Des écrits d'illustres scientifiques

Bac S 2010 Métropole (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Calculer la quantité de matière n_1 d'acide éthanoïque introduite dans le flacon.

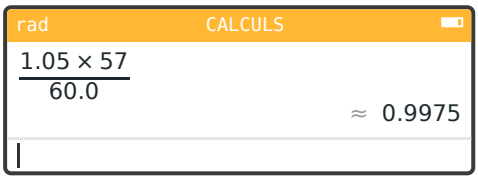
Données utiles $V_1 = 57$ mL ; $\rho_1 = 1{,}05\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$; $M_1 = 60{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

La masse d'acide introduite est $m_1 = \rho_1 V_1$, donc $n_1 = \dfrac{m_1}{M_1} = \dfrac{\rho_1 V_1}{M_1}$.

$$n_1 = \frac{1{,}05 \times 57}{60{,}0} = 0{,}9975\ \text{mol}$$

$n_1 = 1{,}0$ mol

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Calculer V_1/M_1 en oubliant la masse volumique : l'acide est un liquide pur, il faut passer par sa masse. Ici ρ en $\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ et V en mL donnent directement des grammes.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la donnée la moins précise ($V_1 = 57$ mL). Cette règle vaut pour tous les calculs de l'exercice.

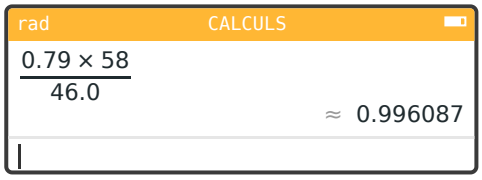
1.1.2 Montrer que le mélange réalisé est équimolaire.

Données utiles $V_2 = 58$ mL ; $\rho_2 = 0{,}79\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$; $M_2 = 46{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; n_1 (1.1.1)

Pour l'éthanol, de la même façon : $n_2 = \dfrac{\rho_2 V_2}{M_2} = \dfrac{0{,}79 \times 58}{46{,}0} = 1{,}0\ \text{mol}$.

$n_2 = n_1 = 1{,}0$ mol : les deux réactifs sont apportés en même quantité, le mélange est **équimolaire**.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 À l'aide des formules semi-développées, écrire l'équation de l'équilibre chimique d'estérification entre l'acide éthanoïque et l'éthanol.

$$\text{CH}_3\text{–COOH} + \text{CH}_3\text{–CH}_2\text{–OH} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{–COO–CH}_2\text{–CH}_3 + \text{H}_2\text{O}$$

Acide éthanoïque + éthanol ⇌ éthanoate d'éthyle + eau.

COMPRENDRE
La double flèche traduit une transformation limitée : l'ester et l'eau réagissent en sens inverse (hydrolyse), comme l'écrit Berthelot : les esters « peuvent reproduire en se décomposant les acides et les alcools ».

1.2.2 Écrire l'équation de la réaction chimique support du dosage.

L'acide éthanoïque restant réagit avec les ions hydroxyde de la soude :

$$\text{CH}_3\text{COOH}\,(\text{aq}) + \text{HO}^-\,(\text{aq}) \longrightarrow \text{CH}_3\text{COO}^-\,(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}\,(\text{l})$$

PIÈGE
Écrire Na^+ dans l'équation : l'ion sodium est spectateur. Ne pas non plus faire réagir HO^- avec H_3O^+ : l'acide éthanoïque est un acide faible, présent sous forme CH_3COOH.

1.2.3 Définir l'équivalence du dosage et en déduire la quantité de matière n_R d'acide éthanoïque restant au bout de six mois dans le prélèvement de 2,0 mL.

Données utiles $C_B = 1{,}00\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_E = 12{,}0\ \text{mL}$

À l'équivalence, le réactif titré et le réactif titrant ont été mélangés dans les proportions stœchiométriques de la réaction de dosage : ils sont tous deux entièrement consommés.

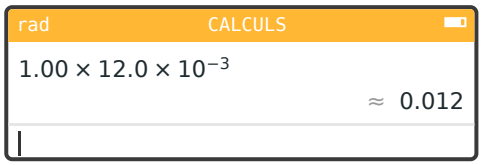
Les nombres stœchiométriques valent 1 et 1, donc $n_R = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}} = C_B\, V_E$.

$$n_R = 1{,}00 \times 12{,}0 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{n_R = 1{,}20 \times 10^{-2}\ \text{mol}}$$

PIÈGE
Laisser V_E en millilitres : avec C_B en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, il faut $V_E = 12{,}0 \times 10^{-3}$ L.

À LA CALCULATRICE



1.2.4 En supposant que le volume du milieu réactionnel est resté constant, en déduire la quantité de matière n'_R d'acide éthanoïque restant au bout de six mois dans le milieu réactionnel.

Données utiles $V = 2{,}0$ mL ; $V_1 = 57$ mL ; $V_2 = 58$ mL ; n_R (1.2.3)

Volume du milieu réactionnel : $V_{\text{tot}} = V_1 + V_2 = 57 + 58 = 115$ mL.

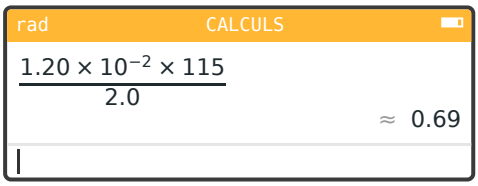
Le prélèvement a la même composition que le mélange : la quantité d'acide est proportionnelle au volume.

$$n'_R = n_R \times \frac{V_{\text{tot}}}{V} = 1{,}20 \times 10^{-2} \times \frac{115}{2{,}0}$$

$$\boxed{n'_R = 0{,}69\ \text{mol}}$$

MÉTHODE
Passer d'un prélèvement au mélange entier : multiplier par le rapport des volumes V_{tot}/V (ici 57,5). Les deux volumes dans la même unité, sans conversion nécessaire.

À LA CALCULATRICE



1.2.5 Déterminer les quantités de matière de toutes les espèces chimiques présentes dans le flacon au bout de six mois.

Données utiles $n_1 = n_2 = 1{,}0$ mol (1.1.1 et 1.1.2) ; $n'_R = 0{,}69$ mol (1.2.4)

Tableau d'avancement (quantités en mol) :

État	acide	alcool	ester	eau
initial ($x = 0$)	1,0	1,0	0	0
en cours (x)	$1{,}0 - x$	$1{,}0 - x$	x	x
à six mois (x_6)	$1{,}0 - x_6$	$1{,}0 - x_6$	x_6	x_6

Acide restant : $1{,}0 - x_6 = n'_R = 0{,}69$ mol, donc $x_6 = 1{,}0 - 0{,}69 = 0{,}31$ mol.

Au bout de six mois : acide $0{,}69$ mol ; éthanol $0{,}69$ mol ; ester $0{,}31$ mol ; eau $0{,}31$ mol.

COMPRENDRE
Tous les nombres stœchiométriques valent 1 : chaque mole d'acide consommée consomme une mole d'alcool et forme une mole d'ester et une mole d'eau. L'état final n'étant pas atteint, x_6 n'est pas l'avancement final.

1.2.6 À partir des résultats de la question précédente, justifier la phrase en gras dans le texte de Berthelot et Péan de Saint Gilles.

Les quantités initiales étant connues (les « matières primitivement mélangées »), il a suffi de mesurer la quantité d'une seule espèce, l'acide, à une date donnée pour obtenir l'avancement x à cette date.

Les quantités des trois autres espèces s'expriment toutes en fonction de x : elles s'en déduisent sans autre mesure. Comme $m = n\,M$, connaître une quantité de matière revient à connaître une masse.

Une seule masse mesurée, avec les masses initiales, fixe l'avancement et donc la composition complète du système : c'est ce qu'affirme la phrase en gras.

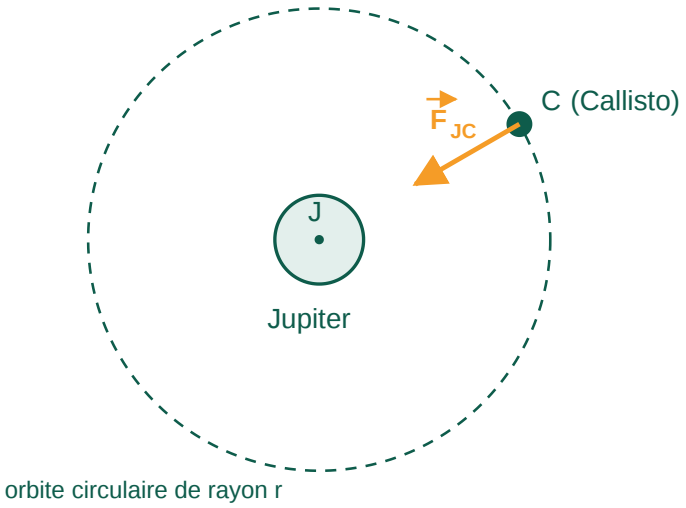
COMPRENDRE
Berthelot choisit l'acide car c'est l'espèce la plus facile à doser : un titrage acido-basique avec un indicateur coloré suffit.

2.1 Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma la force $\vec{F}_{JC}$ exercée par Jupiter sur le satellite Callisto en orbite circulaire autour de Jupiter.

Voir le schéma : la force s'applique au centre C de Callisto, elle est portée par la droite (JC) et dirigée de C vers J.

$\vec{F}_{JC}$: origine C, direction (JC), sens de C vers J.

PIÈGE
Dessiner la force à partir de J, ou tangente à l'orbite. Elle agit sur Callisto : son point d'application est C et elle pointe vers Jupiter.



2.1 · Force exercée par Jupiter sur Callisto (en orange, le vecteur à tracer)

2.2 À propos des forces, donner la signification de chacune des deux parties de phrase en gras à la fin du texte de Newton.

- « tendent au centre de Jupiter » : la force subie par chaque satellite est dirigée vers le centre J de la planète ; c'est une force attractive, portée par la droite joignant les deux centres.
- « sont en raison réciproque des carrés de leurs distances à ce centre » : la valeur de la force varie comme l'inverse du carré de la distance r séparant le satellite du centre de Jupiter.

Force centripète, dirigée vers J, de valeur proportionnelle à $\frac{1}{r^2}$.

COMPRENDRE
« Raison réciproque » signifie « proportion inverse » : si la distance double, la force est divisée par quatre.

2.3 En utilisant les notations de l'énoncé, donner l'expression vectorielle de la force $\vec{F}_{JC}$, avec $\vec{u}_{JC}$ vecteur unitaire de la droite (JC) dirigé de J vers C.

Loi de la gravitation universelle, les deux astres étant à répartition de masse à symétrie sphérique :

$$\vec{F}_{JC} = -G\frac{M_J\,M_C}{r^2}\,\vec{u}_{JC}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : $\vec{u}_{JC}$ va de J vers C, alors que la force attire Callisto vers J, en sens opposé.

2.4 En appliquant la seconde loi de Newton à Callisto, déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_C$ de son centre C.

Système {Callisto}, de masse M_C constante ; référentiel jovicentrique, galiléen ; seule force : $\vec{F}_{JC}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{F}_{JC} = M_C\,\vec{a}_C$, soit $-G\frac{M_J\,M_C}{r^2}\,\vec{u}_{JC} = M_C\,\vec{a}_C$.

$$\vec{a}_C = -G\frac{M_J}{r^2}\,\vec{u}_{JC}$$

COMPRENDRE
La masse M_C se simplifie : l'accélération, donc le mouvement, ne dépend pas de la masse du satellite. C'est pourquoi l'énoncé n'en donne pas la valeur.

MÉTHODE
Toujours annoncer le système, le référentiel galiléen et le bilan des forces avant d'écrire la deuxième loi de Newton : ces trois éléments sont notés.

2.5 Le mouvement de Callisto étant uniforme sur son orbite, donner l'expression de l'accélération a_C du centre C en fonction de v_C et r.

Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon r, l'accélération est centripète et sa valeur est :

$$a_C = \frac{v_C^2}{r}$$

COMPRENDRE
La vitesse garde la même valeur mais change sans cesse de direction : l'accélération n'est donc pas nulle. Elle est entièrement normale, dirigée vers le centre de la trajectoire.

2.6 Montrer que la vitesse v_C peut s'exprimer par $v_C = \sqrt{\frac{G\,M_J}{r}}$.

D'après 2.4, la valeur de l'accélération est $a_C = \frac{G\,M_J}{r^2}$; d'après 2.5, $a_C = \frac{v_C^2}{r}$.

En égalant : $\frac{v_C^2}{r} = \frac{G\,M_J}{r^2}$, d'où $v_C^2 = \frac{G\,M_J}{r}$. Une vitesse étant positive :

$v_C = \sqrt{\frac{G\,M_J}{r}}$, expression attendue.

2.7.1 Déterminer l'expression de la période de révolution T_C du satellite Callisto autour de Jupiter en fonction de G, M_J et r.

Pendant une période T_C, Callisto parcourt à la vitesse constante v_C la circonférence $2\pi r$ de son orbite :

$$T_C = \frac{2\pi r}{v_C} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{G\,M_J}}$$

$$T_C = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M_J}}$$

COMPRENDRE
En élevant au carré, $\frac{T_C^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_J}$: c'est la troisième loi de Kepler, la constante ne dépendant que de l'astre attracteur.

2.7.2 Calculer la valeur de cette période.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_J = 1{,}90 \times 10^{27}$ kg ; $r = 1{,}88 \times 10^6$ km

Rayon en mètres : $r = 1{,}88 \times 10^6\ \text{km} = 1{,}88 \times 10^9\ \text{m}$.

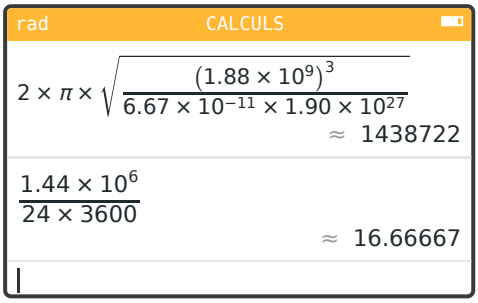
$$T_C = 2\pi\sqrt{\frac{(1{,}88 \times 10^9)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}90 \times 10^{27}}} = 1{,}44 \times 10^6\ \text{s}$$

En jours : $\dfrac{1{,}44 \times 10^6}{24 \times 3600} = 16{,}7$ j.

$T_C = 1{,}44 \times 10^6$ s, soit environ 16,7 jours.

PIÈGE
Laisser r en kilomètres : avec G en unités SI, on obtiendrait une période fausse d'un facteur $1000^{3/2} \approx 3 \times 10^4$, soit moins d'une minute.

À LA CALCULATRICE



3.1.1 La figure 1 correspond-elle au croquis (a), (b) ou (c) ? Justifier.

Sur la figure 1, vue depuis la lunette : Callisto et Europe se trouvent du côté Est de Jupiter, Ganymède du côté Ouest, et Io est aligné avec Jupiter et l'observateur, donc invisible.

Galilée voit alors trois « étoiles » : deux à l'Est (Ori.) et une seule à l'Ouest (Occ.).

La figure 1 correspond au **croquis (a)**.

MÉTHODE
Projeter chaque satellite sur la droite Est-Ouest, perpendiculaire à la ligne de visée : on obtient sa position apparente dans la lunette. Le croquis (b) montre trois astres à l'Ouest, le (c) quatre astres.

3.1.2 Donner une raison possible permettant d'expliquer pourquoi les quatre satellites ne sont pas toujours vus en même temps par Galilée.

L'observateur est dans le plan des orbites : au cours de sa révolution, un satellite passe régulièrement derrière Jupiter, qui le cache, ou devant le disque brillant de la planète, où il ne se distingue plus.

Un satellite aligné avec Jupiter et la Terre (derrière ou devant la planète) n'est pas visible.

3.1.3 Quelle est la trajectoire des satellites de Jupiter vue par Galilée ?

Galilée regarde les orbites circulaires par la tranche, puisqu'il se trouve dans leur plan (P) : chaque cercle lui apparaît comme un trait.

Vue par Galilée, la trajectoire de chaque satellite est un **segment de droite** centré sur Jupiter, parcouru dans un sens puis dans l'autre.

COMPRENDRE
C'est ce qui a intrigué Galilée : les « étoiles » restent alignées et passent d'un côté à l'autre de Jupiter, ce que des étoiles fixes ne feraient pas.

3.2.1 À certaines dates, le satellite Callisto apparaît le plus éloigné de Jupiter pour Galilée. À l'aide de la figure 1, justifier cette observation.

Sur la figure 1, l'orbite de Callisto est celle de plus grand rayon. Quand Callisto se trouve sur la droite Est-Ouest, comme sur la figure, son écart apparent à Jupiter est égal au rayon de son orbite, qu'aucun autre satellite ne peut atteindre.

Callisto a l'orbite la plus grande : à ses positions extrêmes, c'est le satellite vu le plus loin de Jupiter.

3.2.2 Le 11 février, Callisto apparaît le plus éloigné à l'Est de Jupiter. a. À quelle date Galilée voit-il Callisto à nouveau le plus éloigné à l'Est ? b. En déduire la valeur approchée de T_C en jours entiers. Est-ce compatible avec le résultat du 2.7.2 ?

Données utiles figure 2 (croquis du 8 février au 2 mars 1610) ; $T_C \approx 16{,}7$ j (2.7.2)

a. Sur la figure 2, après le 11 février, l'astre le plus à l'Est (côté « Ori. ») se rapproche de Jupiter, passe à l'Ouest (19 et 21 février), puis revient à l'Est. Il retrouve le même écart maximal qu'au 11 février sur le croquis du **27 février 1610**.

b. Entre ces deux dates, Callisto a effectué un tour complet : $T_C \approx 27 - 11 = 16$ jours.

Le calcul du 2.7.2 donne 16,7 jours, soit un écart d'environ 4 %. Avec un seul croquis par nuit et des nuits de ciel couvert, la mesure ne peut pas être plus fine que le jour.

a. Le 27 février 1610. b. $T_C \approx 16$ jours, valeur compatible avec les 16,7 jours calculés.

PIÈGE

Compter une demi-période : entre l'écart maximal à l'Est et l'écart maximal à l'Ouest, Callisto ne fait qu'un demi-tour. Il faut deux passages du même côté.

À LA CALCULATRICE

