EXERCICE III. L'ECHOGRAPHIE : COMMENT ÇA « MARCHE » ? (4 points)
Métropole 09/2009

En médecine, l'échographie est un examen courant, indolore et non dangereux permettant l'observation « directe » d'organes internes. La technique de l'échographie utilise des ondes ultrasonores produites par une sonde jouant le rôle d'émetteur et de récepteur. Les fréquences utilisées dépendent des organes ou des tissus biologiques à sonder (2 MHz à 15 MHz).
Pour obtenir une image par échographie on exploite entre autres, les propriétés suivantes des ondes ultrasonores :
- la célérité et l'absorption de l'onde ultrasonore dépendent du milieu traversé
- lorsqu'elle change de milieu, une partie de l'onde incidente est réfléchie, l'autre est transmise (elle continue son chemin). On dit qu'il y a réflexion partielle lorsqu'il y a changement de milieu aux interfaces tissulaires.
Connaissant les temps de retour des échos, leurs amplitudes et leurs célérités, on en déduit des informations sur la nature et l'épaisseur des tissus traversés. Un ordinateur compile toutes les informations et fournit des images de synthèse des organes sondés.

L'objectif de cet exercice est, après l'étude de quelques propriétés des ondes ultrasonores, d'illustrer le principe de l'échographie linéaire unidimensionnelle par la mesure de l'épaisseur d'un obstacle.

Les parties 1, 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes.

1. Les ondes ultrasonores

1.1. *Les ondes sonores et ultrasonores sont des ondes mécaniques.*
Définir ce qu'on appelle une onde mécanique.
1.2. *Les ondes ultrasonores sont des ondes longitudinales.*
Donner la définition d'une onde longitudinale.

2. Vitesse de propagation et milieu de propagation

Un émetteur ultrasonore est relié à un générateur de salves. L'émetteur est le siège d'oscillations très brèves. Le récepteur transforme l'onde ultrasonore reçue en signal électrique de même fréquence que cette onde. L'émetteur et le récepteur, placés dans un même milieu, en regard l'un de l'autre et à une distance donnée ℓ, sont reliés à un oscilloscope à mémoire. Les acquisitions sont transférées vers un tableur grapheur scientifique.
Les graphes ci-dessous donnent le signal capté par le récepteur. L'origine des dates t = 0 s est l'instant de l'émission. Selon les milieux traversés on obtient les deux enregistrements **figure 7** *et* **figure 8** *ci-dessous.*

Figure 7
Signal reçu par le récepteur dans l'eau

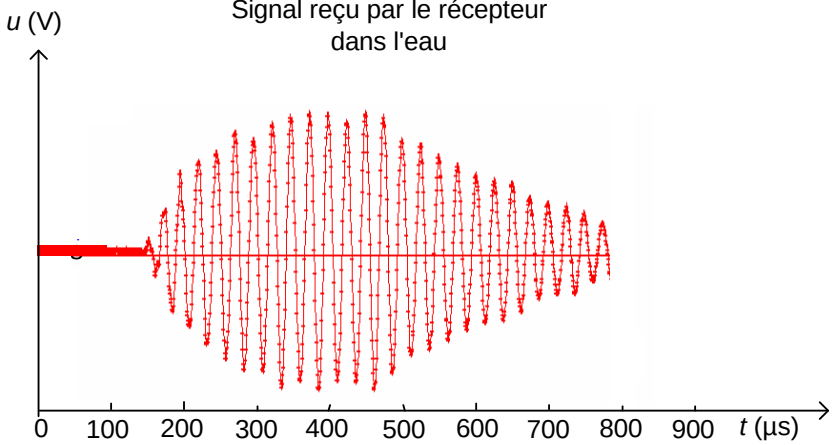
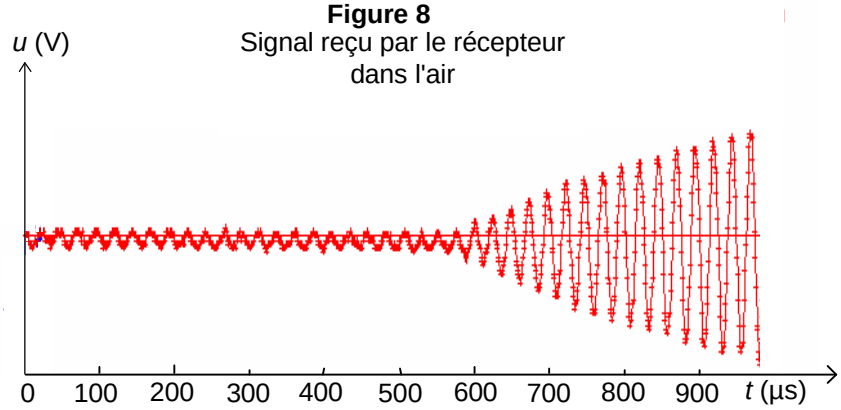


Figure 8
Signal reçu par le récepteur dans l'air



2.1. Sans faire de calcul, expliquer à l'aide des graphiques dans quel milieu la propagation des ultrasons est la plus rapide.
2.2. *L'émetteur et le récepteur sont séparés par une distance ℓ = 20,0 cm.*
Calculer la vitesse de propagation des ultrasons dans l'eau.

3. Comprendre le principe de l'échographie - Modélisation
Dans un récipient rempli d'eau, on place une plaque de Plexiglas® d'épaisseur e. L'eau simule le corps humain dont la composition est de 65 à 90 % d'eau (excepté pour les os et les dents). La plaque de plexiglas simule un muscle dense.
Une sonde échographique constituée d'un émetteur et d'un récepteur est plongée dans l'eau. Les signaux émis et reçus par la sonde sont très brefs. Sur les oscillogrammes, on représentera par un pic simple les signaux nécessaires à l'exploitation. On choisit sur les oscillogrammes l'origine des dates à l'instant de l'émission du signal.
Schéma de principe :

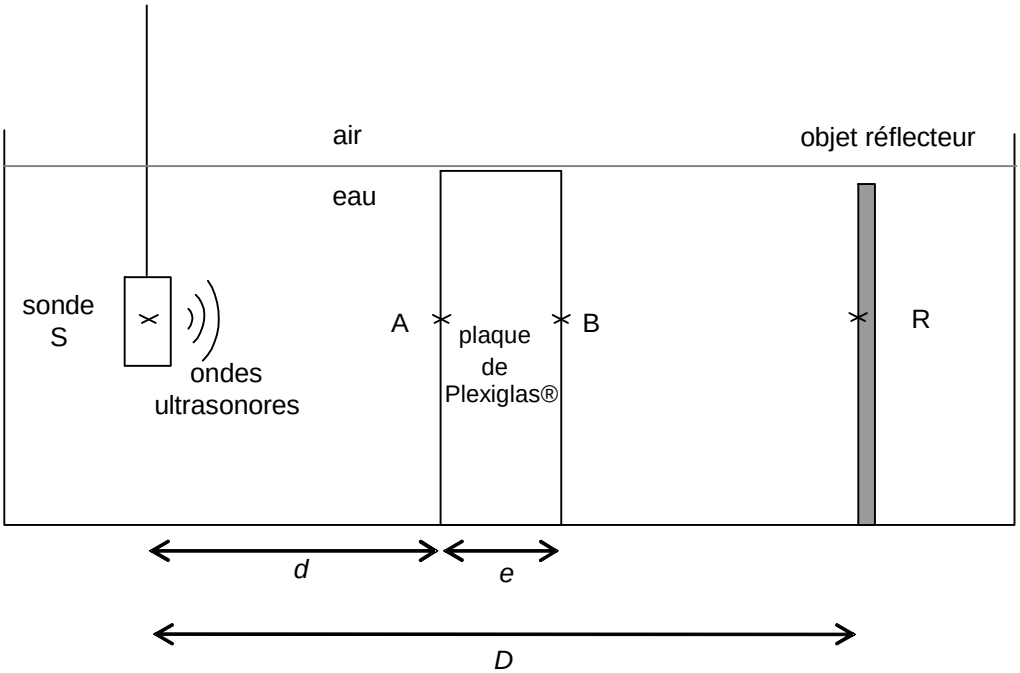
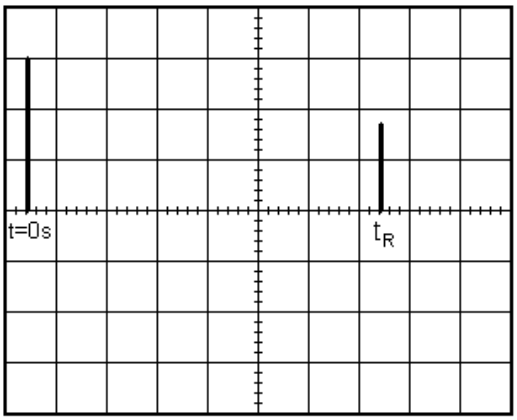


Figure 9

3.1. *L'oscillogramme* ***figure 10*** *est obtenu sans la plaque de Plexiglas®. À l'instant t = 0 s on visualise le signal émis par la sonde. À l'instant* t_R *, on visualise l'écho réfléchi sur l'objet réflecteur, on l'appellera écho de référence.*

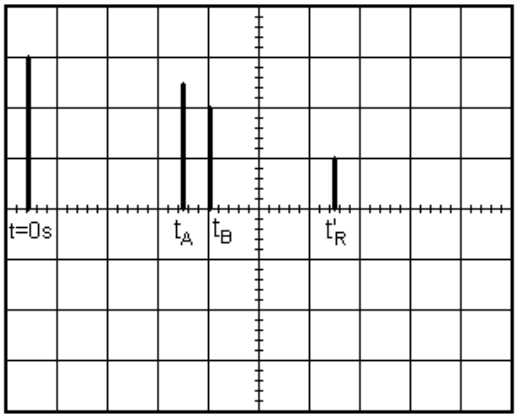


La durée de balayage de l'oscilloscope est $\tau_{osc} = 20\ \mu s.div^{-1}$.

Figure 10

3.1.1. À l'aide de l'oscillogramme **figure 10**, déterminer la date t_R.
3.1.2. Établir que l'expression de la date t_R en fonction de la distance D et de la célérité v des ultrasons dans l'eau est : $t_R = \dfrac{2.D}{v}$

3.2. *L'oscillogramme* **figure 11** *est obtenu avec la plaque de Plexiglas®.* t_A *et* t_B *sont les dates auxquelles la sonde détecte les ondes réfléchies par les faces de la plaque de Plexiglas®.*
Le nouvel écho de référence arrive à la date t'_R.



La durée de balayage de l'oscilloscope est $\tau_{osc} = 20\ \mu s.div^{-1}$.

Figure 11

3.2.1. Les ultrasons se propagent-ils plus vite dans l'eau ou dans le Plexiglas®? Justifier en comparant les résultats obtenus sur **figures 10** et **11**.

3.2.2. On appelle v' la vitesse de propagation des ultrasons dans le Plexiglas®.
a. Montrer que, la longueur L du trajet total aller-retour du signal dans l'eau uniquement est :

$$L = 2 \cdot (D - e)$$

b. À l'aide de la question 3.2.2.a, exprimer t'_R en fonction de D, e, v et v'.

3.2.3. Donner l'expression de la date t_A , date à laquelle la sonde reçoit l'écho dû à la réflexion partielle au point A, en fonction de d et v.

3.2.4. Donner l'expression de la date t_B , date à laquelle la sonde reçoit l'écho dû à la réflexion partielle au point B, en fonction de d, e, v et v'.

3.3. Exploitation des résultats

À partir des expressions de t_R et t'_R on montre que $\boxed{t_R - t'_R = \frac{2e}{v} - \frac{2e}{v'}}$ ***(relation 1)***

À partir des expressions de t_A et t_B on montre que $\boxed{t_B - t_A = \frac{2e}{v'}}$ ***(relation 2)***

3.3.1. En utilisant les **relations 1 et 2**, montrer que l'épaisseur *e* de la plaque a pour expression : $e = \frac{v}{2}(t_R - t'_R + t_B - t_A)$.

3.3.2. Connaissant les dates suivantes : $t'_R = 1{,}2 \times 10^{-4}$ s ; $t_A = 6{,}2 \times 10^{-5}$ s ; $t_B = 7{,}2 \times 10^{-5}$ s , calculer la valeur de l'épaisseur de la plaque en prenant $v = 1{,}43 \times 10^3$ m.s^{-1}

3.3.3. À partir de la **relation 2**, exprimer *v'* en fonction de *e*, t_A et t_B puis calculer sa valeur. Ce résultat est-il en accord avec la question 3.2.1. ?

3.4. Principe de l'échographie

On place dans la cuve remplie d'eau un objet en *Plexiglas*® présentant quatre épaisseurs différentes (voir la **figure 12** ci-dessous) simulant la forme d'un muscle.

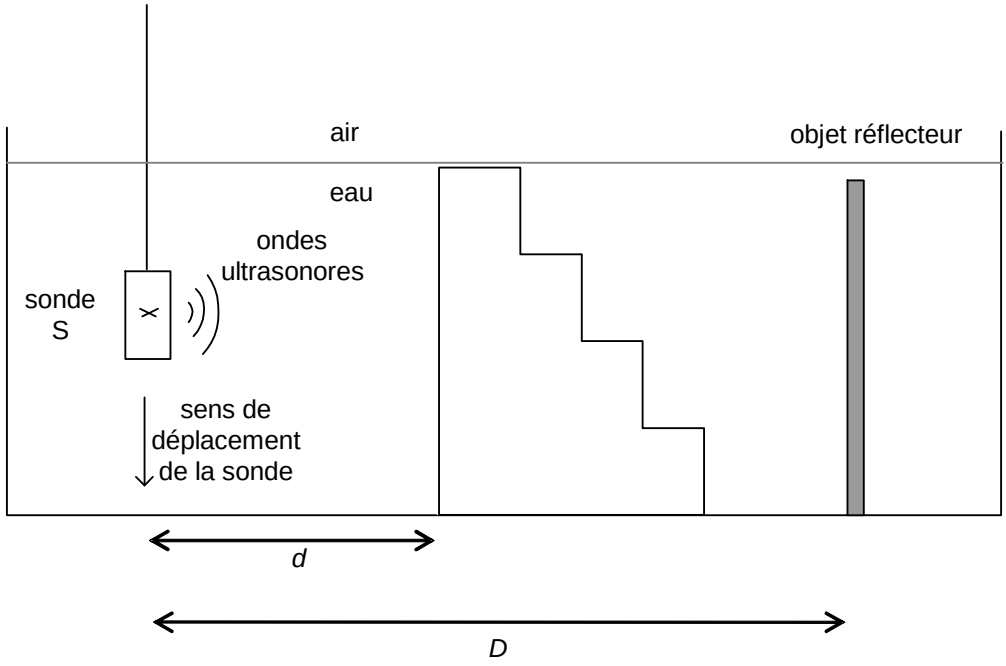


Figure 12

3.4.1. Comment varie t'_R au fur et à mesure que la sonde descend ? Justifier.

3.4.2. Comment varie l'écart $t_B - t_A$ entre l'écho réfléchi à l'entrée de l'objet simulant le muscle et l'écho réfléchi à sa sortie lorsque la sonde descend ? Justifier.