Feu d'artifice et élément cuivre

Bac S 2009 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 3 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 En justifiant, identifier chacune des courbes d'énergie de la figure 2.

Les actions de l'air sont négligées : la fusée n'est soumise qu'à son poids, son énergie mécanique se conserve. La courbe **1**, horizontale, est celle de E_m.

Avec l'origine en O, $E_p = Mgy$: nulle au départ, elle augmente quand la fusée monte. C'est la courbe **2**.

$E_c = \frac{1}{2}Mv^2$ diminue, car la fusée ralentit pendant la montée. C'est la courbe **3**.

Courbe 1 : E_m ; courbe 2 : E_p ; courbe 3 : E_c.

COMPRENDRE

Vérification possible à $t = 0$: $E_c = \frac{1}{2} \times 0{,}400 \times 50{,}0^2 = 500$ J, valeur de départ de la courbe 3, et aussi valeur constante de la courbe 1.

1.1.2 À l'aide de la figure 2, déterminer l'instant t_A où la fusée atteint son altitude maximale y_A. Justifier.

À l'apogée, l'altitude est maximale, donc E_p est maximale. La vitesse s'y annule, donc $E_c = 0$.

Sur la figure 2, la courbe 3 atteint zéro et la courbe 2 atteint son maximum (500 J) à la même date.

$t_A = 5{,}0$ s

PIÈGE

Ne pas lire la date où les courbes 2 et 3 se croisent (vers 1,5 s) : à cet instant $E_c = E_p$, la fusée monte encore.

1.1.3 Donner les expressions de l'énergie mécanique aux instants t_0 et t_A.

À tout instant : $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}Mv^2 + Mgy$.

À t_0 : $y = 0$ et $v = v_0$, donc $E_m(t_0) = \frac{1}{2}Mv_0^2$.

À t_A : $y = y_A$ et $v = 0$, donc $E_m(t_A) = Mgy_A$.

$E_m(t_0) = \frac{1}{2}Mv_0^2$ et $E_m(t_A) = Mgy_A$

1.1.4 En déduire que $y_A = \frac{v_0^2}{2g}$, puis calculer l'altitude de l'apogée.

Données utiles $v_0 = 50{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

L'énergie mécanique se conserve : $E_m(t_0) = E_m(t_A)$, soit $\frac{1}{2}Mv_0^2 = Mgy_A$.

En simplifiant par M : $y_A = \frac{v_0^2}{2g}$.

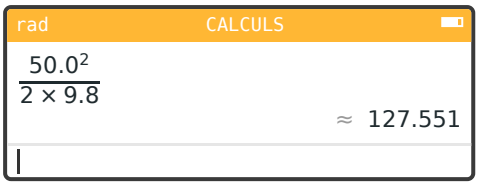
$$y_A = \frac{50{,}0^2}{2 \times 9{,}8} = 1{,}3 \times 10^2\ \text{m}$$

$y_A = \frac{v_0^2}{2g} = 1{,}3 \times 10^2$ m

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs : le résultat ne peut pas être plus précis que la donnée la moins précise, ici $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. La masse disparaît : l'altitude atteinte ne dépend pas de la masse de la fusée.

À LA CALCULATRICE



1.1.5 En réalité l'apogée vaut 122 m. Interpréter l'écart avec la valeur de la question 1.1.4.

Données utiles $y_A = 1{,}3 \times 10^2$ m (1.1.4)

La valeur réelle (122 m) est inférieure à la valeur calculée (environ 128 m).

Le calcul néglige les actions de l'air. En réalité, les frottements dissipent une partie de l'énergie mécanique : toute l'énergie cinétique initiale n'est pas convertie en énergie potentielle de pesanteur.

Les frottements de l'air, négligés dans le modèle, font diminuer l'énergie mécanique : l'apogée réelle est plus basse.

1.2.1 En appliquant la seconde loi de Newton, établir les expressions des composantes $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse d'une étoile de masse m.

Système {étoile}, référentiel terrestre supposé galiléen. Seule force : le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ (air négligé).

Seconde loi de Newton : $m\vec{g} = m\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$, soit $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_y = -g\,t + C_2$.

À $t = 0$: $v_x(0) = v_A \cos\alpha$ et $v_y(0) = v_A \sin\alpha$, d'où $C_1 = v_A \cos\alpha$ et $C_2 = v_A \sin\alpha$.

$v_x(t) = v_A \cos\alpha$ et $v_y(t) = -g\,t + v_A \sin\alpha$

PIÈGE
L'axe $(O, \vec{j})$ est orienté vers le haut : $a_y = -g$, et non $+g$. Ne pas intervertir $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$: l'angle est mesuré par rapport à l'horizontale.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, bilan des forces, seconde loi, projection sur les axes, primitives, puis constantes fixées par les conditions initiales.

1.2.2 Identifier, en justifiant, les courbes (4) et (5) de la figure 4.

$v_x = v_A \cos\alpha$ ne dépend pas du temps : c'est la courbe horizontale, la courbe **5**.

$v_y = -g\,t + v_A \sin\alpha$ est une fonction affine du temps, de coefficient directeur $-g$ négatif : c'est la droite décroissante, la courbe **4**.

Courbe 4 : $v_y(t)$; courbe 5 : $v_x(t)$.

COMPRENDRE
La courbe 4 perd environ $10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ en 1 s : on retrouve bien une pente proche de $-g$.

1.2.3 Montrer que l'équation de la trajectoire est $y(x) = -\dfrac{g}{2v_A^2\cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + y_A$. De quel type de trajectoire s'agit-il ?

Données utiles $v_x(t)$ et $v_y(t)$ (1.2.1)

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de v_x et v_y :

$x(t) = v_A\cos\alpha\;t + C_3$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}g\,t^2 + v_A\sin\alpha\;t + C_4$.

À $t = 0$, l'étoile est en A : $x(0) = 0$ et $y(0) = y_A$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = y_A$.

La première équation donne $t = \dfrac{x}{v_A\cos\alpha}$. On remplace dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_A\cos\alpha}\right)^2 + v_A\sin\alpha\,\frac{x}{v_A\cos\alpha} + y_A$$

Avec $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$:

$y(x) = -\dfrac{g}{2v_A^2\cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + y_A$: la trajectoire est une **parabole** (concavité vers le bas).

PIÈGE
Oublier la constante y_A : l'étoile part du point A, à 122 m au-dessus de O, et non de l'origine du repère.

2.1 Le spectre d'émission de la molécule CuCl appartient-il au domaine visible, ultraviolet ou infrarouge ?

Données utiles bandes centrées sur 395 ; 433 ; 435 ; 484 ; 488 ; 525 nm

Le domaine visible s'étend, dans le vide, d'environ 400 nm (violet) à 800 nm (rouge). Les longueurs d'onde du spectre vont de 395 nm à 525 nm : elles sont dans cet intervalle, la première se situant à sa limite.

Le spectre d'émission appartient au domaine **visible** (du violet au vert).

COMPRENDRE
Ces radiations violettes, bleues et vertes expliquent la couleur bleue de la flamme. L'ultraviolet correspond à $\lambda < 400$ nm, l'infrarouge à $\lambda > 800$ nm.

2.2 À quelle fréquence ν correspond la longueur d'onde 435 nm dans le vide ? Calculer l'énergie du photon correspondant en eV.

Données utiles $h = 6{,}6\times10^{-34}$ J·s ; $c = 3{,}0\times10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}6\times10^{-19}$ J

Dans le vide : $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ avec $\lambda = 435\times10^{-9}$ m.

$$\nu = \frac{3{,}0\times10^{8}}{435\times10^{-9}} = 6{,}9\times10^{14}\ \text{Hz}$$

Énergie du photon : $E = h\,\nu = \dfrac{h\,c}{\lambda}$

$$E = \frac{6{,}6\times10^{-34}\times3{,}0\times10^{8}}{435\times10^{-9}} = 4{,}6\times10^{-19}\ \text{J}$$

En électronvolts : $E = \dfrac{4{,}55\times10^{-19}}{1{,}6\times10^{-19}} = 2{,}8$ eV.

$\nu = 6{,}9\times10^{14}$ Hz et $E = 2{,}8$ eV

PIÈGE
Laisser λ en nanomètres donne une fréquence fausse d'un facteur 10^9. Pour passer des joules aux électronvolts, on divise par $1{,}6\times10^{-19}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3.0 \times 10^{8}}{435 \times 10^{-9}} \approx 6.896552 \times 10^{14}$$

$$\frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^{8}}{435 \times 10^{-9}} \approx 4.551724 \times 10^{-19}$$

$$\frac{\frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^{8}}{435 \times 10^{-9}}}{1.6 \times 10^{-19}} \approx 2.844828$$

3.1 Écrire les demi-équations d'oxydoréduction associées à chaque couple mis en jeu lors de l'attaque du cuivre par l'acide nitrique.

Données utiles couples $Cu^{2+}(aq)$ / $Cu(s)$ et $NO_3^-(aq)$ / $NO(g)$

Le cuivre métallique est oxydé en ions cuivre (II) :

$$Cu(s) = Cu^{2+}(aq) + 2\,e^-$$

Les ions nitrate sont réduits en monoxyde d'azote, en milieu acide :

$$NO_3^-(aq) + 4\,H^+(aq) + 3\,e^- = NO(g) + 2\,H_2O(l)$$

$Cu(s) = Cu^{2+}(aq) + 2\,e^-$ et
$NO_3^-(aq) + 4\,H^+(aq) + 3\,e^- = NO(g) + 2\,H_2O(l)$

COMPRENDRE
Le gaz formé, NO, est incolore. C'est son oxydation par le dioxygène de l'air en NO_2 qui donne la couleur rousse observée.

MÉTHODE
Équilibrer dans l'ordre : l'élément autre que O et H, puis O avec H_2O, puis H avec H^+, enfin les charges avec les électrons. Contrôle : charge $-1+4-3=0$ de chaque côté.

3.2.1 Calculer la masse de sulfate de cuivre pentahydraté à peser pour préparer la solution mère S_0 par dissolution.

Données utiles $V_0 = 100$ mL ; $c_0 = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $M(CuSO_4, 5\,H_2O) = 249{,}6$ g · mol^{-1}

Quantité de soluté à dissoudre : $n_0 = c_0\,V_0$. Masse correspondante : $m_0 = n_0\,M = c_0\,V_0\,M$.

$$m_0 = 1{,}0 \times 10^{-1} \times 0{,}100 \times 249{,}6 = 2{,}5\ \text{g}$$

$m_0 = 2{,}5$ g

PIÈGE
Convertir V_0 en litres (0,100 L). Utiliser la masse molaire du solide hydraté, celui que l'on pèse réellement, et non celle de $CuSO_4$ seul.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$1.0 \times 10^{-1} \times 0.100 \times 249.6 \approx 2.496$$

3.2.2 Calculer le volume $V_{mère}$ de solution mère S_0 à prélever pour préparer la solution fille S_3. Justifier.

Données utiles $c_0 = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $c_3 = 4{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $V = 25{,}0$ mL

Lors d'une dilution, la quantité de matière de soluté se conserve : celle prélevée dans S_0 se retrouve dans S_3.

$c_0\,V_{mère} = c_3\,V$, donc $V_{mère} = \dfrac{c_3\,V}{c_0}$

$$V_{mère} = \frac{4{,}0 \times 10^{-2} \times 25{,}0}{1{,}0 \times 10^{-1}} = 10\ \text{mL}$$

$V_{mère} = 10$ mL

COMPRENDRE
La solution est diluée 2,5 fois. En pratique : pipette jaugée de 10,0 mL, fiole jaugée de 25,0 mL, eau distillée jusqu'au trait de jauge.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{4.0 \times 10^{-2} \times 25.0}{1.0 \times 10^{-1}} \approx 10$$

3.2.3 À l'aide du spectre d'absorption de la figure 5, justifier le choix de la longueur d'onde retenue pour l'étude.

Sur la figure 5, l'absorbance de la solution de sulfate de cuivre passe par un maximum ($A \approx 1{,}27$) pour une longueur d'onde voisine de 810 nm.

En se plaçant à ce maximum, les absorbances mesurées sont les plus grandes possibles : la précision relative des mesures est la meilleure, et une petite erreur de réglage de λ modifie peu A.

$\lambda = 810$ nm correspond au maximum d'absorption de la solution : les mesures y sont les plus précises.

COMPRENDRE
La solution absorbe surtout le rouge et le proche infrarouge : la lumière transmise est donc bleue, couleur des solutions d'ions Cu^{2+}.

3.2.4 L'absorbance de la solution S vaut $A_S = 0{,}70$. En déduire sa concentration molaire c_S, en justifiant graphiquement sur la figure 6.

Données utiles $A_S = 0{,}70$; points de la figure 6 (tableau de l'échelle de teintes)

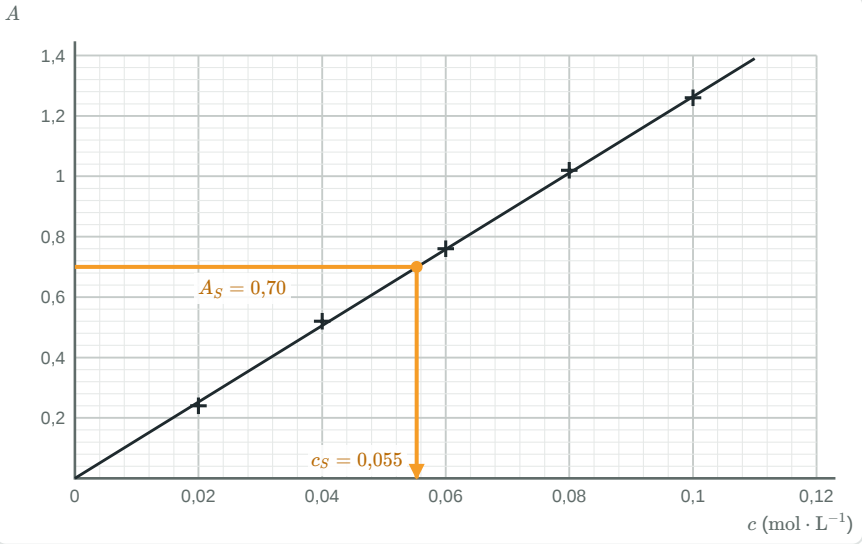
Les points expérimentaux sont alignés avec l'origine : on trace la droite passant par l'origine et au plus près des points. D'après la loi de Beer-Lambert, $A = k\,c$: absorbance et concentration sont proportionnelles.

On repère $A_S = 0{,}70$ sur l'axe des ordonnées, on rejoint la droite puis on lit l'abscisse du point obtenu.

$c_S = 5{,}5 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1}

PIÈGE
Relier les points un à un par des segments. Il faut une seule droite moyenne, tracée à la règle et passant par l'origine, avec les traits de lecture apparents sur l'annexe.

COMPRENDRE
Une lecture graphique comprise entre $5{,}4 \times 10^{-2}$ et $5{,}6 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} est acceptable. Contrôle : la droite a pour pente $k \approx 12{,}7$ L · mol^{-1} et $0{,}70 \div 12{,}7 \approx 0{,}055$.



3.2.4 · Figure 6 de l'annexe complétée : droite d'étalonnage et lecture de c_S

3.3.1 Calculer la masse $m(\text{Cu})$ de cuivre contenue dans l'échantillon étudié.

Données utiles $c_S = 5{,}5 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (3.2.4) ; volume de la fiole $V_S = 1{,}0\ \text{L}$; $M(\text{Cu}) = 63{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

La transformation est totale et l'acide est en excès : tout le cuivre de l'échantillon se retrouve sous forme d'ions Cu^{2+} dans la solution S, donc $n(\text{Cu}) = n(\text{Cu}^{2+}) = c_S\, V_S$.

$$m(\text{Cu}) = c_S\, V_S\, M(\text{Cu})$$

$$m(\text{Cu}) = 5{,}5 \times 10^{-2} \times 1{,}0 \times 63{,}5 = 3{,}5\ \text{g}$$

$$\boxed{m(\text{Cu}) = 3{,}5\ \text{g}}$$

PIÈGE
Le volume à utiliser est celui de la fiole jaugée (1,0 L) qui contient tout le cuivre de l'échantillon, pas les 25,0 mL des solutions filles.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$5.5 \times 10^{-2} \times 1.0 \times 63.5$

$\approx$ 3.4925

3.3.2 En déduire le pourcentage massique du cuivre dans l'échantillon, puis le comparer à la valeur de l'énoncé en calculant l'écart relatif.

Données utiles $m = 4{,}1\ \text{g}$; $m(\text{Cu}) = 3{,}5\ \text{g}$ (3.3.1) ; valeur attendue : 89 %

Pourcentage massique : $p = \dfrac{m(\text{Cu})}{m} \times 100$

$$p = \frac{3{,}49}{4{,}1} \times 100 = 85\ \%$$

Écart relatif avec la valeur de référence $p_{\text{réf}} = 89\ \%$:

$$\frac{|p - p_{\text{réf}}|}{p_{\text{réf}}} \times 100 = \frac{89 - 85}{89} \times 100 \approx 4\ \%$$

L'écart est faible : la mesure est compatible avec la composition annoncée de l'alliage.

$$\boxed{p = 85\ \%\ \text{de cuivre ; écart relatif d'environ 4 \% avec les 89 \% annoncés.}}$$

COMPRENDRE
L'écart vient surtout de la lecture graphique de c_S (une variation de $0{,}1 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ déplace le résultat de 1,5 point) et de la masse connue avec deux chiffres seulement.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{3.4925}{4.1} \times 100$

$\approx$ 85.18293

$\dfrac{89 - 85.18292683}{89} \times 100$

$\approx$ 4.288846