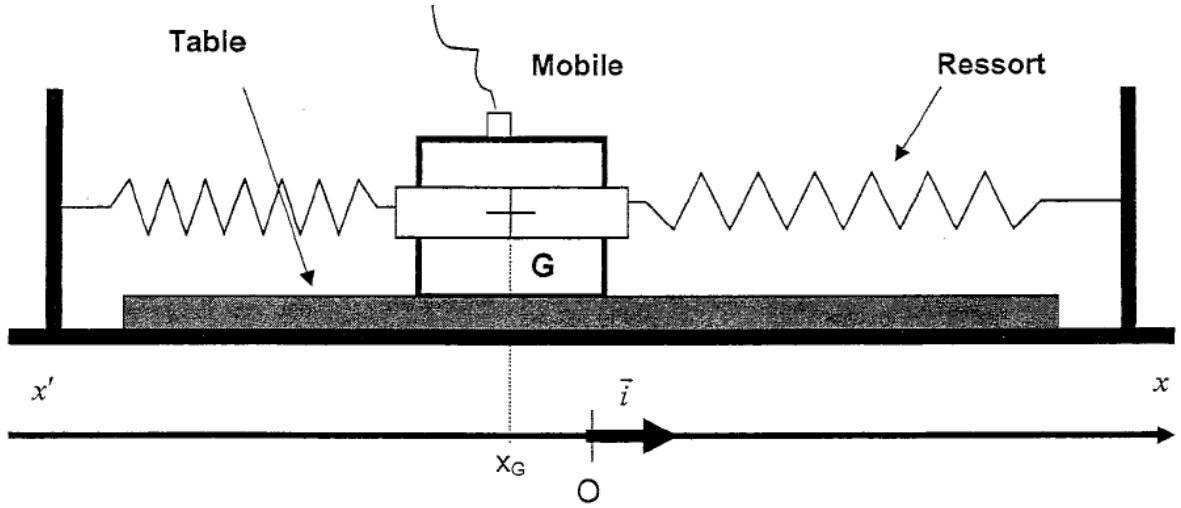
EXERCICE I : ÉTUDE EXPERIMENTALE D'UN OSCILLATEUR MECANIQUE (5 points) Réunion 2009

Au cours d'une séance de travaux pratiques des élèves étudient le mouvement, sur une table horizontale, d'un mobile autoporteur de masse m = 0,714 kg relié à deux ressorts à spires non jointives et de masses négligeables.
Le mobile est initialement écarté de sa position d'équilibre et lancé avec une vitesse initiale V_0.
Le mouvement du mobile est filmé par les élèves. Les positions successives du centre d'inertie G du mobile sont repérées à l'aide d'un logiciel de pointage à partir de la date du lancement t_0. Elles sont repérées sur un axe x'x horizontal, orienté de gauche à droite. L'origine O de l'axe coïncide avec la position du centre d'inertie G lorsque le mobile est au repos. L'intervalle de temps séparant deux positions successives est $\tau = 80$ ms.

Le schéma ci-dessous représente, à une date t quelconque, le dispositif expérimental utilisé ainsi que l'axe x'x.



On admettra que ce dispositif; constitué d'une masse et de deux ressorts, est équivalent à celui constitué de la même masse et d'un seul ressort de constante de raideur notée K.

1.Une première exploitation du pointage

Le tableau suivant donne les abscisses x_G des positions successives du centre d'inertie du mobile entre les dates t_{14} et t_{21}.

Position	14	15	16	17	18	19	20	21
Date *t* (en s)	1,12	1,20	1,28	1,36	1,44	1,52	1,60	1,68
Abscisse x_G (en m)	– 0,119	– 0,112	– 0,096	– 0,073	– 0,046	– 0,015	0,017	0,048

1.1. En exploitant numériquement les données du tableau précédent, un élève calcule la valeur de la vitesse à la date t_{17}. Il trouve $V_{G_{17}} = 0{,}31$ m.s^{-1}. Calculer la valeur de la vitesse $V_{G_{19}}$ à la date t_{19}.

1.2. Exprimer le vecteur accélération $\vec{a}_{G_{18}}$ du mobile au passage du point G_{18} en fonction des vecteurs vitesses $\vec{V}_{G_{17}}$ et $\vec{V}_{G_{19}}$ et de l'intervalle de temps correspondant. Tous ces vecteurs étant colinéaires, vérifier que la valeur de l'accélération à la date t_{18} est égale à 0,50 m.s^{-2}.

1.3. *La figure 1 fournie en **ANNEXE À REMETTRE AVEC LA COPIE**, représente le dispositif équivalent au dispositif expérimental (il ne comporte donc qu'un seul ressort de raideur K). Sur cette représentation, le ressort est comprimé. Les forces de frottements sont supposées négligeables.*
SUR LA FIGURE 1 DE L'ANNEXE À REMETTRE AVEC LA COPIE, représenter les trois forces qui s'exercent sur le mobile autoporteur sans considération d'échelle.

1.4. Parmi les propositions suivantes, choisir l'expression vectorielle de la force de rappel exercée par le ressort sur le mobile en fonction de l'abscisse x_G du centre d'inertie.

$$\vec{F} = K.x_G.\vec{i} \text{ ou } \vec{F} = -K.x_G.\vec{i}$$

1.5.
1.5.1. En projetant sur l'axe x'x la relation entre vecteurs traduisant la seconde loi de Newton appliquée sur le mobile, établir la relation entre K, m, x et a_x (équation 1).

1.5.2. En reprenant les valeurs de l'abscisse et de l'accélération à la date t_{18}, en déduire une estimation de la valeur numérique de la constante de raideur K du ressort équivalent.
Donnée : m = 0,714 kg

2. La période propre de l'oscillateur

L'équation horaire du mouvement est de la forme générale :

$$x_G(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi_0\right)$$

2.1. Nommer les deux grandeurs X_m et φ_0.

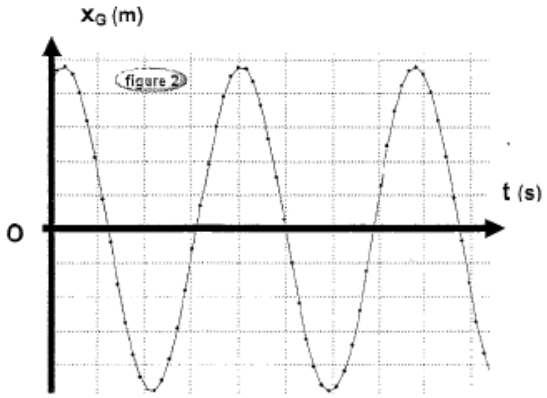
2.2. Choisir l'expression correcte de la période propre parmi les suivantes. Justifier par une analyse dimensionnelle.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{m \times K} \qquad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

2.3. *Les élèves mesurent la période des oscillations. Ils trouvent $T_0 = 1{,}88$ s.*
Déduire de cette mesure une nouvelle estimation de la valeur de K.
Rappel: m = 0,714 kg

3. Les conditions initiales et l'énergie mécanique

*La **figure 2** ci-dessous représente la courbe $x_G = f(t)$ obtenue par les élèves ainsi que le résultat de sa modélisation.*



Résultat de la modélisation de la courbe $x_G = f(t)$:

$x_G(t) = a \times \cos(b \times t + c)$

Avec $a = 0{,}120$ m
$b = 3{,}34$ rad.s^{-1}
$c = -0{,}488$ rad

3.1. Vérifier à l'aide du résultat de la modélisation que l'abscisse x_{G_0} du centre d'inertie du mobile à la date $t_0 = 0$ s est égale à 10,6 cm.

3.2. Toujours en utilisant le résultat de la modélisation, montrer que l'expression de la vitesse V_G en fonction du temps est donnée par :

$$V_G(t) = -0{,}401 \sin(3{,}34\,t - 0{,}488) \qquad (\text{m.s}^{-1})$$

3.3. Calculer la valeur de la vitesse initiale $V_{G_0} = \left(\frac{dx_G}{dt}\right)_{t=0}$ communiquée au mobile.

Dans quel sens cette vitesse a-t-elle été communiquée ?

3.4. *Soit E_m l'énergie mécanique du système {Mobile+Ressort}. La masse du ressort est négligeable.*

3.4.1. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de K, de m, de l'abscisse x_G et de la vitesse V_G du centre d'inertie du mobile.

3.4.2. *La valeur de l'énergie mécanique à la date t_{17} pour laquelle $V_{G17} = 0{,}31$ m.s^{-1} est $E_m = 5{,}6.10^{-2}$ J.* En utilisant le tableau de valeurs de la **première page** , retrouver la valeur de la constante de raideur K.

3.4.3. L'énergie mécanique E_m du système se conserve-t-elle sur la durée de l'enregistrement ? Justifier (aucun calcul n'est demandé).

ANNEXE
(à remettre avec la copie)

