Quelle sera l'automobile du futur?

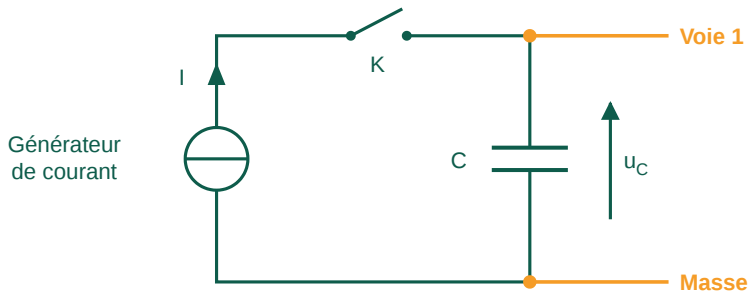
Bac S 2009 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Recopier le schéma du montage et indiquer les branchements (voie 1 et masse) permettant de visualiser la tension aux bornes du condensateur.

Le système d'acquisition mesure le potentiel de la voie 1 par rapport à celui de la masse. La flèche de u_C pointe vers l'armature du haut : on y relie la voie 1, et on relie la masse à l'armature du bas.

Voie 1 sur l'armature située à la pointe de la flèche u_C, masse sur l'autre armature.

PIÈGE
Inverser voie 1 et masse : on enregistrerait $-u_C$, une tension négative qui décroît.



1.1.1 · Montage de charge : voie 1 et masse aux bornes du condensateur

1.1.2 Exprimer u_C en fonction de C et de la charge du condensateur.

En notant q la charge portée par l'armature reliée à la voie 1 :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

COMPRENDRE
q est en coulombs, C en farads, u_C en volts. Cette charge q est celle de l'armature vers laquelle pointe la flèche de u_C.

1.1.3 Exprimer t en fonction de C, u_C et I pour $0 \leq t \leq t_1$.

L'intensité est le débit de charge : $I = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Comme I est constante et que le condensateur est déchargé à $t = 0$ (la courbe part de l'origine), $q = I\,t$.

D'après 1.1.2, $q = C\,u_C$, donc $C\,u_C = I\,t$.

$$t = \frac{C\,u_C}{I}$$

COMPRENDRE
À courant constant, $u_C = \dfrac{I}{C}\,t$ est proportionnelle au temps : c'est bien la rampe rectiligne de la courbe, avant le palier.

1.1.4 À l'aide de la courbe, calculer t_1.

Données utiles $C = 2600$ F ; $I = 10$ A ; $u_{C\max} = 2{,}7$ V

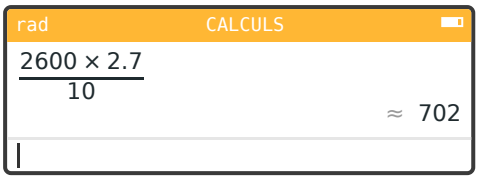
Sur la courbe, à l'instant t_1, la tension atteint $u_{C\max} = 2{,}7$ V. La relation de 1.1.3 donne :

$$t_1 = \frac{C\,u_{C\max}}{I} = \frac{2600 \times 2{,}7}{10} = 702 \text{ s}$$

$t_1 \approx 7{,}0 \times 10^2$ s, soit environ 12 min.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme 2,7 V et 10 A, les données les moins précises. Cette règle vaut pour tous les calculs de l'exercice.

À LA CALCULATRICE



1.1.5 Exprimer puis calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lorsque la tension à ses bornes vaut 2,7 V.

Données utiles $C = 2600$ F ; $u_C = 2{,}7$ V

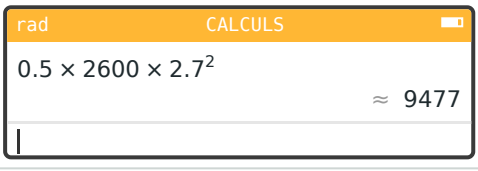
Énergie stockée dans un condensateur : $E = \frac{1}{2} C u_C^2$.

$$E = \frac{1}{2} \times 2600 \times 2{,}7^2 = 9\,477 \text{ J}$$

$E \approx 9{,}5 \times 10^3$ J, soit 9,5 kJ.

PIÈGE
Oublier le carré ou le facteur $\frac{1}{2}$. Seule la tension est élevée au carré, pas la capacité.

À LA CALCULATRICE



1.1.6 Ce résultat est-il en accord avec les caractéristiques données par le fabricant ? Justifier.

Données utiles $E = 9\,477$ J (1.1.5) ; $m = 500$ g ; énergie massique annoncée : $19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

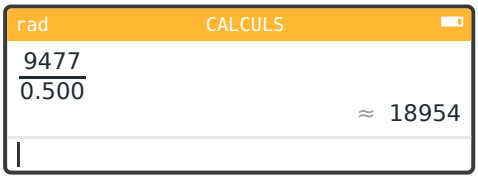
L'énergie massique est l'énergie stockée par kilogramme de condensateur, avec $m = 0{,}500$ kg :

$$\frac{E}{m} = \frac{9\,477}{0{,}500} = 1{,}9 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$\frac{E}{m} \approx 19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$: le résultat est en accord avec la valeur du fabricant.

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : on obtiendrait $19 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$, à convertir avant de comparer à la valeur en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



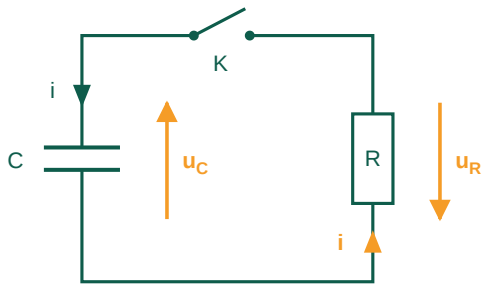
1.2.1 Reproduire le schéma du circuit de décharge et représenter, en convention récepteur, les tensions u_C et u_R.

En convention récepteur, la flèche de la tension aux bornes d'un dipôle est de sens opposé à la flèche du courant qui le traverse.

Le courant i descend dans la branche du condensateur et remonte dans celle du conducteur ohmique.

Flèche u_C vers le haut (vers l'armature par laquelle i arrive), flèche u_R vers le bas.

MÉTHODE
Suivre le sens de i tout le long de la maille avant de tracer les tensions : chaque flèche de tension pointe vers la borne par laquelle le courant entre dans le dipôle.



1.2.1 · Circuit de décharge : tensions en convention récepteur

1.2.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C : $RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$.

Interrupteur fermé, la loi des mailles s'écrit : $u_C+u_R=0$.

Loi d'Ohm en convention récepteur : $u_R=Ri$.

Pour le condensateur en convention récepteur : $i=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $q=C\,u_C$ et C constante, donc $i=C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

Ainsi $u_R=RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, et la loi des mailles devient :

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

PIÈGE
Écrire $u_C=u_R$ ou $u_R=-Ri$ sans regarder l'orientation choisie : le signe « $+$ » de l'équation dépend des flèches tracées en 1.2.1.

COMPRENDRE
Pendant la décharge, u_C diminue : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ est négative, donc i aussi. Le courant réel circule dans le sens opposé à la flèche du schéma.

1.2.3 Par une équation aux dimensions, montrer que le produit RC est homogène à un temps.

Loi d'Ohm $u=Ri$: $[R]=\dfrac{[U]}{[I]}$.

Relation $i=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$: $[I]=[C]\dfrac{[U]}{T}$, donc $[C]=\dfrac{[I]\,T}{[U]}$.

$$[RC]=\frac{[U]}{[I]}\times\frac{[I]\,T}{[U]}=T$$

$[RC]=T$: le produit RC est homogène à un temps.

MÉTHODE
Pour chaque grandeur, choisir une relation simple qui la relie à des tensions, des intensités et des durées, puis simplifier. La dérivée $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ a la dimension d'une tension divisée par un temps.

1.2.4 La solution est de la forme $u_C=A+B\,\mathrm{e}^{-t/RC}$. Trouver une relation entre A et B avec la condition initiale, donner u_C lorsque le condensateur est déchargé, puis en déduire A et B.

Données utiles $u_C(0)=2{,}7$ V

À $t=0$: $u_C(0)=A+B\,\mathrm{e}^0=A+B$. Or le condensateur est chargé sous 2,7 V, donc $A+B=2{,}7$ V.

Lorsque le condensateur est déchargé, $u_C=0$ V. Cet état est atteint pour t très grand, quand $\mathrm{e}^{-t/RC}$ tend vers 0 : u_C tend vers A, donc $A=0$ V.

Il reste $B=2{,}7$ V.

$A=0$ V et $B=2{,}7$ V, soit $u_C=2{,}7\,\mathrm{e}^{-t/RC}$ (en volts).

COMPRENDRE
A est la valeur finale de u_C et $A+B$ sa valeur initiale. Ce raisonnement en deux temps sert pour toute charge ou décharge d'un circuit RC.

1.2.5 Déterminer graphiquement la constante de temps du circuit par une méthode à préciser, puis vérifier cette valeur par le calcul.

Données utiles $R = 1{,}0\ \Omega$; $C = 2600$ F ; $u_C(0) = 2{,}7$ V

Méthode des 37 % : à $t = \tau$, $u_C(\tau) = 2{,}7 \times \mathrm{e}^{-1} \approx 0{,}37 \times 2{,}7 = 1{,}0$ V.

Sur l'annexe, l'horizontale $u_C = 1{,}0$ V coupe la courbe au point d'abscisse $\tau \approx 43$ min.

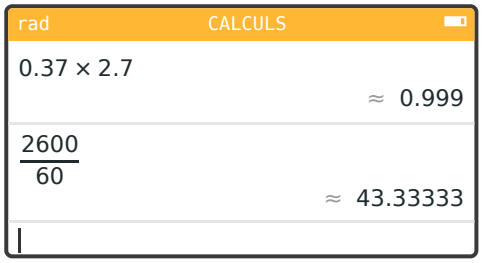
Par le calcul : $\tau = RC = 1{,}0 \times 2600 = 2{,}6 \times 10^3$ s, soit $\dfrac{2600}{60} \approx 43$ min.

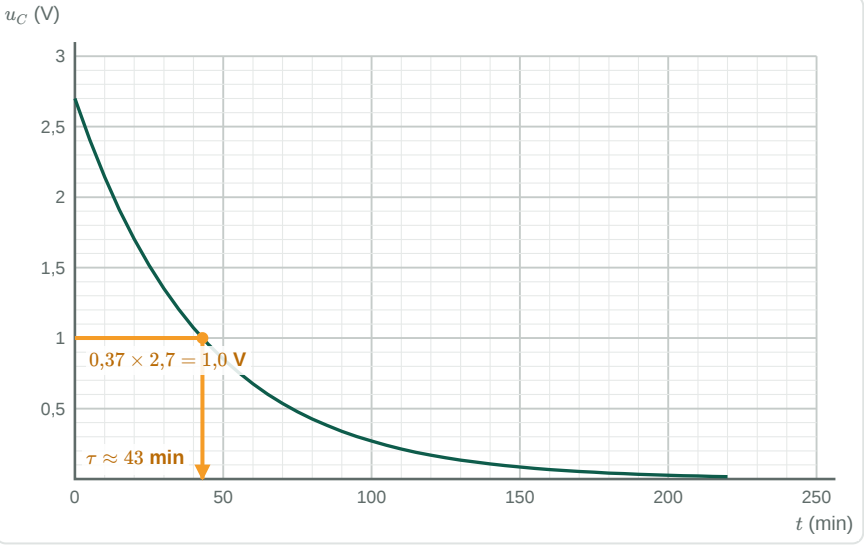
$\tau \approx 43$ min par lecture graphique et $\tau = RC = 2{,}6 \times 10^3$ s ≈ 43 min par le calcul : les deux valeurs concordent.

PIÈGE
L'axe des temps est gradué en minutes alors que RC sort en secondes : convertir avant de comparer.

MÉTHODE
Autre méthode acceptée : la tangente à la courbe à $t = 0$ coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$. Elle est moins précise, car le tracé de la tangente est délicat.

À LA CALCULATRICE





1.2.5 · Annexe complétée : lecture de la constante de temps à 37 % de la tension initiale

2.1 Écrire les demi-équations électroniques des transformations à chaque électrode ; préciser l'électrode concernée et s'il s'agit d'une oxydation ou d'une réduction.

Données utiles couples $\mathrm{CO_2(g)/CH_3OH(aq)}$ et $\mathrm{O_2(g)/H_2O(l)}$; électrolyte acide

D'après l'équation de fonctionnement, le méthanol et le dioxygène sont les réactifs.

Électrode au contact du méthanol : le réducteur $\mathrm{CH_3OH}$ cède des électrons, c'est une **oxydation**.

$$\mathrm{CH_3OH\,(aq) + H_2O\,(l) = CO_2\,(g) + 6\,H^+\,(aq) + 6\,e^-}$$

Électrode au contact du dioxygène : l'oxydant $\mathrm{O_2}$ capte des électrons, c'est une **réduction**.

$$\mathrm{O_2\,(g) + 4\,H^+\,(aq) + 4\,e^- = 2\,H_2O\,(l)}$$

Oxydation du méthanol à l'électrode de gauche (anode) ; réduction du dioxygène à l'électrode de droite (cathode).

COMPRENDRE
En multipliant la première demi-équation par 2 et la seconde par 3, les 12 électrons s'éliminent et l'on retrouve l'équation du sujet : c'est la vérification à faire.

MÉTHODE
En milieu acide : équilibrer C, puis O avec $\mathrm{H_2O}$, puis H avec $\mathrm{H^+}$, enfin les charges avec les électrons.

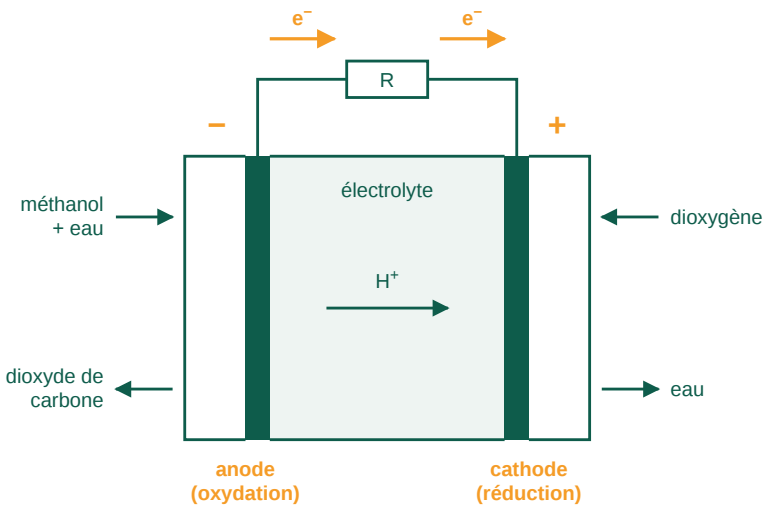
2.2 Indiquer la polarité des électrodes sur le schéma de l'annexe et représenter le sens de circulation des électrons dans le circuit extérieur.

Les électrons sont libérés par l'oxydation du méthanol et consommés par la réduction du dioxygène. Dans le circuit extérieur, ils vont donc de l'électrode côté méthanol vers l'électrode côté dioxygène, en traversant le conducteur ohmique.

Les électrons quittent la pile par sa borne négative.

Électrode côté méthanol : borne $-$; électrode côté dioxygène : borne $+$; électrons de la borne $-$ vers la borne $+$ dans le circuit extérieur.

COMPRENDRE
Le schéma le confirme : les ions H^+, produits à l'anode, migrent dans l'électrolyte vers la cathode, où ils sont consommés. Le courant, lui, circule de $+$ vers $-$ dans le circuit extérieur.



2.2 · Annexe complétée : polarité des électrodes et sens des électrons

2.3 La pile débite un courant de 50 mA pendant 2,0 h. Exprimer puis calculer le nombre de moles d'électrons n_e transférés pendant cette durée.

Données utiles $I = 50$ mA ; $\Delta t = 2{,}0$ h ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1} ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C

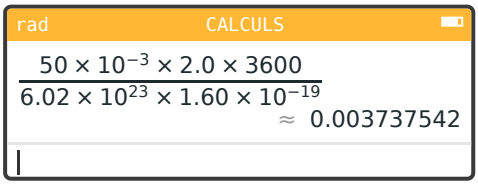
Charge débitée : $Q = I\,\Delta t$. Cette charge est portée par n_e moles d'électrons : $Q = n_e\,N_A\,e$.

$$n_e = \frac{I\,\Delta t}{N_A\,e} = \frac{50 \times 10^{-3} \times 2{,}0 \times 3600}{6{,}02 \times 10^{23} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}$$

$n_e \approx 3{,}7 \times 10^{-3}$ mol

PIÈGE
Laisser l'intensité en mA ou la durée en heures : $Q = I\,\Delta t$ exige des ampères et des secondes ($2{,}0$ h $= 7\,200$ s).

À LA CALCULATRICE



2.4 Exprimer la masse de méthanol consommé en fonction de n_e, puis la calculer.

Données utiles $n_e = 3{,}74 \times 10^{-3}$ mol (2.3) ; $M(\mathrm{H}) = 1{,}0$, $M(\mathrm{C}) = 12{,}0$, $M(\mathrm{O}) = 16{,}0$ g · mol^{-1}

D'après la demi-équation d'oxydation, une mole de méthanol consommée libère 6 moles d'électrons : $n(\mathrm{CH_3OH}) = \dfrac{n_e}{6}$.

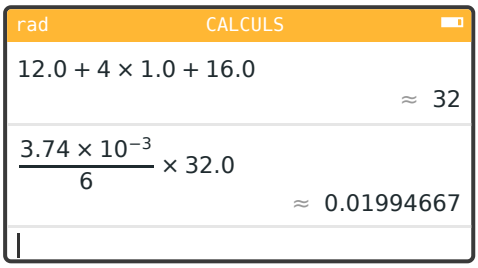
Masse molaire : $M(\mathrm{CH_3OH}) = 12{,}0 + 4 \times 1{,}0 + 16{,}0 = 32{,}0$ g · mol^{-1}.

$$m = \frac{n_e}{6} M(\mathrm{CH_3OH}) = \frac{3{,}74 \times 10^{-3}}{6} \times 32{,}0$$

$m \approx 2{,}0 \times 10^{-2}$ g, soit 20 mg de méthanol.

PIÈGE
Diviser par 12, le nombre d'électrons échangés dans l'équation de la pile, sans voir qu'elle met en jeu 2 moles de méthanol. Le rapport reste 6 électrons par molécule.

À LA CALCULATRICE



2.5 Exprimer puis calculer le volume de méthanol consommé.

Données utiles $m = 1{,}99 \times 10^{-2}$ g (2.4) ; $\rho = 0{,}79$ g · mL^{-1}

Masse volumique du méthanol liquide : $\rho = \dfrac{m}{V}$, donc

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1{,}99 \times 10^{-2}}{0{,}79}$$

$V \approx 2{,}5 \times 10^{-2}$ mL

COMPRENDRE
En deux heures, la pile consomme une fraction de goutte de méthanol : l'intensité débitée, 50 mA, est très faible devant celle qu'exige un moteur de voiture.

À LA CALCULATRICE

