1932: Le radium à la mode...

Bac S 2008 Liban (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Donner la composition d'un noyau de radium 226, de symbole $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$.

Le numéro atomique est $Z = 88$: le noyau contient 88 protons.

Le nombre de nucléons est $A = 226$: il contient $A - Z = 226 - 88 = 138$ neutrons.

Noyau de radium 226 : **88 protons et 138 neutrons**.

PIÈGE
Prendre 226 pour le nombre de neutrons : c'est le nombre total de nucléons. Ne pas citer d'électrons non plus, la question porte sur le noyau seul.

1.2 Le radium 226 est radioactif α et conduit au radon Rn. Écrire l'équation de la désintégration et préciser les lois de conservation utilisées.

Une désintégration α émet un noyau d'hélium 4 : $^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

Conservation du nombre de nucléons : $226 = A + 4$, donc $A = 222$.

Conservation du nombre de charge : $88 = Z + 2$, donc $Z = 86$.

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

COMPRENDRE
Ces deux règles sont les lois de Soddy. Le noyau fils obtenu est le radon 222, celui dont l'activité est étudiée dans la deuxième partie.

2.1 Calculer la masse de radium 226 contenue initialement dans 100 g de crème. Citer la phrase du texte d'introduction illustrant ce résultat.

Données utiles $N_0 = 3{,}33 \times 10^{14}$ noyaux ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; $M = 226\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

La quantité de matière de radium est $n = \dfrac{N_0}{N_A}$ et la masse vaut $m = n\,M$, d'où :

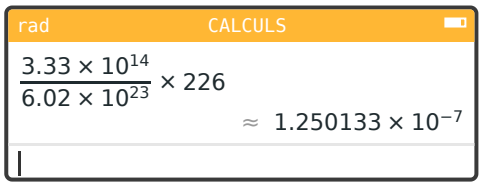
$$m = \frac{N_0}{N_A}\,M = \frac{3{,}33 \times 10^{14}}{6{,}02 \times 10^{23}} \times 226 = 1{,}25 \times 10^{-7}\ \mathrm{g}$$

Cette masse est infime devant les 100 g de crème. Phrase du texte : « Le Tho-Radia revendique haut et fort sa faible teneur en radium ».

$m = 1{,}25 \times 10^{-7}$ g, soit environ $0{,}1\ \mu$g de radium dans 100 g de crème.

COMPRENDRE
Les trois données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois. La masse d'un atome est assimilée à celle de son noyau, les électrons étant environ 2000 fois plus légers qu'un nucléon.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Donner l'expression de la loi de décroissance du nombre N de noyaux de radium 226 en fonction du temps.

$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec N_0 le nombre de noyaux à $t = 0$ et λ la constante radioactive.

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » dans l'exposant, ou ne pas dire ce que représentent N_0 et λ. Le produit λt est sans unité : t en secondes si λ est en $\mathrm{s^{-1}}$.

2.2.2 Calculer le pourcentage de noyaux restants à la date $t = 10$ ans. Pourquoi l'activité due au radium 226 ne varie-t-elle pratiquement pas pendant dix ans ?

Données utiles $\lambda = 1{,}35 \times 10^{-11}\ \text{s}^{-1}$; 1 an $= 365{,}25$ jours

D'après la loi de décroissance : $\dfrac{N}{N_0} = \text{e}^{-\lambda t}$.

Durée en secondes : $t = 10 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 3{,}16 \times 10^8$ s.

$$\frac{N}{N_0} = \text{e}^{-1{,}35\times10^{-11}\times3{,}16\times10^{8}} = 0{,}996$$

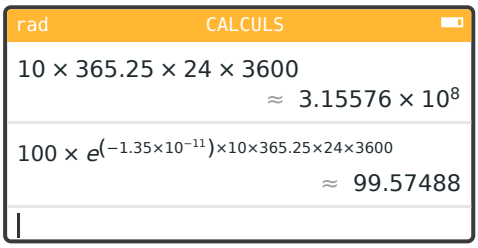
L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux présents : $A = \lambda N$. En dix ans, elle ne perd donc que $0{,}4\ \%$ de sa valeur : elle reste pratiquement constante.

Il reste $99{,}6\ \%$ des noyaux de radium au bout de 10 ans.

PIÈGE
Laisser t en années dans l'exponentielle alors que λ est en s^{-1} : on trouverait $100\ \%$ sans rien avoir montré.

COMPRENDRE
Arrondir à deux chiffres donnerait $1{,}0 \times 10^2\ \%$ et masquerait la légère baisse : on garde $99{,}6\ \%$, précision permise par λ.

À LA CALCULATRICE



2.3 Justifier la phrase du texte : « On a calculé qu'elle n'aurait diminué que de moitié au bout de seize siècles. »

Données utiles $\lambda = 1{,}35 \times 10^{-11}\ \text{s}^{-1}$

L'activité est divisée par deux au bout d'une durée égale au temps de demi-vie $t_{1/2}$:

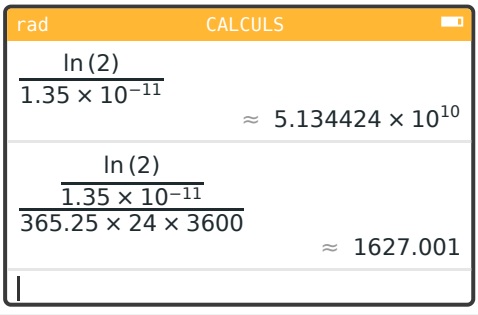
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1{,}35 \times 10^{-11}} = 5{,}13 \times 10^{10}\ \text{s}$$

En années : $t_{1/2} = \dfrac{5{,}13 \times 10^{10}}{365{,}25 \times 24 \times 3600} = 1{,}63 \times 10^3$ ans.

$t_{1/2} = 1{,}63 \times 10^3$ ans, soit environ 16 siècles : la phrase du texte est justifiée.

MÉTHODE
Autre voie : calculer $\text{e}^{-\lambda t}$ pour $t = 1600$ ans. On trouve $0{,}51$, soit environ la moitié des noyaux, donc la moitié de l'activité.

À LA CALCULATRICE



1 Déterminer graphiquement la constante de temps τ du radon 222. Préciser la méthode utilisée.

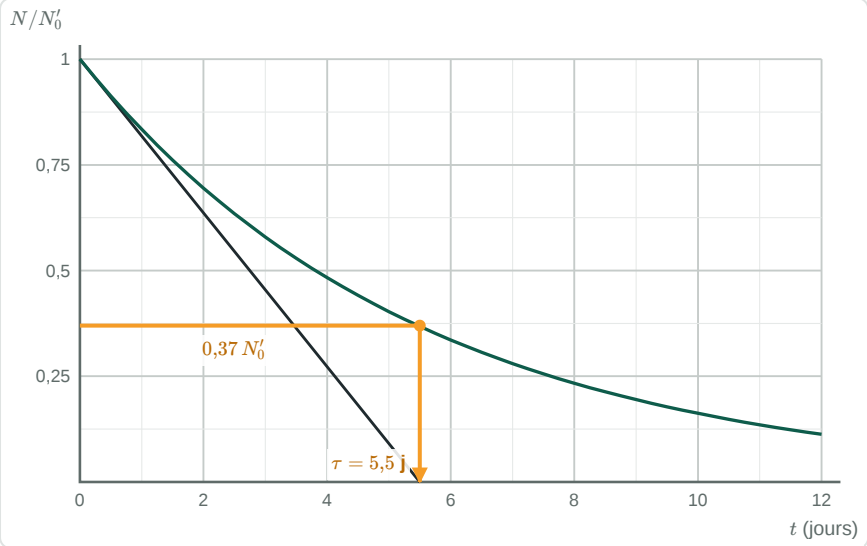
La droite déjà tracée sur l'annexe est la tangente à la courbe à la date $t = 0$. Elle coupe l'axe des abscisses à la date $t = \tau$.

Lecture sur l'annexe : la tangente atteint l'axe des dates entre 5 et 6 jours.

$\tau \approx 5{,}5$ jours

PIÈGE
Donner une valeur sans nommer la méthode : la question la demande explicitement.

MÉTHODE
Vérification sans tangente : à $t = \tau$, il reste $N'_0\,\mathrm{e}^{-1} = 0{,}37\,N'_0$. On repère cette ordonnée sur la courbe et on lit l'abscisse correspondante.



1 · Annexe : la tangente à l'origine coupe l'axe des dates en $t = \tau$; vérification par $N(\tau) = 0{,}37\,N'_0$

2 Rappeler la définition du temps de demi-vie. Établir son expression en fonction de τ, puis le calculer. La valeur est-elle en accord avec la valeur donnée ?

Données utiles $\tau = 5{,}5$ jours (Q1) ; valeur donnée : $t_{1/2} = 3{,}8$ jours

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée.

Avec $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$, la loi de décroissance s'écrit $N(t) = N'_0\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

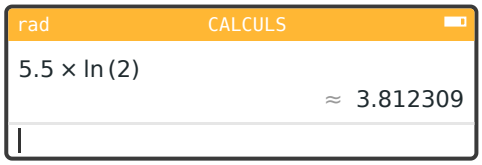
À $t = t_{1/2}$: $N = \dfrac{N'_0}{2}$, donc $\mathrm{e}^{-t_{1/2}/\tau} = \dfrac{1}{2}$, soit $-\dfrac{t_{1/2}}{\tau} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$t_{1/2} = \tau\,\ln 2 = 5{,}5 \times \ln 2 = 3{,}8 \text{ jours}$$

$t_{1/2} = \tau \ln 2 = 3{,}8$ jours : valeur en accord avec celle de l'énoncé (3,8 jours).

COMPRENDRE
τ est lue avec deux chiffres significatifs, le résultat en garde deux. On peut laisser τ en jours : $\ln 2$ est sans unité, $t_{1/2}$ sort en jours.

À LA CALCULATRICE



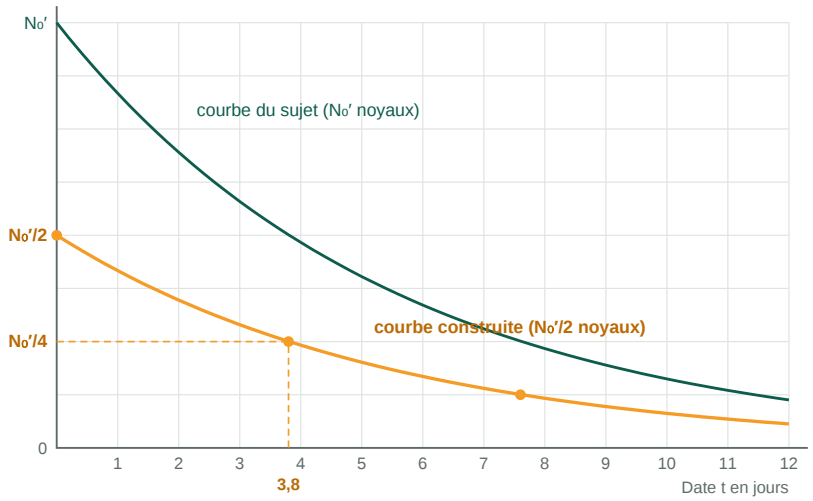
3 Construire sur le même graphique, avec les mêmes échelles, la courbe de décroissance du radon 222 pour un nombre initial de noyaux deux fois plus faible.

Le nombre initial devient $\frac{N'_0}{2}$; τ et $t_{1/2}$ ne dépendent que du noyau, ils sont inchangés : $N(t) = \frac{N'_0}{2}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

À chaque date, l'ordonnée est la moitié de celle de la courbe du sujet.

Points utiles : $\frac{N'_0}{2}$ à $t = 0$, $\frac{N'_0}{4}$ à $t = 3{,}8$ jours, $\frac{N'_0}{8}$ à $t = 7{,}6$ jours.

Courbe orange de l'annexe : départ à $\frac{N'_0}{2}$, même demi-vie de 3,8 jours.



3 · Annexe complétée : même allure, ordonnées divisées par deux à chaque date

PIÈGE
Tracer une courbe qui décroît deux fois plus vite. Le temps de demi-vie ne dépend pas du nombre initial de noyaux.

MÉTHODE
Pour construire la courbe, diviser par deux l'ordonnée de plusieurs points de la courbe initiale, puis les relier à main levée.