Corrigé complet — Bac S 2009 Polynésie rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Oxydation du propan-2-ol** Facteurs cinétiques et trempe · Demi-équations d'oxydoréduction · Équivalence d'un titrage · Tableau d'avancement · Réactif limitant · Temps de demi-réaction	4 pts	52 min	10 questions	p. 2
Ex 2	**Quelle sera l'automobile du futur?** Condensateur · Charge à courant constant · Circuit RC et constante de temps · Énergie stockée dans un condensateur · Pile à combustible · Quantité d'électricité	6 pts	1 h 18	16 questions	p. 6
Ex 3	**Record de saut en longueur à moto** Vecteurs vitesse et accélération · Mouvement rectiligne uniformément accéléré · Énergie mécanique · Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équation de la trajectoire	6 pts	1 h 18	14 questions	p. 12

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Oxydation du propan-2-ol

Bac S 2009 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Pourquoi a-t-on introduit chaque prélèvement dans de l'eau glacée ?

La température est un facteur cinétique : en refroidissant brutalement le prélèvement, on ralentit très fortement l'oxydation de l'alcool (c'est une trempe). L'ajout d'eau dilue aussi les réactifs, ce qui ralentit encore la réaction.

La réaction (1) est quasiment stoppée : le titrage donne la quantité d'ions MnO_4^- présente à l'instant t du prélèvement.

COMPRENDRE
La dilution ne change pas la quantité d'ions permanganate du prélèvement : elle baisse les concentrations, pas les quantités de matière. Le volume d'eau (environ 40 mL) n'a donc pas besoin d'être mesuré avec précision.

1.2 Montrer que l'équation (2) support du titrage est $MnO_4^- + 8\,H^+ + 5\,Fe^{2+} = 5\,Fe^{3+} + Mn^{2+} + 4\,H_2O$.

Données utiles couples Fe^{3+}/Fe^{2+} et MnO_4^-/Mn^{2+}

Réduction de l'oxydant MnO_4^- :

$$MnO_4^- + 8\,H^+ + 5\,e^- = Mn^{2+} + 4\,H_2O \quad (\times 1)$$

Oxydation du réducteur Fe^{2+} :

$$Fe^{2+} = Fe^{3+} + e^- \quad (\times 5)$$

On multiplie la seconde par 5 pour échanger autant d'électrons, puis on additionne :

$$MnO_4^- + 8\,H^+ + 5\,Fe^{2+} = 5\,Fe^{3+} + Mn^{2+} + 4\,H_2O$$

PIÈGE
Additionner les demi-équations sans le coefficient 5 : il resterait des électrons dans le bilan. Une équation d'oxydoréduction n'en contient jamais.

MÉTHODE
Demi-équation en milieu acide : équilibrer l'élément principal (Mn), puis O avec H_2O, puis H avec H^+, enfin les charges avec des électrons. Vérifier ici : charge $+2$ de chaque côté.

1.3 Définir l'équivalence du titrage. Comment la repère-t-on ?

À l'équivalence, les réactifs titré (MnO_4^-) et titrant (Fe^{2+}) ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation (2) : ils sont tous deux entièrement consommés. Le réactif limitant change à cet instant.

Avant l'équivalence, le bécher contient encore des ions MnO_4^-, violets ; ils sont transformés en ions Mn^{2+}, incolores.

On repère l'équivalence par la disparition de la coloration violette du mélange.

PIÈGE
Écrire « quantités égales » à l'équivalence. Elles sont dans les proportions des nombres stœchiométriques : ici il faut cinq fois plus d'ions Fe^{2+} que d'ions MnO_4^-.

1.4 Exprimer la quantité $n^{\text{prél}}_{MnO_4^-}(t)$ d'ions permanganate dans le prélèvement à l'instant t en fonction de c' et V'_E.

À l'équivalence, d'après l'équation (2) : $\dfrac{n^{\text{prél}}_{MnO_4^-}(t)}{1} = \dfrac{n_{Fe^{2+}\text{ versé}}}{5}$, avec $n_{Fe^{2+}\text{ versé}} = c'\,V'_E$.

$$n^{\text{prél}}_{MnO_4^-}(t) = \frac{c'\,V'_E}{5}$$

MÉTHODE
À l'équivalence, diviser chaque quantité par son nombre stœchiométrique et écrire l'égalité des quotients. On évite ainsi de placer le facteur 5 du mauvais côté.

2.1 Exprimer puis calculer les quantités initiales $n^0_{MnO_4^-}$ d'ions permanganate et n^0_{prop} de propan-2-ol dans le mélange réactionnel.

Données utiles $c_0 = 0{,}20\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $V_0 = 50{,}0\ \text{mL}$; $V_{prop} = 1{,}0\ \text{mL}$; $\rho = 0{,}785\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$; $M = 60{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Ions permanganate : $n^0_{MnO_4^-} = c_0\,V_0 = 0{,}20 \times 50{,}0 \times 10^{-3} = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol

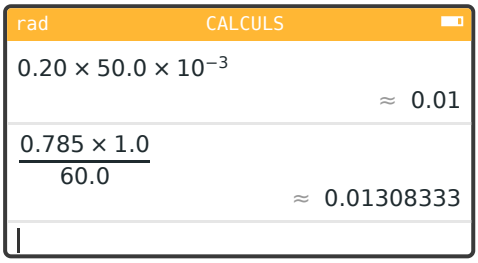
Propan-2-ol (liquide pur) : $m = \rho\,V_{prop}$, donc $n^0_{prop} = \dfrac{\rho\,V_{prop}}{M} = \dfrac{0{,}785 \times 1{,}0}{60{,}0} = 1{,}3 \times 10^{-2}$ mol

$n^0_{MnO_4^-} = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol et $n^0_{prop} = 1{,}3 \times 10^{-2}$ mol

PIÈGE
Utiliser $n = c\,V$ pour l'alcool : c'est un liquide pur, on passe par sa masse. Garder ρ en $\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$ avec V en mL, mais convertir V_0 en litres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les données les moins précises ($c_0 = 0{,}20\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $V_{prop} = 1{,}0$ mL).

À LA CALCULATRICE



2.2 Compléter, avec des expressions littérales, le tableau d'avancement de la transformation associée à la réaction (1), donné en annexe.

On note $n_1 = n^0_{prop}$ et $n_0 = n^0_{MnO_4^-}$. Chaque réactif perd, et chaque produit gagne, son nombre stœchiométrique multiplié par l'avancement.

À l'état intermédiaire : $n_1 - 5x$; $n_0 - 2x$; $5x$ de propanone ; $2x$ d'ions Mn^{2+}. À l'état final, x est remplacé par x_{max}.

PIÈGE
Oublier la ligne initiale des produits : il faut écrire 0 pour la propanone et pour Mn^{2+}, absents au départ.

Équation de la réaction		5 C_3H_8O	+ 2 MnO_4^-	+ 6 H^+	= 5 C_3H_6O	+ 2 Mn^{2+}	+ 8 H_2O
État du système	Avancement	Quantités de matière (mol)					
État initial	x = 0	n_1	n_0	excès	0	0	solvant
État intermédiaire	x	$n_1 - 5x$	$n_0 - 2x$	excès	$5x$	$2x$	solvant
État final	x_{max}	$n_1 - 5x_{max}$	$n_0 - 2x_{max}$	excès	$5x_{max}$	$2x_{max}$	solvant

2.2 · Annexe : tableau d'avancement complété (en orange, ce que l'on écrit)

2.3 Calculer l'avancement maximal de la réaction. Quel est le réactif limitant ?

Données utiles $n_0 = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol et $n_1 = 1{,}3 \times 10^{-2}$ mol (2.1)

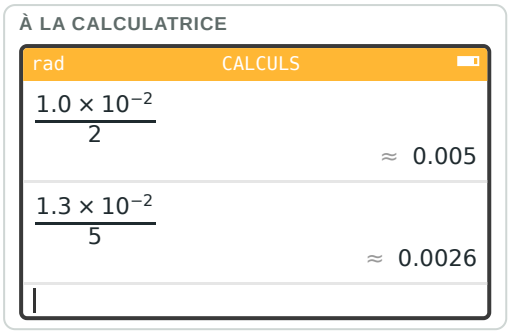
Si MnO_4^- est limitant : $n_0 - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{n_0}{2} = \dfrac{1{,}0 \times 10^{-2}}{2} = 5{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

Si le propan-2-ol est limitant : $n_1 - 5x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{n_1}{5} = \dfrac{1{,}3 \times 10^{-2}}{5} = 2{,}6 \times 10^{-3}$ mol.

On retient la plus petite valeur, atteinte en premier.

$x_{max} = 2{,}6 \times 10^{-3}$ mol : le réactif limitant est le propan-2-ol.

PIÈGE
Comparer directement n_0 et n_1 : la plus petite quantité initiale est celle des ions permanganate, alors que c'est l'alcool qui s'épuise. Il faut comparer $\dfrac{n_0}{2}$ et $\dfrac{n_1}{5}$.



2.4 Exprimer l'avancement x de la réaction en fonction de $n^0_{MnO_4^-}$, c' et V'_E.

Données utiles $n_{MnO_4^-}(t) = 10 \times n^{prél}_{MnO_4^-}(t)$; $n^{prél}_{MnO_4^-}(t) = \dfrac{c'\,V'_E}{5}$ (1.4)

D'après le tableau d'avancement : $n_{MnO_4^-}(t) = n^0_{MnO_4^-} - 2x$, donc $x = \dfrac{n^0_{MnO_4^-} - n_{MnO_4^-}(t)}{2}$.

Or $n_{MnO_4^-}(t) = 10 \times \dfrac{c'\,V'_E}{5} = 2\,c'\,V'_E$, d'où :

$$x = \frac{n^0_{MnO_4^-}}{2} - c'\,V'_E$$

COMPRENDRE
Le facteur 10 est un arrondi : le mélange occupe $50{,}0 + 50{,}0 + 1{,}0 = 101$ mL et le prélèvement 10,0 mL. Plus la réaction avance, plus V'_E diminue, et plus x augmente.

3.1 Définir, à l'aide d'une phrase, le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

PIÈGE
Dire « la moitié du temps de la réaction » : $t_{1/2}$ se définit à partir de l'avancement, pas de la durée totale. Il est d'ailleurs bien inférieur à la moitié de celle-ci.

3.2 Déterminer $t_{1/2}$ à l'aide de la courbe donnée en annexe.

Données utiles $x_{max} = 2{,}6 \times 10^{-3}$ mol $= 2{,}6$ mmol (2.3)

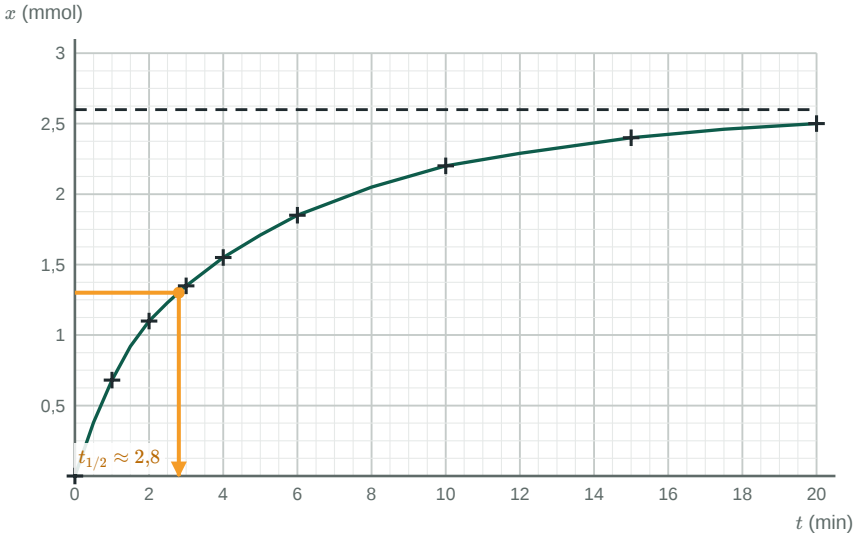
La transformation est totale : $x_f = x_{max}$, donc $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_{max}}{2} = \dfrac{2{,}6}{2} = 1{,}3$ mmol.

Sur la courbe, on trace l'horizontale d'ordonnée 1,3 mmol jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$t_{1/2} \approx 2{,}8$ min

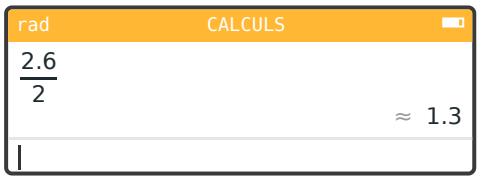
PIÈGE
Prendre pour valeur finale 2,5 mmol, dernier point du graphique : à 20 min la courbe monte encore. La valeur finale est $x_{max} = 2{,}6$ mmol, calculée en 2.3.

MÉTHODE
Laisser les traits de construction sur l'annexe rendue avec la copie : ils justifient la lecture.



3.2 · Annexe complétée : $x_{max} = 2{,}6$ mmol en tirets ; en orange, lecture de $t_{1/2}$ à l'ordonnée 1,3 mmol

À LA CALCULATRICE



Quelle sera l'automobile du futur?

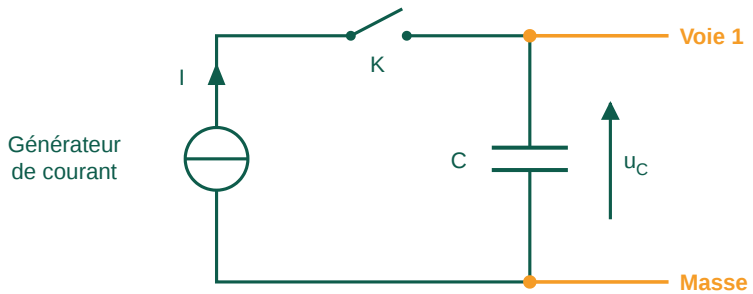
Bac S 2009 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Recopier le schéma du montage et indiquer les branchements (voie 1 et masse) permettant de visualiser la tension aux bornes du condensateur.

Le système d'acquisition mesure le potentiel de la voie 1 par rapport à celui de la masse. La flèche de u_C pointe vers l'armature du haut : on y relie la voie 1, et on relie la masse à l'armature du bas.

Voie 1 sur l'armature située à la pointe de la flèche u_C, masse sur l'autre armature.

PIÈGE
Inverser voie 1 et masse : on enregistrerait $-u_C$, une tension négative qui décroît.



1.1.1 · Montage de charge : voie 1 et masse aux bornes du condensateur

1.1.2 Exprimer u_C en fonction de C et de la charge du condensateur.

En notant q la charge portée par l'armature reliée à la voie 1 :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

COMPRENDRE
q est en coulombs, C en farads, u_C en volts. Cette charge q est celle de l'armature vers laquelle pointe la flèche de u_C.

1.1.3 Exprimer t en fonction de C, u_C et I pour $0 \leq t \leq t_1$.

L'intensité est le débit de charge : $I = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Comme I est constante et que le condensateur est déchargé à $t = 0$ (la courbe part de l'origine), $q = I\,t$.

D'après 1.1.2, $q = C\,u_C$, donc $C\,u_C = I\,t$.

$$t = \frac{C\,u_C}{I}$$

COMPRENDRE
À courant constant, $u_C = \dfrac{I}{C}\,t$ est proportionnelle au temps : c'est bien la rampe rectiligne de la courbe, avant le palier.

1.1.4 À l'aide de la courbe, calculer t_1.

Données utiles $C = 2600$ F ; $I = 10$ A ; $u_{C\max} = 2{,}7$ V

Sur la courbe, à l'instant t_1, la tension atteint $u_{C\max} = 2{,}7$ V. La relation de 1.1.3 donne :

$$t_1 = \frac{C\,u_{C\max}}{I} = \frac{2600 \times 2{,}7}{10} = 702 \text{ s}$$

$t_1 \approx 7{,}0 \times 10^2$ s, soit environ 12 min.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme 2,7 V et 10 A, les données les moins précises. Cette règle vaut pour tous les calculs de l'exercice.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{2600 \times 2.7}{10} \approx 702$

1.1.5 Exprimer puis calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lorsque la tension à ses bornes vaut 2,7 V.

Données utiles $C = 2600$ F ; $u_C = 2{,}7$ V

Énergie stockée dans un condensateur : $E = \frac{1}{2} C u_C^2$.

$$E = \frac{1}{2} \times 2600 \times 2{,}7^2 = 9\,477 \text{ J}$$

$E \approx 9{,}5 \times 10^3$ J, soit 9,5 kJ.

PIÈGE

Oublier le carré ou le facteur $\frac{1}{2}$. Seule la tension est élevée au carré, pas la capacité.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 2600 \times 2.7^2 \approx 9477$

1.1.6 Ce résultat est-il en accord avec les caractéristiques données par le fabricant ? Justifier.

Données utiles $E = 9\,477$ J (1.1.5) ; $m = 500$ g ; énergie massique annoncée : $19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

L'énergie massique est l'énergie stockée par kilogramme de condensateur, avec $m = 0{,}500$ kg :

$$\frac{E}{m} = \frac{9\,477}{0{,}500} = 1{,}9 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$\frac{E}{m} \approx 19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$: le résultat est en accord avec la valeur du fabricant.

PIÈGE

Laisser la masse en grammes : on obtiendrait $19 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$, à convertir avant de comparer à la valeur en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{9477}{0.500} \approx 18954$

1.2.1 Reproduire le schéma du circuit de décharge et représenter, en convention récepteur, les tensions u_C et u_R.

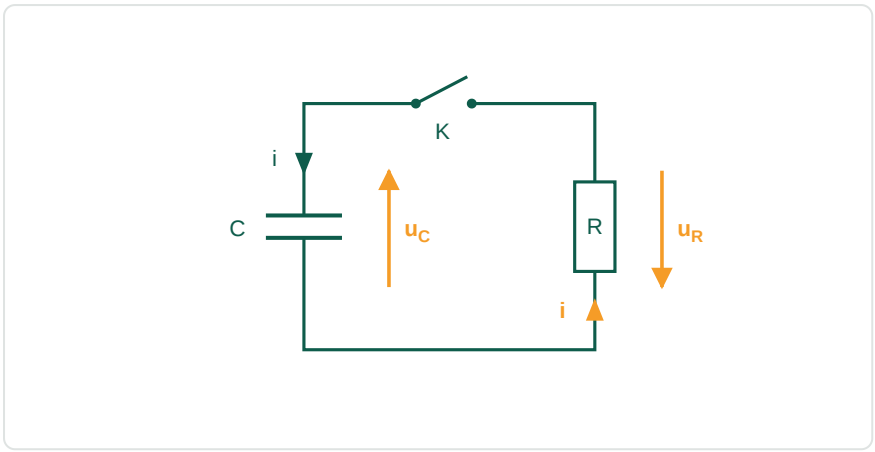
En convention récepteur, la flèche de la tension aux bornes d'un dipôle est de sens opposé à la flèche du courant qui le traverse.

Le courant i descend dans la branche du condensateur et remonte dans celle du conducteur ohmique.

Flèche u_C vers le haut (vers l'armature par laquelle i arrive), flèche u_R vers le bas.

MÉTHODE

Suivre le sens de i tout le long de la maille avant de tracer les tensions : chaque flèche de tension pointe vers la borne par laquelle le courant entre dans le dipôle.



1.2.1 · Circuit de décharge : tensions en convention récepteur

1.2.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C : $RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$.

Interrupteur fermé, la loi des mailles s'écrit : $u_C+u_R=0$.

Loi d'Ohm en convention récepteur : $u_R=Ri$.

Pour le condensateur en convention récepteur : $i=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $q=C\,u_C$ et C constante, donc $i=C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

Ainsi $u_R=RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, et la loi des mailles devient :

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

PIÈGE
Écrire $u_C=u_R$ ou $u_R=-Ri$ sans regarder l'orientation choisie : le signe « $+$ » de l'équation dépend des flèches tracées en 1.2.1.

COMPRENDRE
Pendant la décharge, u_C diminue : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ est négative, donc i aussi. Le courant réel circule dans le sens opposé à la flèche du schéma.

1.2.3 Par une équation aux dimensions, montrer que le produit RC est homogène à un temps.

Loi d'Ohm $u=Ri$: $[R]=\dfrac{[U]}{[I]}$.

Relation $i=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$: $[I]=[C]\dfrac{[U]}{T}$, donc $[C]=\dfrac{[I]\,T}{[U]}$.

$$[RC]=\frac{[U]}{[I]}\times\frac{[I]\,T}{[U]}=T$$

$[RC]=T$: le produit RC est homogène à un temps.

MÉTHODE
Pour chaque grandeur, choisir une relation simple qui la relie à des tensions, des intensités et des durées, puis simplifier. La dérivée $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ a la dimension d'une tension divisée par un temps.

1.2.4 La solution est de la forme $u_C=A+B\,\mathrm{e}^{-t/RC}$. Trouver une relation entre A et B avec la condition initiale, donner u_C lorsque le condensateur est déchargé, puis en déduire A et B.

Données utiles $u_C(0)=2{,}7$ V

À $t=0$: $u_C(0)=A+B\,\mathrm{e}^0=A+B$. Or le condensateur est chargé sous 2,7 V, donc $A+B=2{,}7$ V.

Lorsque le condensateur est déchargé, $u_C=0$ V. Cet état est atteint pour t très grand, quand $\mathrm{e}^{-t/RC}$ tend vers 0 : u_C tend vers A, donc $A=0$ V.

Il reste $B=2{,}7$ V.

$A=0$ V et $B=2{,}7$ V, soit $u_C=2{,}7\,\mathrm{e}^{-t/RC}$ (en volts).

COMPRENDRE
A est la valeur finale de u_C et $A+B$ sa valeur initiale. Ce raisonnement en deux temps sert pour toute charge ou décharge d'un circuit RC.

1.2.5 Déterminer graphiquement la constante de temps du circuit par une méthode à préciser, puis vérifier cette valeur par le calcul.

Données utiles $R = 1{,}0\ \Omega$; $C = 2600$ F ; $u_C(0) = 2{,}7$ V

Méthode des 37 % : à $t = \tau$, $u_C(\tau) = 2{,}7 \times \mathrm{e}^{-1} \approx 0{,}37 \times 2{,}7 = 1{,}0$ V.

Sur l'annexe, l'horizontale $u_C = 1{,}0$ V coupe la courbe au point d'abscisse $\tau \approx 43$ min.

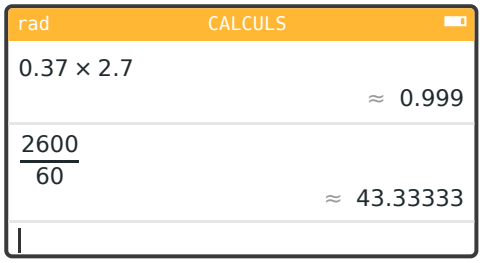
Par le calcul : $\tau = RC = 1{,}0 \times 2600 = 2{,}6 \times 10^3$ s, soit $\dfrac{2600}{60} \approx 43$ min.

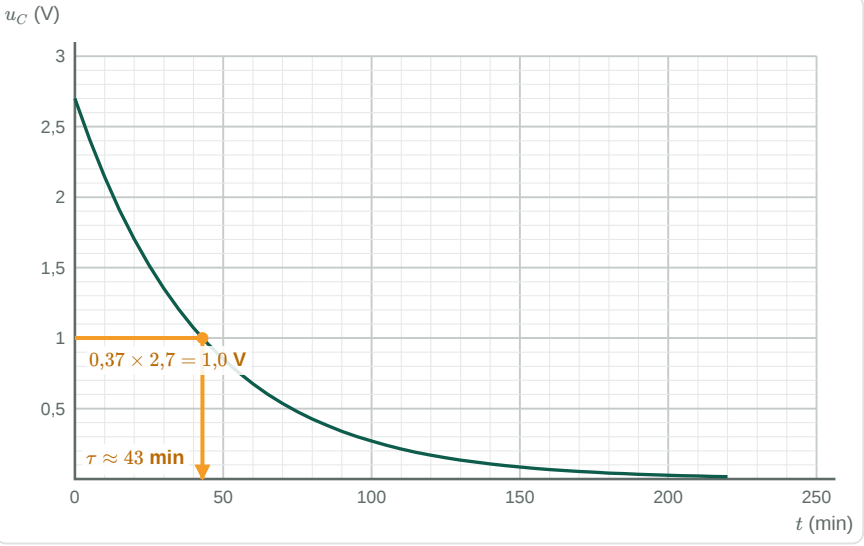
$\tau \approx 43$ min par lecture graphique et $\tau = RC = 2{,}6 \times 10^3$ s ≈ 43 min par le calcul : les deux valeurs concordent.

PIÈGE
L'axe des temps est gradué en minutes alors que RC sort en secondes : convertir avant de comparer.

MÉTHODE
Autre méthode acceptée : la tangente à la courbe à $t = 0$ coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$. Elle est moins précise, car le tracé de la tangente est délicat.

À LA CALCULATRICE





1.2.5 · Annexe complétée : lecture de la constante de temps à 37 % de la tension initiale

2.1 Écrire les demi-équations électroniques des transformations à chaque électrode ; préciser l'électrode concernée et s'il s'agit d'une oxydation ou d'une réduction.

Données utiles couples $CO_2(g)/CH_3OH(aq)$ et $O_2(g)/H_2O(l)$; électrolyte acide

D'après l'équation de fonctionnement, le méthanol et le dioxygène sont les réactifs.

Électrode au contact du méthanol : le réducteur CH_3OH cède des électrons, c'est une **oxydation**.

$$CH_3OH(aq) + H_2O(l) = CO_2(g) + 6\,H^+(aq) + 6\,e^-$$

Électrode au contact du dioxygène : l'oxydant O_2 capte des électrons, c'est une **réduction**.

$$O_2(g) + 4\,H^+(aq) + 4\,e^- = 2\,H_2O(l)$$

Oxydation du méthanol à l'électrode de gauche (anode) ; réduction du dioxygène à l'électrode de droite (cathode).

COMPRENDRE
En multipliant la première demi-équation par 2 et la seconde par 3, les 12 électrons s'éliminent et l'on retrouve l'équation du sujet : c'est la vérification à faire.

MÉTHODE
En milieu acide : équilibrer C, puis O avec H_2O, puis H avec H^+, enfin les charges avec les électrons.

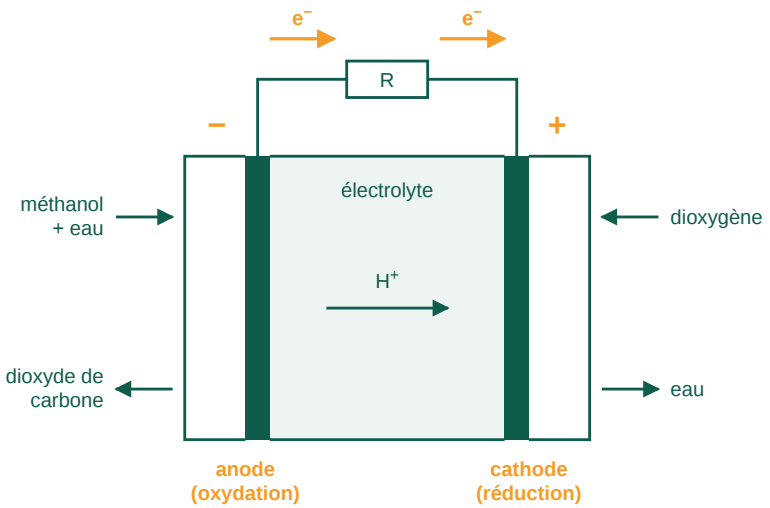
2.2 Indiquer la polarité des électrodes sur le schéma de l'annexe et représenter le sens de circulation des électrons dans le circuit extérieur.

Les électrons sont libérés par l'oxydation du méthanol et consommés par la réduction du dioxygène. Dans le circuit extérieur, ils vont donc de l'électrode côté méthanol vers l'électrode côté dioxygène, en traversant le conducteur ohmique.

Les électrons quittent la pile par sa borne négative.

Électrode côté méthanol : borne $-$; électrode côté dioxygène : borne $+$; électrons de la borne $-$ vers la borne $+$ dans le circuit extérieur.

COMPRENDRE
Le schéma le confirme : les ions H^+, produits à l'anode, migrent dans l'électrolyte vers la cathode, où ils sont consommés. Le courant, lui, circule de $+$ vers $-$ dans le circuit extérieur.



2.2 · Annexe complétée : polarité des électrodes et sens des électrons

2.3 La pile débite un courant de 50 mA pendant 2,0 h. Exprimer puis calculer le nombre de moles d'électrons n_e transférés pendant cette durée.

Données utiles $I = 50$ mA ; $\Delta t = 2{,}0$ h ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1} ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C

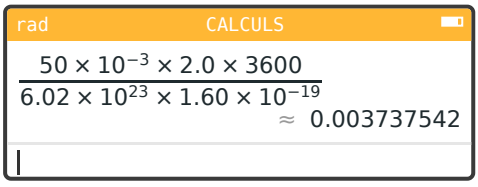
Charge débitée : $Q = I\,\Delta t$. Cette charge est portée par n_e moles d'électrons : $Q = n_e\,N_A\,e$.

$$n_e = \frac{I\,\Delta t}{N_A\,e} = \frac{50 \times 10^{-3} \times 2{,}0 \times 3600}{6{,}02 \times 10^{23} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

$n_e \approx 3{,}7 \times 10^{-3}$ mol

PIÈGE
Laisser l'intensité en mA ou la durée en heures : $Q = I\,\Delta t$ exige des ampères et des secondes ($2{,}0$ h $= 7\,200$ s).

À LA CALCULATRICE



2.4 Exprimer la masse de méthanol consommé en fonction de n_e, puis la calculer.

Données utiles $n_e = 3{,}74 \times 10^{-3}$ mol (2.3) ; $M(\mathrm{H}) = 1{,}0$, $M(\mathrm{C}) = 12{,}0$, $M(\mathrm{O}) = 16{,}0$ g · mol^{-1}

D'après la demi-équation d'oxydation, une mole de méthanol consommée libère 6 moles d'électrons : $n(\mathrm{CH_3OH}) = \dfrac{n_e}{6}$.

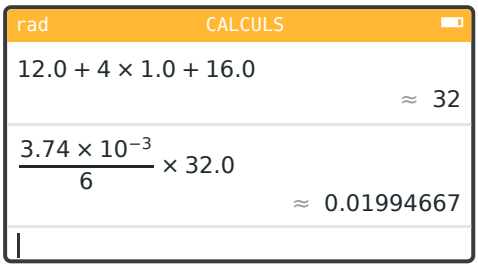
Masse molaire : $M(\mathrm{CH_3OH}) = 12{,}0 + 4 \times 1{,}0 + 16{,}0 = 32{,}0$ g · mol^{-1}.

$$m = \frac{n_e}{6} M(\mathrm{CH_3OH}) = \frac{3{,}74 \times 10^{-3}}{6} \times 32{,}0$$

$m \approx 2{,}0 \times 10^{-2}$ g, soit 20 mg de méthanol.

PIÈGE
Diviser par 12, le nombre d'électrons échangés dans l'équation de la pile, sans voir qu'elle met en jeu 2 moles de méthanol. Le rapport reste 6 électrons par molécule.

À LA CALCULATRICE



2.5 Exprimer puis calculer le volume de méthanol consommé.

Données utiles $m = 1{,}99 \times 10^{-2}$ g (2.4) ; $\rho = 0{,}79$ g · mL^{-1}

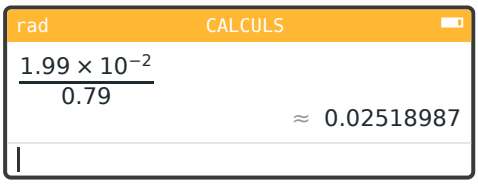
Masse volumique du méthanol liquide : $\rho = \dfrac{m}{V}$, donc

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1{,}99 \times 10^{-2}}{0{,}79}$$

$V \approx 2{,}5 \times 10^{-2}$ mL

COMPRENDRE
En deux heures, la pile consomme une fraction de goutte de méthanol : l'intensité débitée, 50 mA, est très faible devant celle qu'exige un moteur de voiture.

À LA CALCULATRICE



Record de saut en longueur à moto

Bac S 2009 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Exprimer les valeurs des vitesses v_2 et v_4 du centre d'inertie G aux points G_2 et G_4, puis les calculer.

Données utiles $\tau = 0{,}800$ s ; échelle de l'annexe : 1 cm pour 2 m

La vitesse en un point est assimilée à la vitesse moyenne entre les deux positions qui l'encadrent :

$$v_2 = \frac{G_1G_3}{2\tau} \qquad v_4 = \frac{G_3G_5}{2\tau}$$

Sur l'annexe, $G_1G_3 = 6{,}4$ cm, soit $6{,}4 \times 2 = 12{,}8$ m en réalité ; $G_3G_5 = 12{,}8$ cm, soit 25,6 m.

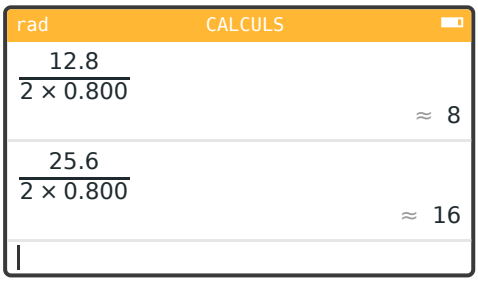
$$v_2 = \frac{12{,}8}{2 \times 0{,}800} = 8{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \qquad v_4 = \frac{25{,}6}{2 \times 0{,}800} = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_2 = 8{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_4 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Diviser par τ au lieu de 2τ : entre G_1 et G_3 il s'écoule deux intervalles de temps. Penser aussi à convertir les centimètres mesurés en mètres réels avec l'échelle.

COMPRENDRE
Une longueur mesurée à la règle est connue au millimètre près : on garde deux chiffres significatifs pour les vitesses, même si τ en compte trois.

À LA CALCULATRICE



1.2 Représenter les vecteurs vitesse $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$ sur l'annexe, à l'échelle 1 cm pour 2 m·s⁻¹.

Données utiles $v_2 = 8{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_4 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.1)

Chaque vecteur a pour origine le point considéré, pour direction celle de la trajectoire (rectiligne) et pour sens celui du mouvement.

Longueurs : $\frac{8{,}0}{2} = 4{,}0$ cm pour $\vec{v}_2$ et $\frac{16}{2} = 8{,}0$ cm pour $\vec{v}_4$.

$\vec{v}_2$: flèche de 4,0 cm partant de G_2 ; $\vec{v}_4$: flèche de 8,0 cm partant de G_4, toutes deux vers G_5.



1.2 · Annexe complétée : vecteurs vitesse en G_2 et G_4 (échelle 1 cm pour 2 m·s⁻¹)

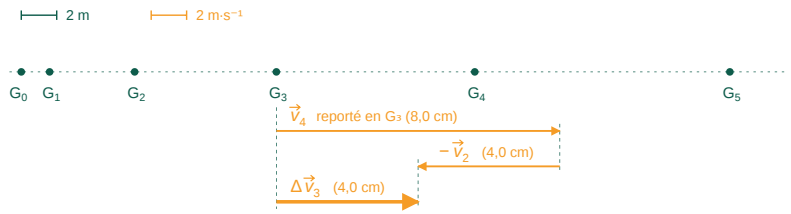
1.3 Représenter sur l'annexe le vecteur $\Delta\vec{v}_3 = \vec{v}_4 - \vec{v}_2$.

À partir de G_3, on reporte $\vec{v}_4$, puis on place à son extrémité le vecteur $-\vec{v}_2$ (même longueur que $\vec{v}_2$, sens opposé). Le vecteur $\Delta\vec{v}_3$ relie G_3 à l'extrémité obtenue.

Les deux vitesses ont même direction et même sens : la longueur de $\Delta\vec{v}_3$ vaut $8{,}0 - 4{,}0 = 4{,}0$ cm.

$\Delta\vec{v}_3$: flèche de 4,0 cm partant de G_3, dans le sens du mouvement.

MÉTHODE
Soustraire un vecteur, c'est ajouter son opposé : on met bout à bout $\vec{v}_4$ et $-\vec{v}_2$. Le vecteur obtenu se trace au point d'indice intermédiaire, ici G_3.



1.3 · Construction de $\Delta\vec{v}_3 = \vec{v}_4 - \vec{v}_2$ à partir de G_3 (flèches décalées vers le bas pour la lisibilité)

1.4 Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_3$ au point G_3, puis calculer sa valeur.

Données utiles $\Delta\vec{v}_3$ mesure 4,0 cm (1.3) ; échelle : 1 cm pour 2 m·s^{-1} ; $\tau = 0{,}800$ s

$$\vec{a}_3 = \frac{\Delta\vec{v}_3}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_2}{2\tau}$$

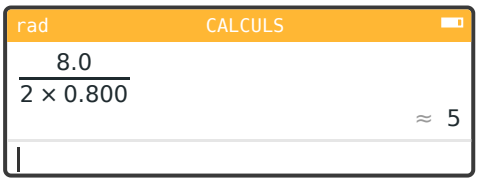
Avec l'échelle des vitesses : $\Delta v_3 = 4{,}0 \times 2 = 8{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$a_3 = \frac{\Delta v_3}{2\tau} = \frac{8{,}0}{2 \times 0{,}800}$$

$a_3 = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

COMPRENDRE
$\vec{a}_3$ a la direction et le sens de $\Delta\vec{v}_3$: il pointe dans le sens du mouvement, ce qui traduit une vitesse qui augmente.

À LA CALCULATRICE



1.5.1 Montrer que la courbe de la figure 2 permet d'affirmer que la valeur de l'accélération est constante.

La courbe $v(t)$ est une droite passant par l'origine : $v = k\,t$, avec k constant.

Le mouvement étant rectiligne, la valeur de l'accélération est $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$, c'est-à-dire le coefficient directeur de cette droite.

$a = k$: le coefficient directeur d'une droite est constant, donc l'accélération l'est aussi.

1.5.2 Estimer, à l'aide de la figure 2, la valeur de l'accélération du motard. Vérifier la compatibilité avec la valeur calculée en 1.4.

Données utiles droite passant par $(0\ ;\ 0)$ et $(10\ \text{s}\ ;\ 50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})$; $a_3 = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ (1.4)

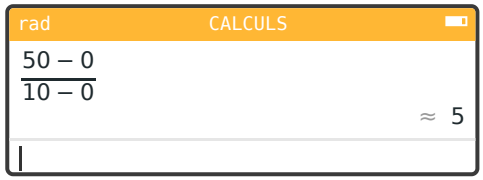
L'accélération est le coefficient directeur de la droite :

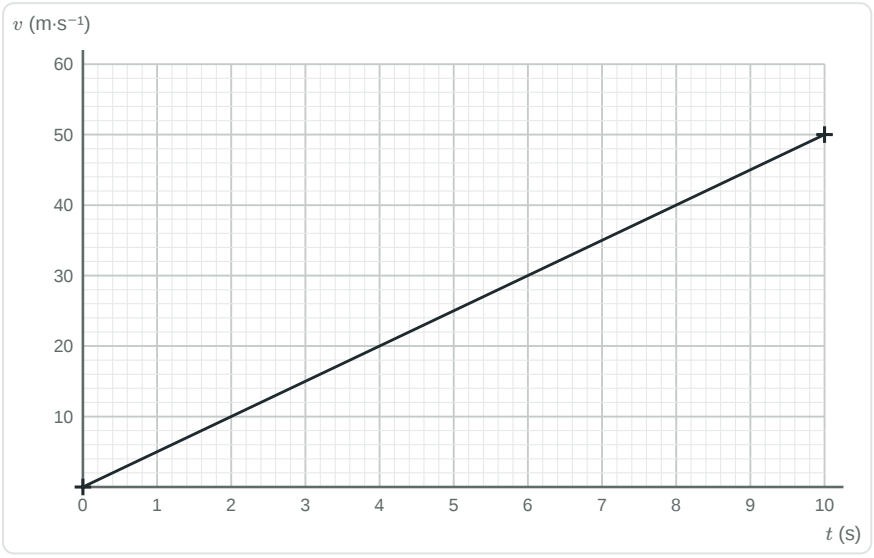
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50-0}{10-0} = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$a = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$: même valeur qu'en 1.4, les deux déterminations sont compatibles.

MÉTHODE
Pour un coefficient directeur, choisir deux points de la droite éloignés l'un de l'autre et placés sur des croisements du quadrillage : la lecture est plus précise.

À LA CALCULATRICE





1.5.2 · Figure 2 du sujet : points utilisés pour le coefficient directeur

1.5.3 À l'aide des figures 2 et 3, déterminer la distance parcourue par le motard lorsqu'il a atteint la vitesse de 160 km·h⁻¹.

Conversion : $v = \frac{160}{3{,}6} = 44{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Figure 2 : la droite atteint l'ordonnée $44{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à la date $t \approx 8{,}9$ s.

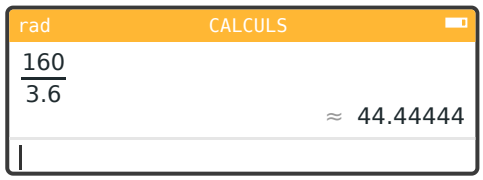
Figure 3 : à la date $t \approx 8{,}9$ s, la courbe donne une distance proche de 200 m.

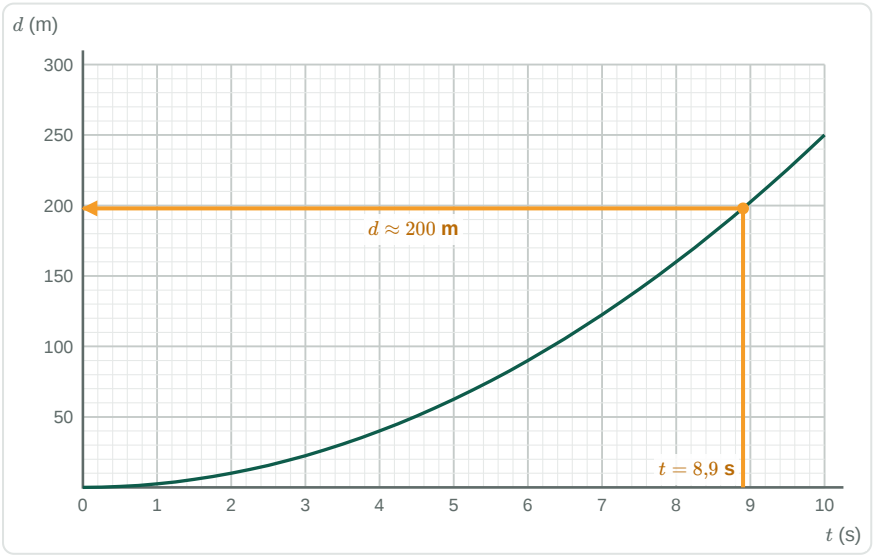
$d \approx 2{,}0 \times 10^2$ m

PIÈGE
Lire la figure 2 avec 160 sans convertir : l'axe est gradué en m·s⁻¹. On divise par 3,6 pour passer des km·h⁻¹ aux m·s⁻¹.

COMPRENDRE
Deux lectures graphiques successives : le résultat n'est fiable qu'à quelques mètres près, d'où deux chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE





1.5.3 · Figure 3 du sujet : lecture de la distance à la date $t \approx 8{,}9$ s

2.1 Exprimer l'énergie mécanique du système en fonction, entre autres, de la valeur v de la vitesse instantanée et de l'altitude z.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur. Avec $E_{PP} = 0$ en $z_B = 0$ et l'axe (Oz) vertical orienté vers le haut :

$$E_M = E_C + E_{PP} = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$$

2.2 Exprimer la variation d'énergie potentielle de pesanteur du système entre B et C en fonction de m, g, BC et α. La calculer.

Données utiles $m = 180$ kg ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $BC = 7{,}86$ m ; $\alpha = 27^\circ$

$\Delta E_{PP} = E_{PP}(C) - E_{PP}(B) = m g z_C - 0$

Dans le triangle rectangle BOC : $\sin\alpha = \dfrac{OC}{BC}$, donc $z_C = OC = BC \sin\alpha$.

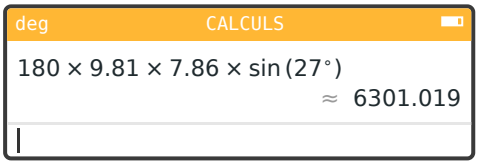
$$\Delta E_{PP} = m g BC \sin\alpha = 180 \times 9{,}81 \times 7{,}86 \times \sin(27^\circ)$$

$$\Delta E_{PP} = 6{,}3 \times 10^3 \text{ J}$$

PIÈGE
Calculatrice en radians, ou $\cos\alpha$ à la place de $\sin\alpha$: la hauteur OC est le côté opposé à l'angle α.

COMPRENDRE
L'angle $\alpha = 27^\circ$ n'a que deux chiffres significatifs : le résultat aussi.

À LA CALCULATRICE



2.3 En déduire, en justifiant, comment évolue l'énergie mécanique du système lorsqu'il passe de B à C.

Données utiles $\Delta E_{PP} = 6{,}3 \times 10^3$ J (2.2)

La vitesse garde la même valeur de B à C : l'énergie cinétique ne varie pas, $\Delta E_C = 0$.

$\Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_{PP} = \Delta E_{PP} > 0$

L'énergie mécanique augmente de B à C, de $6{,}3 \times 10^3$ J.

COMPRENDRE
L'énergie mécanique ne se conserve pas ici : le moteur fournit, par l'intermédiaire de la force motrice, l'énergie nécessaire pour monter sans ralentir.

3.1 En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les équations horaires du mouvement de G sont $x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t$ et $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + h$.

Système {motard + moto}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$, soit $a_x = 0$ et $a_z = -g$.

Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives : $v_x = C_1$ et $v_z = -g\,t + C_2$.
À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0$: $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$.

$$v_x = v_0 \cos\alpha \qquad v_z = -g\,t + v_0 \sin\alpha$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on intègre de nouveau : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t + C_3$ et $z = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + C_4$. À $t = 0$, G est en C$(0\ ;\ h)$: $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$\boxed{x(t) = (v_0 \cos\alpha)\,t \text{ et } z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0 \sin\alpha)\,t + h}$$

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou écrire $z(0) = 0$: à l'instant initial G est en C, à la hauteur h au-dessus de O.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, forces ; deuxième loi de Newton ; coordonnées de $\vec{a}$; primitives avec la vitesse initiale ; primitives avec la position initiale.

3.2 Montrer que l'équation de la trajectoire est $z(x) = -\dfrac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + h$.

On élimine le temps : $x = (v_0 \cos\alpha)\,t$ donne $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$, que l'on reporte dans $z(t)$:

$$z = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \cos\alpha} + h$$

Or $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$, d'où :

$$\boxed{z(x) = -\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + h}$$

COMPRENDRE
z est un polynôme du second degré en x, de coefficient dominant négatif : la trajectoire est une portion de parabole tournée vers le bas.

3.3 À quelle distance maximale de C doit se trouver le point D pour que « l'atterrissage » se fasse sur le tremplin ?

Données utiles $v_0 = 160\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1} = 44{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 27^\circ$; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

D est à la même hauteur h que C. La distance maximale est celle pour laquelle la trajectoire passe juste en D : $z(x_D) = h$.

$$-\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\,x_D^2 + (\tan\alpha)\,x_D + h = h$$

En factorisant : $x_D\left(\tan\alpha - \dfrac{g\,x_D}{2\,v_0^2 \cos^2\alpha}\right) = 0$.

La solution $x_D = 0$ correspond au point de départ C. L'autre solution est :

$$x_D = \frac{2\,v_0^2 \cos^2\alpha\ \tan\alpha}{g} = \frac{2\,v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

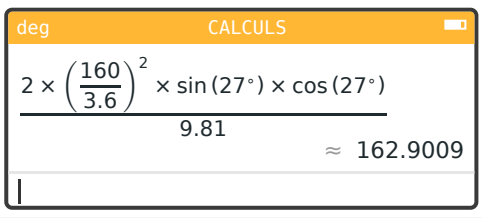
$$x_D = \frac{2 \times 44{,}4^2 \times \sin(27^\circ) \times \cos(27^\circ)}{9{,}81} = 163\ \text{m}$$

$$\boxed{CD_{\max} \approx 1{,}6 \times 10^2\ \text{m}}$$

PIÈGE
Résoudre $z = 0$: cela donnerait l'arrivée au niveau du sol. Le tremplin de réception est à la hauteur h, et h disparaît du calcul.

COMPRENDRE
Comme $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin(2\alpha)$, on retrouve la portée $\dfrac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$ d'un tir dont l'arrivée est à la même altitude que le départ.

À LA CALCULATRICE



3.4 Comparer cette valeur avec celle donnée dans l'énoncé. Comment peut-on interpréter cet écart ?

Données utiles portée réelle du saut : 107 m ; $CD_{\max} \approx 1{,}6 \times 10^2$ m (3.3)

La portée calculée, environ 160 m, dépasse nettement la portée réelle de 107 m : elle est une fois et demie plus grande.

Le modèle ne retient que le poids. À $160\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, les frottements de l'air sur le motard et sa moto ne sont pas négligeables : ils freinent le système pendant tout le vol et raccourcissent le saut.

$1{,}6 \times 10^2\ \mathrm{m} > 107\ \mathrm{m}$: l'écart s'explique par les frottements de l'air, négligés dans le modèle.

À LA CALCULATRICE

