Nucléaire au service de la médecine

Bac S 2010 Métropole (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

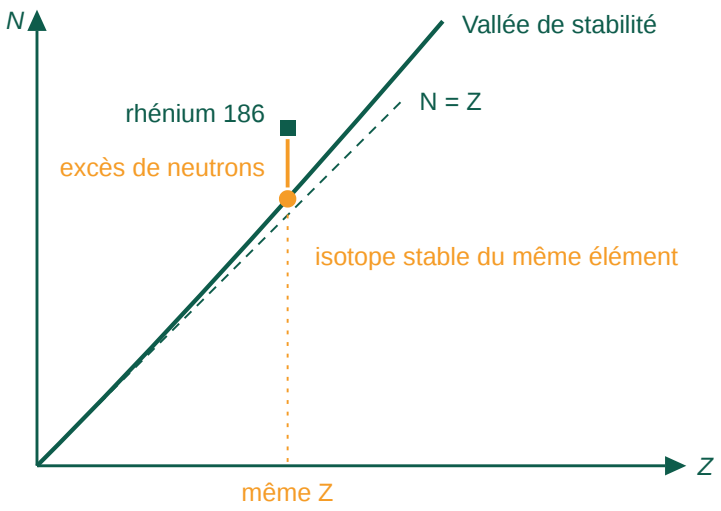
1.1.1 Déduire du diagramme (N, Z) si le rhénium 186 possède un excès de neutrons ou un excès de protons par rapport à un isotope stable du même élément.

Deux isotopes d'un même élément ont le même nombre de protons Z : l'isotope stable du rhénium se trouve sur la courbe de stabilité, à la verticale du point représentatif du rhénium 186.

Ce point est placé au-dessus de la courbe : pour le même Z, son nombre de neutrons N est plus grand.

Le rhénium 186 possède un **excès de neutrons**.

MÉTHODE
Sur un diagramme (N, Z), comparer deux isotopes revient à se déplacer verticalement, à Z constant. Au-dessus de la vallée de stabilité : trop de neutrons, radioactivité β−.



1.1.1 · Figure 3 du sujet : le rhénium 186 et l'isotope stable de même Z

1.1.2 Quel nom porte la particule émise au cours d'une désintégration β− ?

La particule émise est un **électron**, noté ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

PIÈGE
Ne pas confondre avec le positon ${}^{0}_{+1}\mathrm{e}$, émis lors d'une désintégration β+.

1.1.3 Écrire l'équation de la désintégration du rhénium 186, le noyau fils étant un isotope de l'osmium ${}^{\mathrm{A}}_{76}\mathrm{Os}$. En énonçant les lois utilisées, déterminer A et Z.

Équation : ${}^{186}_{\mathrm{Z}}\mathrm{Re} \longrightarrow {}^{\mathrm{A}}_{76}\mathrm{Os} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

Lois de Soddy :

- conservation du nombre de nucléons : $186 = A + 0$, donc $A = 186$;
- conservation du nombre de charge : $Z = 76 + (-1)$, donc $Z = 75$.

${}^{186}_{75}\mathrm{Re} \longrightarrow {}^{186}_{76}\mathrm{Os} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ avec $A = 186$ et $Z = 75$

PIÈGE
La charge de l'électron compte pour -1 : le noyau fils a un proton de plus que le noyau père, pas un de moins. Les deux lois doivent être nommées, pas seulement appliquées.

1.2 Le flacon a une activité $A_0 = 3700$ MBq « à la date de calibration ». Pourquoi cette date est-elle précisée en plus de l'activité ?

Les noyaux de rhénium 186 se désintègrent au fil du temps : leur nombre $N(t)$ diminue. Comme $A(t) = \lambda N(t)$, l'activité du flacon diminue elle aussi.

Une valeur d'activité n'a de sens qu'associée à une date : A_0 n'est valable qu'à la date de calibration, l'activité est plus faible ensuite.

COMPRENDRE
Avec une demi-vie de 3,7 jours seulement, l'activité baisse nettement en quelques jours : le médecin doit recalculer la dose à la date de l'injection (questions 1.3.2 et 1.3.3).

1.3.1 Calculer la masse m de rhénium 186 contenu dans le flacon à la date de calibration.

Données utiles $A_0 = 3700\ \text{MBq}$; $\lambda = 2{,}2 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$; $M = 186\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}0 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

Nombre de noyaux à la date de calibration : $A_0 = \lambda N_0$, donc $N_0 = \dfrac{A_0}{\lambda}$.

Quantité de matière : $n = \dfrac{N_0}{N_A}$, et masse : $m = n\,M$. D'où :

$$m = \frac{A_0\,M}{\lambda\,N_A}$$

Avec $A_0 = 3700\ \text{MBq} = 3700 \times 10^6\ \text{Bq}$:

$$m = \frac{3700 \times 10^6 \times 186}{2{,}2 \times 10^{-6} \times 6{,}0 \times 10^{23}}$$

$m = 5{,}2 \times 10^{-7}$ g, soit environ $0{,}52$ µg

PIÈGE
Laisser l'activité en MBq. Le becquerel est une désintégration par seconde, cohérent avec λ en s^{-1} : il faut $3{,}7 \times 10^9$ Bq.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme λ et N_A, données les moins précises. Une masse infime suffit : elle contient tout de même $N_0 = 1{,}7 \times 10^{15}$ noyaux.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3700 \times 10^6 \times 186}{2.2 \times 10^{-6} \times 6.0 \times 10^{23}} \approx 5.213636 \times 10^{-7}$$

1.3.2 Quelle est la valeur de l'activité A_1 du flacon 3,7 jours après la date de calibration ?

Données utiles $t_{1/2} = 3{,}7\ \text{j}$; $A_0 = 3700\ \text{MBq}$

La durée écoulée, 3,7 jours, est égale à la demi-vie du rhénium 186. Au bout d'une demi-vie, le nombre de noyaux radioactifs est divisé par deux ; l'activité, qui lui est proportionnelle, l'est aussi :

$$A_1 = \frac{A_0}{2} = \frac{3700}{2}$$

$A_1 = 1850$ MBq

MÉTHODE
Avant de poser $A_0\,e^{-\lambda t}$, comparer la durée à la demi-vie : pour une durée égale à k demi-vies, l'activité est simplement divisée par 2^k.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3700}{2} \approx 1850$$

1.3.3 L'activité à injecter dans l'épaule est $A_{\text{thérapie}} = 70$ MBq, 3,7 jours après la date de calibration. Calculer le volume V de solution à injecter.

Données utiles $V_{\text{flacon}} = 10$ mL ; $A_1 = 1850$ MBq (1.3.2) ; $A_{\text{thérapie}} = 70$ MBq

La solution est homogène : l'activité d'un prélèvement est proportionnelle à son volume. À la date de l'injection, V_{flacon} correspond à A_1 et V correspond à $A_{\text{thérapie}}$:

$$\frac{V}{V_{\text{flacon}}} = \frac{A_{\text{thérapie}}}{A_1} \quad \text{donc} \quad V = V_{\text{flacon}} \times \frac{A_{\text{thérapie}}}{A_1} = 10 \times \frac{70}{1850}$$

$V = 0{,}38$ mL

PIÈGE
Utiliser $A_0 = 3700$ MBq au lieu de A_1 : on trouverait 0,19 mL, soit une dose deux fois trop faible le jour de l'injection.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{10 \times 70}{1850}$ ≈ 0.3783784

2.1 Donner la composition du noyau de phosphore 32.

Pour $^{32}_{15}\text{P}$: $Z = 15$ et $A = 32$, donc $N = A - Z = 32 - 15 = 17$.

Le noyau de phosphore 32 contient **15 protons et 17 neutrons**.

PIÈGE
Citer des électrons : le noyau n'en contient pas. Et 32 est le nombre de nucléons, pas le nombre de neutrons.

2.2 À l'aide des masses données et de la carte d'identité, vérifier par un calcul la valeur E de l'énergie du rayonnement émis par la désintégration du phosphore 32.

Données utiles $m(^{32}_{15}\text{P}) = 5{,}30803 \times 10^{-26}$ kg ; $m(^{32}_{16}\text{S}) = 5{,}30763 \times 10^{-26}$ kg ; $m(\text{e}) = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ; $c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}6 \times 10^{-19}$ J

Pour $^{32}_{15}\text{P} \longrightarrow {}^{32}_{16}\text{S} + {}^{0}_{-1}\text{e}$, la variation de masse est :

$$\Delta m = m(^{32}_{16}\text{S}) + m(\text{e}) - m(^{32}_{15}\text{P})$$

$$\Delta m = (5{,}30763 - 5{,}30803) \times 10^{-26} + 9{,}1 \times 10^{-31}$$

$$\Delta m = -4{,}0 \times 10^{-30} + 0{,}91 \times 10^{-30} = -3{,}09 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$\Delta m < 0$: la masse diminue, de l'énergie est libérée.

$$E = |\Delta m|\, c^2 = 3{,}09 \times 10^{-30} \times (3{,}0 \times 10^{8})^2 = 2{,}8 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$E = \frac{2{,}78 \times 10^{-13}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 1{,}7 \times 10^{6} \text{ eV}$$

$E = 1{,}7$ MeV : on retrouve la valeur de la carte d'identité.

PIÈGE
Oublier la masse de l'électron (E vaudrait 2,3 MeV) ou arrondir les masses des noyaux : elles ne diffèrent qu'au cinquième chiffre, tous les chiffres donnés sont nécessaires.

COMPRENDRE
Le calcul $\Delta m\, c^2$ donne $-2{,}8 \times 10^{-13}$ J : le signe négatif indique une énergie cédée par le système au milieu extérieur. L'énergie du rayonnement émis en est la valeur absolue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$(5.30803 \times 10^{-26} - 5.30763 \times 10^{-26} - 9.1 \times 10^{-31}) \times (3.0 \times 10^{8})^2$ ≈ 2.781×10^{-13}

$\frac{2.781 \times 10^{-13}}{1.6 \times 10^{-19}}$ ≈ 1738125

2.3 Les noyaux fils ne sont en général pas dans un état excité. À quel type de rayonnement particulièrement pénétrant le patient n'est-il pas exposé ?

Un noyau fils produit dans un état excité se désexcite en émettant un rayonnement électromagnétique de très grande énergie. Ici, le noyau de soufre 32 est obtenu directement dans son état fondamental : cette émission n'a pas lieu.

Le patient n'est pas exposé au **rayonnement gamma (γ)**.

COMPRENDRE
Les électrons β− sont arrêtés par quelques millimètres de tissu : l'irradiation reste localisée près de la zone à traiter. Un rayonnement γ traverserait tout le corps.

2.4 Rappeler la loi de décroissance du nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs d'un échantillon en fonction de λ et N_0.

$$N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$$

PIÈGE
Oublier le signe « − » dans l'exponentielle : $N(t)$ doit décroître. Avec λ en s^{-1}, t s'exprime en secondes.

2.5 Définir le temps de demi-vie radioactive $t_{1/2}$ et établir la relation entre la demi-vie et la constante radioactive λ.

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Avec la loi de décroissance : $N_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, soit $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

MÉTHODE
« Établir » demande la démonstration : définition traduite en égalité, loi de décroissance, simplification par N_0, puis logarithme. Donner seulement la formule finale ne rapporte pas tous les points.

2.6 Vérifier, par un calcul, la valeur approchée du temps de demi-vie proposée dans la carte d'identité.

Données utiles $\lambda(^{32}_{15}\text{P}) = 5{,}6 \times 10^{-7}\ \text{s}^{-1}$; carte d'identité : demi-vie de 14 jours

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{5{,}6 \times 10^{-7}} = 1{,}2 \times 10^{6}\ \text{s}$$

Un jour dure $24 \times 3600 = 86\,400$ s :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{5{,}6 \times 10^{-7} \times 24 \times 3600} = 14{,}3\ \text{j}$$

$t_{1/2} \approx 14$ j : valeur en accord avec la carte d'identité.

PIÈGE
Convertir à partir de la valeur arrondie $1{,}2 \times 10^6$ s donne 13,9 j : garder le résultat complet de la calculatrice pour la conversion en jours.

À LA CALCULATRICE

