La bluecar

Bac S 2011 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Exprimer la tension u_R en fonction de R et de i, puis en fonction de R, C et $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

Données utiles $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$; $u_C = \dfrac{q}{C}$

Le conducteur ohmique est orienté en convention récepteur (flèche de u_R opposée au sens de i). Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$.

Or $q = C\,u_C$ avec C constante, donc $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

$$u_R = R\,i = RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Ajouter un signe « $-$ » parce qu'il s'agit d'une décharge. Avec l'orientation de la figure 2, les relations s'écrivent sans signe : c'est la valeur de i qui sera négative.

1.1.2 Établir la relation entre u_R et u_C et en déduire l'équation différentielle vérifiée par u_C.

Données utiles $u_R = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ (1.1.1)

Les points P et M sont reliés par un fil : $u_{PM} = 0$. Loi d'additivité des tensions : $u_{PM} = u_{PN} + u_{NM}$, soit $u_R + u_C = 0$.

En remplaçant u_R par son expression :

$$RC\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$$

MÉTHODE
Circuit RC : 1) loi des mailles ; 2) loi d'Ohm ; 3) $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. On obtient toujours une équation du premier ordre en u_C, avec ou sans second membre.

1.1.3 En vérifiant que $u_C(t) = E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ est solution de l'équation différentielle, montrer que $\tau = RC$.

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

On reporte dans l'équation différentielle :

$$-\frac{RC}{\tau}\,E\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + E\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = 0 \quad \text{soit} \quad E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\left(1 - \frac{RC}{\tau}\right) = 0$$

Comme $E\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ ne s'annule jamais, l'égalité est vraie à tout instant seulement si $1 - \dfrac{RC}{\tau} = 0$.

$\tau = RC$: la fonction proposée est alors bien solution.

COMPRENDRE
La condition initiale est aussi respectée : $u_C(0) = E\,\mathrm{e}^0 = E$, le condensateur étant chargé sous la tension E au début de la décharge.

1.1.4 L'intensité se met sous la forme $i(t) = I_0\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$. Montrer que $I_0 = -\dfrac{E}{R}$.

$i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{CE}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ et $\tau = RC$, donc $i(t) = -\dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

Par identification avec $i(t) = I_0\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$:

$$I_0 = i(0) = -\frac{E}{R}$$

COMPRENDRE
I_0 est négative : le courant réel circule dans le sens opposé à la flèche de la figure 2, car la charge q de l'armature N diminue.

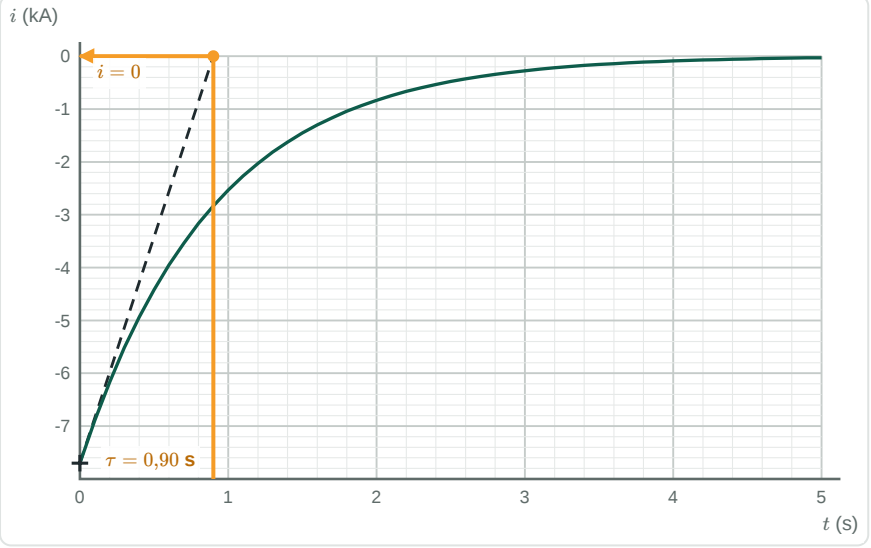
1.2.1 Déterminer graphiquement la valeur de I_0. En déduire la valeur de la résistance R et vérifier l'accord avec le tableau.

Données utiles $E = 2{,}7$ V ; tableau : $R = 0{,}35\ \text{m}\Omega$

À $t = 0$, la courbe de la figure A1 part de $I_0 = -7{,}7\ \text{kA} = -7{,}7 \times 10^3$ A.

$$I_0 = -\frac{E}{R} \text{ donc } R = -\frac{E}{I_0} = -\frac{2{,}7}{-7{,}7 \times 10^3} = 3{,}5 \times 10^{-4}\ \Omega$$

$R = 0{,}35\ \text{m}\Omega$: valeur en accord avec celle du tableau.



1.2.1 · Figure A1 complétée : I_0 se lit à $t = 0$, τ là où la tangente à l'origine coupe l'axe $i = 0$

PIÈGE
Laisser I_0 en kiloampères : on trouverait $0{,}35\ \Omega$, mille fois trop.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme E et la lecture de I_0. Chaque petit carreau vertical vaut $0{,}2$ kA.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{2.7}{7.7 \times 10^3} \approx 3.506494 \times 10^{-4}$

1.2.2 Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ.

La tangente à l'origine coupe l'asymptote de la courbe (ici l'axe $i = 0$) à la date $t = \tau$. Sur la figure A1, ce point a pour abscisse $0{,}9$ s.

$\tau = 0{,}90$ s

MÉTHODE
Autre lecture possible : à $t = \tau$, $i = 0{,}37\, I_0 \approx -2{,}8$ kA. La courbe atteint cette valeur vers $0{,}9$ s, ce qui confirme le résultat.

1.2.3 En déduire la valeur de la capacité C. Est-elle en accord avec la valeur des caractéristiques techniques ?

Données utiles $\tau = 0{,}90$ s (1.2.2) ; $R = 3{,}5 \times 10^{-4}\ \Omega$ (1.2.1) ; tableau : $C = 2{,}6 \times 10^3$ F

$$\tau = RC \text{ donc } C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}90}{3{,}5 \times 10^{-4}}$$

$C = 2{,}6 \times 10^3$ F : valeur en accord avec celle du constructeur.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.90}{3.5 \times 10^{-4}} \approx 2571.429$

1.3.1 Calculer l'énergie électrique maximale E_C emmagasinée puis restituée par le condensateur, avec la capacité du tableau.

Données utiles $C = 2{,}6 \times 10^3$ F ; $E = 2{,}7$ V

L'énergie est maximale quand la tension aux bornes du condensateur vaut E :

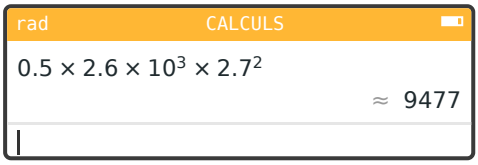
$$E_C = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}6 \times 10^3 \times 2{,}7^2$$

$E_C = 9{,}5 \times 10^3$ J $= 9{,}5$ kJ

PIÈGE

Oublier le carré de la tension ou le facteur $\frac{1}{2}$. Ne pas confondre non plus E (tension, en volts) et E_C (énergie, en joules).

À LA CALCULATRICE



1.3.2 Comparer cette énergie avec celle obtenue à partir de la masse et de l'énergie spécifique du supercondensateur.

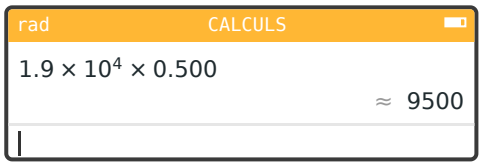
Données utiles $m = 0{,}500$ kg ; énergie spécifique $1{,}9 \times 10^4$ J · kg^{-1} ; $E_C = 9{,}5 \times 10^3$ J (1.3.1)

L'énergie spécifique est une énergie par kilogramme. L'énergie restituable vaut donc :

$1{,}9 \times 10^4 \times 0{,}500 = 9{,}5 \times 10^3$ J

Les deux valeurs sont égales ($9{,}5$ kJ) : les données du constructeur sont cohérentes entre elles.

À LA CALCULATRICE



2.1 Calculer la longueur d'onde dans le vide λ du rayonnement correspondant à la transition d'énergie ΔE.

Données utiles $\Delta E = 1{,}1$ eV ; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

L'énergie du photon absorbé est $\Delta E = h\nu = \frac{h c}{\lambda}$, avec ΔE en joules.

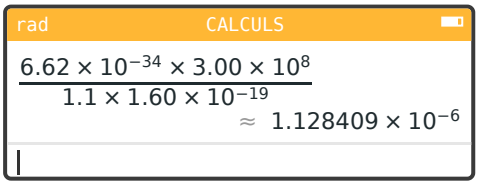
$$\lambda = \frac{h c}{\Delta E} = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^8}{1{,}1 \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

$\lambda = 1{,}1 \times 10^{-6}$ m

PIÈGE

Laisser ΔE en électronvolts : la relation $\Delta E = \frac{h c}{\lambda}$ exige des joules.

À LA CALCULATRICE



2.2 Cette radiation appartient-elle au domaine du visible ? Justifier.

Données utiles $\lambda = 1{,}1 \times 10^{-6}$ m (2.1)

$\lambda = 1{,}1 \times 10^{-6}$ m $= 1{,}1 \times 10^3$ nm. Le domaine visible s'étend d'environ 400 nm à 800 nm dans le vide.

$\lambda > 800$ nm : la radiation n'est pas visible, elle appartient à l'infrarouge.

COMPRENDRE

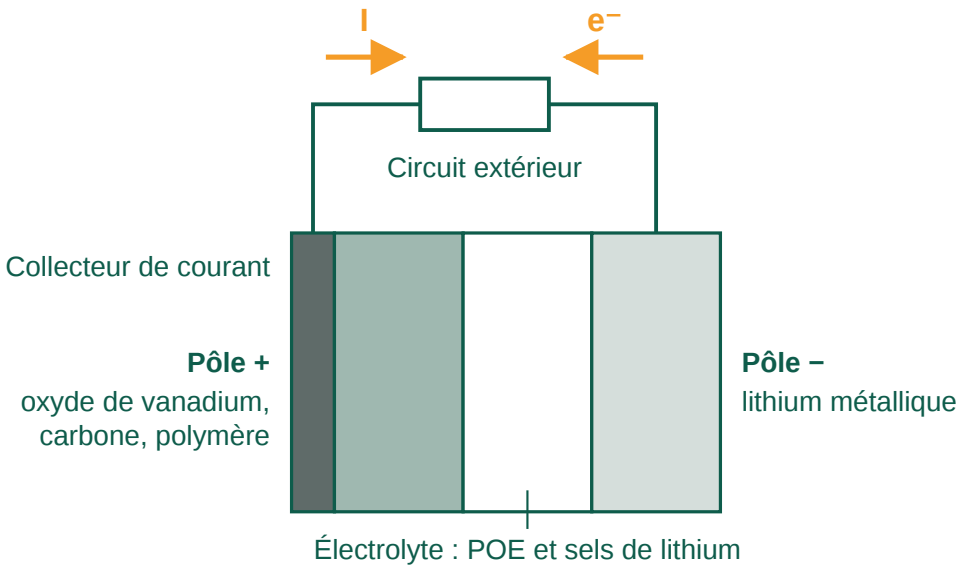
ΔE est une énergie minimale. Les photons visibles, de longueur d'onde plus courte donc d'énergie plus grande, sont eux aussi absorbés par le silicium.

3.1.1 Sur la figure A2, représenter le sens conventionnel du courant et le sens de circulation des porteurs de charge à l'extérieur de la batterie quand elle débite.

À l'extérieur du générateur, le courant circule par convention du pôle + vers le pôle −.

Dans les fils, les porteurs de charge sont les électrons, chargés négativement : ils se déplacent en sens inverse du courant.

Courant I : du pôle + vers le pôle − ; électrons : du pôle − vers le pôle +, dans le circuit extérieur.



3.1.1 · Figure A2 complétée : courant I du pôle + vers le pôle − dans le circuit extérieur, électrons en sens inverse

3.1.2 Quelle est la nature de la réaction se produisant au pôle négatif ? Au pôle positif ?

Le pôle négatif fournit des électrons au circuit extérieur : le lithium y cède des électrons, c'est une oxydation.

Le pôle positif reçoit ces électrons : une espèce y capte des électrons, c'est une réduction.

Pôle − : oxydation (anode) ; pôle + : réduction (cathode).

PIÈGE
Inverser les deux. Repère : oxydation = perte d'électrons, et les électrons sortent de la pile par la borne négative.

3.1.3 Écrire la demi-équation d'oxydoréduction de la réaction se produisant au pôle négatif.

Données utiles couple $\mathrm{Li^+}$ / Li

Au pôle négatif, le lithium métallique est oxydé en ion lithium :

$$\mathrm{Li = Li^+ + e^-}$$

3.2.1 Calculer en coulombs la quantité d'électricité maximale disponible q_{max}.

Données utiles $q_{max} = 75\ \mathrm{A \cdot h}$; $1\ \mathrm{A \cdot h} = 3600\ \mathrm{C}$

$q_{max} = 75 \times 3600$

$$q_{max} = 2{,}7 \times 10^5\ \mathrm{C}$$

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

75×3600

$270\,000$

3.2.2 En déduire la quantité de matière maximale d'électrons échangés $n(\mathrm{e}^-)_{éch}$ pour une décharge complète.

Données utiles $q_{max} = 2{,}7 \times 10^5$ C (3.2.1) ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1} ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C

Une mole d'électrons porte, en valeur absolue, la charge $N_A\, e$, donc $q_{max} = n(\mathrm{e}^-)_{éch}\, N_A\, e$.

$$n(\mathrm{e}^-)_{éch} = \frac{q_{max}}{N_A\, e} = \frac{2{,}7 \times 10^5}{6{,}02 \times 10^{23} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

$\boxed{n(\mathrm{e}^-)_{éch} = 2{,}8 \text{ mol}}$

COMPRENDRE
Le produit $N_A\, e \approx 9{,}63 \times 10^4$ C · mol^{-1} est la constante de Faraday F : on écrit aussi $q = n(\mathrm{e}^-)\, F$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{2.7 \times 10^5}{6.02 \times 10^{23} \times 1.60 \times 10^{-19}}$

≈ 2.803156

3.2.3 Calculer la masse de lithium correspondante.

Données utiles $n(\mathrm{e}^-)_{éch} = 2{,}8$ mol (3.2.2) ; $M(\mathrm{Li}) = 6{,}9$ g · mol^{-1}

D'après $\mathrm{Li} = \mathrm{Li}^+ + \mathrm{e}^-$, un atome de lithium libère un électron : $n(\mathrm{Li}) = n(\mathrm{e}^-)_{éch}$.

$m(\mathrm{Li}) = n(\mathrm{Li})\, M(\mathrm{Li}) = 2{,}8 \times 6{,}9$

$\boxed{m(\mathrm{Li}) = 19 \text{ g}}$

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

2.8×6.9

≈ 19.32

3.2.4 À l'aide des caractéristiques électriques, déterminer l'intensité du courant I_{max} que peut débiter cette batterie.

Données utiles $P_{max} = 45$ kW ; $U_{NOM} = 400$ V

La puissance électrique fournie est $P = U\, I$. Sous la tension nominale : $P_{max} = U_{NOM}\, I_{max}$.

$$I_{max} = \frac{P_{max}}{U_{NOM}} = \frac{45 \times 10^3}{400}$$

$\boxed{I_{max} = 1{,}1 \times 10^2 \text{ A}}$

PIÈGE
Garder la puissance en kilowatts : on obtiendrait 0,11 A, valeur absurde pour une voiture.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{45 \times 10^3}{400}$

≈ 112.5

3.2.5 La batterie débite un courant d'intensité $I = 100$ A sous sa tension nominale. Calculer la durée maximale Δt_{max} de fonctionnement.

Données utiles $q_{max} = 2{,}7 \times 10^5$ C (3.2.1) ; $I = 100$ A

Pour un courant d'intensité constante : $q_{max} = I\,\Delta t_{max}$.

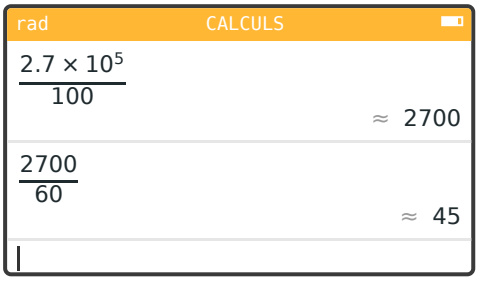
$$\Delta t_{max} = \frac{q_{max}}{I} = \frac{2{,}7 \times 10^5}{100}$$

$\Delta t_{max} = 2{,}7 \times 10^3$ s, soit 45 min

MÉTHODE

Vérification directe : $75\ \text{A} \cdot \text{h}$ débités à 100 A durent $\frac{75}{100} = 0{,}75$ h, soit 45 min. L'ampère-heure rend ce calcul immédiat.

À LA CALCULATRICE



3.3.1 Nommer le groupe caractéristique écrit en gras dans la formule du polyoxyéthylène.

Le groupe en gras est $-\text{OH}$.

C'est le groupe hydroxyle.

3.3.2 À quelle famille de composés organiques appartient le polyoxyéthylène ?

Le groupe hydroxyle est porté par un atome de carbone tétraédrique ($-\text{CH}_2-\text{OH}$).

Le polyoxyéthylène appartient à la famille des alcools.

COMPRENDRE

La question porte sur le groupe en gras. Le long de la chaîne, les enchaînements $\text{C}-\text{O}-\text{C}$ ne sont pas des groupes hydroxyle : seule l'extrémité $-\text{OH}$ justifie le classement parmi les alcools.