L'échographie: comment ça marche?

Bac S 2009 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Définir ce qu'on appelle une onde mécanique.

Une onde mécanique est le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu matériel, sans transport de matière mais avec transport d'énergie.

PIÈGE
Oublier « milieu matériel » ou « sans transport de matière » : ce sont les deux mots-clés attendus. Une onde mécanique ne se propage pas dans le vide.

1.2 Donner la définition d'une onde longitudinale.

Une onde est longitudinale lorsque la perturbation du milieu s'effectue dans la même direction que celle de la propagation de l'onde.

COMPRENDRE
Pour les ultrasons, les tranches de fluide sont comprimées puis dilatées le long de la direction de propagation. À l'inverse, une onde le long d'une corde est transversale.

2.1 Sans faire de calcul, expliquer à l'aide des graphiques dans quel milieu la propagation des ultrasons est la plus rapide.

L'émission a lieu à $t = 0$ et la distance ℓ entre émetteur et récepteur est la même dans les deux expériences.

Le signal commence à être reçu vers $140\ \mu s$ dans l'eau (figure 7) et vers $580\ \mu s$ dans l'air (figure 8).

Pour une même distance, la durée du trajet est plus courte dans l'eau.

Les ultrasons se propagent plus vite dans l'eau que dans l'air.

PIÈGE
Repérer le maximum du signal au lieu de son début. Le retard de l'onde se lit à l'instant où le récepteur commence à osciller.

2.2 Calculer la vitesse de propagation des ultrasons dans l'eau.

Données utiles $\ell = 20{,}0\ \text{cm} = 0{,}200\ \text{m}$; début de la réception dans l'eau : $\Delta t \approx 140\ \mu\text{s} = 1{,}4 \times 10^{-4}\ \text{s}$ (figure 7)

L'onde parcourt la distance ℓ pendant la durée Δt :

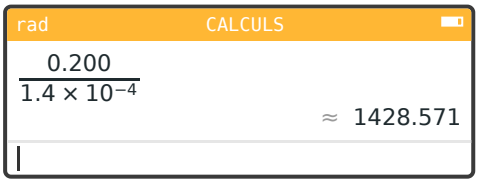
$$v_{\text{eau}} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{0{,}200}{1{,}4 \times 10^{-4}}$$

$v_{\text{eau}} = 1{,}4 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Laisser ℓ en centimètres ou Δt en microsecondes. Ici le trajet est un aller simple : pas de facteur 2.

COMPRENDRE
La lecture graphique de Δt n'a que deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Il est cohérent avec la valeur $1{,}43 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ donnée plus loin.

À LA CALCULATRICE



3.1.1 À l'aide de l'oscillogramme de la figure 10, déterminer la date t_R.

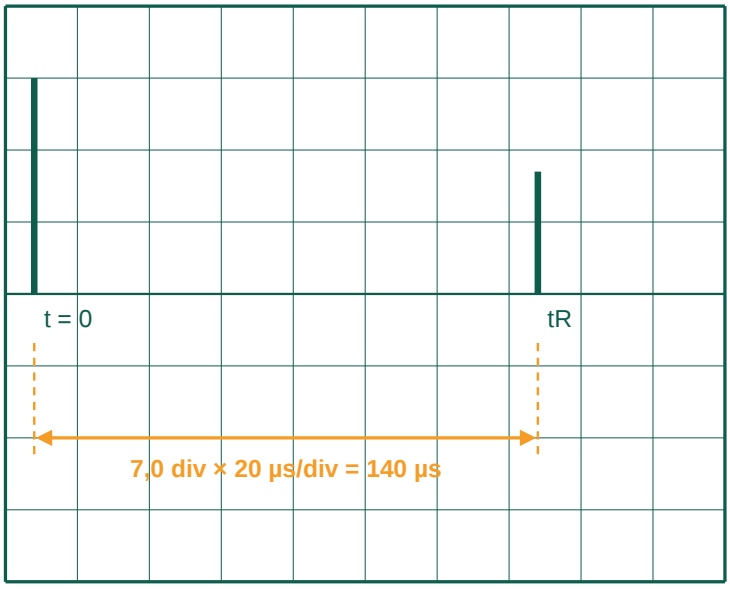
Données utiles balayage : $20\ \mu\text{s} \cdot \text{div}^{-1}$

Entre le pic d'émission ($t = 0$) et le pic de l'écho, on compte 7,0 divisions.

$t_R = 7{,}0 \times 20 = 140\ \mu\text{s}$

$t_R = 1{,}4 \times 10^{-4}\ \text{s}$

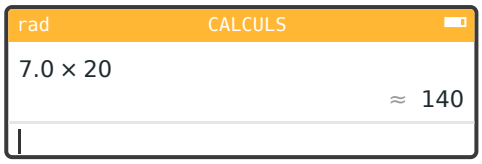
PIÈGE
Le pic d'émission n'est pas sur le bord gauche de l'écran : compter les divisions entre les deux pics. Une petite graduation vaut $0{,}2$ division, et non $0{,}1$.



Balayage : 20 µs par division

3.1.1 · Figure 10 du sujet : lecture de la date de l'écho de référence

À LA CALCULATRICE



3.1.2 Établir que $t_R = \dfrac{2D}{v}$, où D est la distance sonde-réflecteur et v la célérité des ultrasons dans l'eau.

Le signal va de la sonde S au réflecteur R, puis revient à la sonde : il parcourt la distance $2D$ dans l'eau, à la célérité v, pendant la durée t_R.

$v = \dfrac{2D}{t_R}$, d'où :

$$t_R = \frac{2D}{v}$$

MÉTHODE

Pour tout écho : durée = distance aller-retour divisée par la célérité. Si plusieurs milieux sont traversés, on additionne les durées de chaque tronçon.

3.2.1 Les ultrasons se propagent-ils plus vite dans l'eau ou dans le Plexiglas ? Justifier en comparant les figures 10 et 11.

Sur la figure 11, l'écho de référence arrive à $6{,}0$ divisions du pic d'émission, soit $t'_R = 120\ \mu s$, contre $t_R = 140\ \mu s$ sans la plaque : $t'_R < t_R$.

La distance parcourue, $2D$, est inchangée ; seule une épaisseur e d'eau a été remplacée par du Plexiglas. Le trajet est plus court en durée, donc cette épaisseur est traversée plus rapidement.

Les ultrasons se propagent plus vite dans le Plexiglas que dans l'eau.

3.2.2 a. Montrer que la longueur du trajet total aller-retour du signal dans l'eau uniquement est $L = 2\,(D - e)$. b. En déduire l'expression de t'_R en fonction de D, e, v et v'.

a. À l'aller, entre S et R, le signal traverse la plaque d'épaisseur e : il parcourt donc $D - e$ dans l'eau. Il en va de même au retour.

a. $L = (D - e) + (D - e) = 2\,(D - e)$

b. Durées des trajets dans l'eau, puis dans le Plexiglas (deux fois) :

$$\frac{L}{v} = \frac{2\,(D - e)}{v} \quad \text{et} \quad \frac{2e}{v'}$$

b. $t'_R = \dfrac{2\,(D - e)}{v} + \dfrac{2e}{v'}$

COMPRENDRE
Vérification rapide : pour $e = 0$ (pas de plaque), on retrouve $t_R = \dfrac{2D}{v}$.

3.2.3 Donner l'expression de la date t_A de réception de l'écho dû à la réflexion partielle en A, en fonction de d et v.

Le signal parcourt l'aller-retour S–A, soit $2d$, dans l'eau.

$t_A = \dfrac{2d}{v}$

3.2.4 Donner l'expression de la date t_B de réception de l'écho dû à la réflexion partielle en B, en fonction de d, e, v et v'.

Le signal parcourt $2d$ dans l'eau, puis l'aller-retour A–B, soit $2e$, dans le Plexiglas.

$t_B = \dfrac{2d}{v} + \dfrac{2e}{v'}$

PIÈGE
Écrire $\dfrac{2\,(d + e)}{v}$: entre A et B, l'onde se propage à la célérité v', pas v.

3.3.1 En utilisant les relations 1 et 2, montrer que $e = \dfrac{v}{2}\,(t_R - t'_R + t_B - t_A)$.

On additionne membre à membre les relations 1 et 2 :

$$(t_R - t'_R) + (t_B - t_A) = \frac{2e}{v} - \frac{2e}{v'} + \frac{2e}{v'} = \frac{2e}{v}$$

$e = \dfrac{v}{2}\,(t_R - t'_R + t_B - t_A)$

COMPRENDRE
La somme élimine v' : on mesure l'épaisseur de la plaque sans connaître la célérité des ultrasons dans le matériau.

3.3.2 Calculer la valeur de l'épaisseur e de la plaque.

Données utiles $t_R = 1{,}4 \times 10^{-4}$ s (3.1.1) ; $t'_R = 1{,}2 \times 10^{-4}$ s ; $t_A = 6{,}2 \times 10^{-5}$ s ; $t_B = 7{,}2 \times 10^{-5}$ s ; $v = 1{,}43 \times 10^{3}$ m · s^{-1}

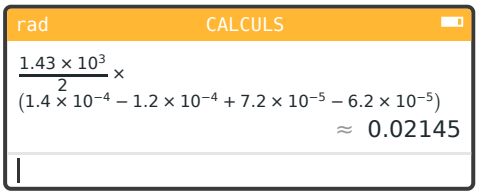
$$e = \frac{1{,}43 \times 10^{3}}{2} \times \left(1{,}4 \times 10^{-4} - 1{,}2 \times 10^{-4} + 7{,}2 \times 10^{-5} - 6{,}2 \times 10^{-5}\right)$$

$e = 2{,}145 \times 10^{-2}$ m, à arrondir à deux chiffres significatifs comme les dates.

$e = 2{,}1 \times 10^{-2}$ m $= 2{,}1$ cm

PIÈGE
Les dates n'ont pas toutes la même puissance de dix (10^{-4} et 10^{-5}) : la parenthèse vaut $3{,}0 \times 10^{-5}$ s.

À LA CALCULATRICE



3.3.3 À partir de la relation 2, exprimer v' en fonction de e, t_A et t_B, puis calculer sa valeur. Ce résultat est-il en accord avec la question 3.2.1 ?

Données utiles $e = 2{,}145 \times 10^{-2}$ m (3.3.2, valeur non arrondie) ; $t_A = 6{,}2 \times 10^{-5}$ s ; $t_B = 7{,}2 \times 10^{-5}$ s

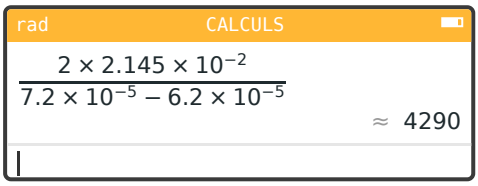
Relation 2 : $t_B - t_A = \dfrac{2e}{v'}$, donc $v' = \dfrac{2e}{t_B - t_A}$.

$$v' = \frac{2 \times 2{,}145 \times 10^{-2}}{7{,}2 \times 10^{-5} - 6{,}2 \times 10^{-5}}$$

$v' = 4{,}3 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v' > v = 1{,}43 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: en accord avec 3.2.1, les ultrasons vont plus vite dans le Plexiglas.

MÉTHODE
Dans un calcul enchaîné, reprendre la valeur non arrondie du résultat précédent. Avec $e = 2{,}1 \times 10^{-2}$ m, on trouverait $4{,}2 \times 10^{3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



3.4.1 Comment varie t'_R au fur et à mesure que la sonde descend ? Justifier.

D'après 3.2.2.b. : $t'_R = \dfrac{2D}{v} - 2e\left(\dfrac{1}{v} - \dfrac{1}{v'}\right)$, avec $\dfrac{1}{v} - \dfrac{1}{v'} > 0$ car $v' > v$.

Quand la sonde descend, l'épaisseur e de Plexiglas traversée augmente (figure 12), alors que D, v et v' ne changent pas : une part plus grande du trajet se fait dans le milieu le plus rapide.

t'_R diminue, par paliers, à chaque nouvelle marche de l'objet.

3.4.2 Comment varie l'écart $t_B - t_A$ entre l'écho réfléchi à l'entrée de l'objet et l'écho réfléchi à sa sortie lorsque la sonde descend ? Justifier.

D'après la relation 2 : $t_B - t_A = \dfrac{2e}{v'}$, avec v' constante. L'écart est proportionnel à l'épaisseur e, qui augmente quand la sonde descend.

L'écart $t_B - t_A$ augmente, par paliers.

COMPRENDRE
La face d'entrée reste à la distance d : t_A ne change pas, seul t_B recule. En mesurant cet écart pour chaque position de la sonde, on reconstitue le profil de l'objet : c'est le principe de l'image échographique.