la question demande la masse $m = \mu L$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $L = 0{,}50$ m, la donnée la moins précise. Unités : $\text{N}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2}) = \text{kg}$, le résultat est bien une masse.

À LA CALCULATRICE

