Liban 2009 EXERCICE II : LE CERCLE DES PLANÈTES DISPARUES (5 points)

La planète Pluton, découverte par l'américain Clyde Tombaugh en 1930 était considérée comme la neuvième planète de notre système solaire.
Le 5 janvier 2005, une équipe d'astronomes a découvert sur des photographies prises le 21 octobre 2003 un nouveau corps gravitant autour du Soleil.
Provisoirement nommé 2003 UB313, cet astre porte maintenant le nom d'Éris du nom de la déesse grecque de la discorde.
La découverte d'Éris et d'autres astres similaires (2003 EL. 61, 2005 FY9...) a été le début de nombreuses discussions et controverses acharnées entre scientifiques sur la définition même du mot « planète ».
Au cours d'une assemblée générale, le 24 août 2006 à Prague 2500 astronomes de l'Union Astronomique Internationale (UAI) ont décidé à main levée de déclasser Pluton comme planète pour lui donner le rang de « planète naine » en compagnie d'Éris et de Cérès (gros astéroïde situé entre Mars et Jupiter).

1. Orbite d'Éris

Éris parcourt une orbite elliptique autour du Soleil avec une période de révolution T_E valant environ 557 années terrestres.

Données :

Période de révolution terrestre : T_T =1,00 an
Période de révolution de Pluton : T_P = 248 ans

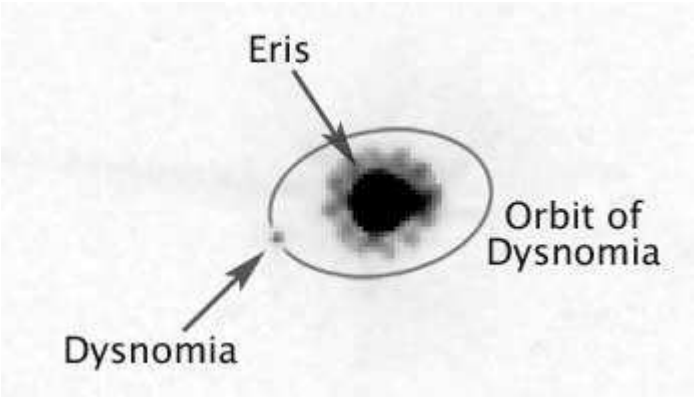
1.1. Énoncer précisément la troisième loi de Kepler, relative à la période de révolution d'une planète autour du Soleil, dans le cas d'une orbite elliptique.

1.2. L'orbite d'Éris se situe-t-elle au-delà ou en-deçà de celle de Pluton ? Justifier sans calcul.

2. Découverte de Dysnomia

Les astronomes ont découvert ensuite qu'Éris possède un satellite naturel qui a été baptisé Dysnomia (fille d'Éris et déesse de l'anarchie...).
Six nuits d'observation depuis la Terre ont permis de reconstituer l'orbite de Dysnomia.

On obtient la photographie ci-contre.



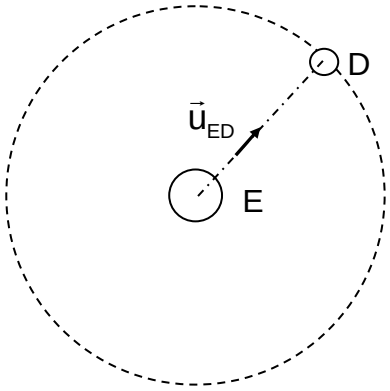
NASA, ESA and M. Brown (California Institute of Technology)
http://web.gps.caltech.edu/~mbrown/planetlila/moon/index.html

Données :
M_E *et* M_D *sont les masses respectives d'Eris et de Dysnomia*
Masse de Pluton : $M_P = 1{,}31\times10^{22}$ kg
Rayon de l'orbite circulaire de Dysnomia $R_D = 3{,}60\times10^{7}$ m
Période de révolution de Dysnomia : $T_D = 15{,}0$ jours $\approx 1{,}30\times10^{6}$ s
Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67\times10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

2.1. Mouvement de Dysnomia

Le *mouvement de Dysnomia autour d'Eris est supposé circulaire et uniforme.*

2.1.1. Définir le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia autour d'Éris.
Par la suite, ce référentiel sera considéré comme galiléen.



2.1.2. Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie de Dysnomia en fonction des paramètres de l'énoncé et d'un vecteur unitaire $\vec{u}_{ED}$ représenté sur le schéma ci-contre.

2.1.3. Préciser la direction et le sens de ce vecteur accélération.

2.1.4. Montrer que la période de révolution T_D de Dysnomia a pour expression

$$T_D = 2\pi\sqrt{\frac{R_D^3}{G.M_E}}.$$

Retrouve-t-on la troisième loi de Kepler ? Justifier.

2.2. Masse d'Éris

2.2.1. Déduire de l'expression de T_D (question 2.1.4.) celle de la masse M_E d'Éris. Calculer sa valeur.

2.2.2. Calculer le rapport des masses d'Éris et de Pluton $\frac{M_E}{M_P}$.

Expliquer alors pourquoi la découverte d'Éris a remis en cause le statut de planète pour Pluton.