Corrigé complet — Bac S 2009 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Spécialité : Caractéristiques d'une lunette astronomique** Lentille mince convergente · Relation de conjugaison · Grandissement · Lunette astronomique afocale · Grossissement · Cercle oculaire	4 pts	52 min	15 questions	p. 2
Ex 2	**Un bijou peu coûteux** Électrolyse · Demi-équations d'oxydoréduction · Quantité d'électricité et constante de Faraday · Tableau d'avancement · Quotient de réaction et sens d'évolution · Titrage conductimétrique	6,5 pts	1 h 18	19 questions	p. 9
Ex 3	**Les dominos** Deuxième loi de Newton · Chute libre avec vitesse initiale horizontale · Équation de la trajectoire · Conservation de l'énergie mécanique · Travail d'une force · Énergie potentielle élastique	4 pts	52 min	13 questions	p. 15
Ex 4	**Etude d'une bobine par différentes méthodes** Oscillations électriques libres · Période propre d'un circuit LC · Énergies du condensateur et de la bobine · Équation différentielle · Régimes d'amortissement	5,5 pts	1 h 05	16 questions	p. 19

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Spécialité : Caractéristiques d'une lunette astronomique

Bac S 2009 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Par quelle relation définit-on la distance focale d'une lentille ?

La distance focale est la distance algébrique du centre optique O au foyer image F′, comptée positivement dans le sens de propagation de la lumière.

$f' = \overline{OF'}$ (et, par symétrie des foyers, $\overline{OF} = -f'$)

COMPRENDRE
Pour une lentille convergente, F′ est après la lentille : $f' > 0$. La barre indique une grandeur algébrique, positive ou négative selon le sens.

1.2 Calculer la vergence C de la lentille L.

Données utiles $f' = 2{,}0\ \text{cm} = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m}$

La vergence est l'inverse de la distance focale exprimée en mètres : $C = \dfrac{1}{f'}$.

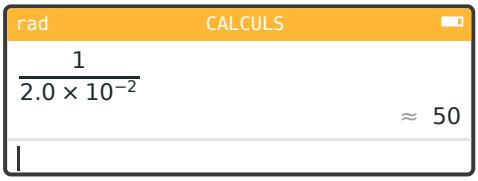
$$C = \frac{1}{2{,}0 \times 10^{-2}}$$

$C = 50\ \delta$ (dioptries, soit des m^{-1})

PIÈGE
Laisser f' en centimètres donne $0{,}50$, résultat faux d'un facteur 100. La dioptrie est l'inverse du mètre.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la donnée $f' = 2{,}0$ cm.

À LA CALCULATRICE



1.3 Placer sur l'annexe page 2 le centre optique O, le foyer image F′ et le foyer objet F.

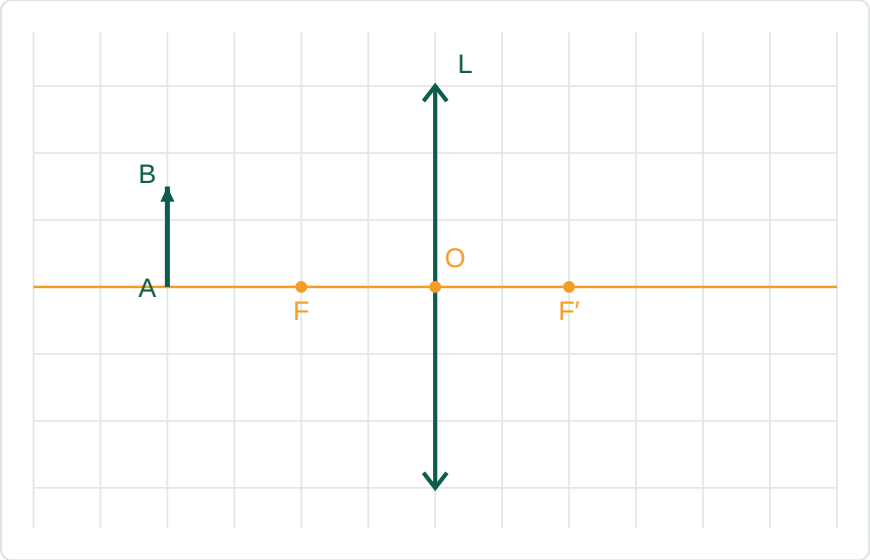
Données utiles $f' = 2{,}0$ cm ; échelle 1 sur les deux axes

L'axe optique est la droite perpendiculaire à la lentille qui passe par son milieu : il passe par A. Le point O est à l'intersection de cet axe et de la lentille.

La lumière va de l'objet vers la lentille. À l'échelle 1 :

F′ est à $2{,}0$ cm de O du côté opposé à l'objet, F est à $2{,}0$ cm de O du côté de l'objet.

COMPRENDRE
Sur l'annexe du sujet la lentille est repérée « L_1 » et la feuille est imprimée tournée d'un quart de tour. Le schéma est redressé ici : lumière de la gauche vers la droite.



1.3 · Annexe page 2 : axe optique, centre optique et foyers (échelle 1, quadrillage de 1 cm)

1.4 Construire sur l'annexe page 2 l'image A′B′ de l'objet AB par la lentille L.

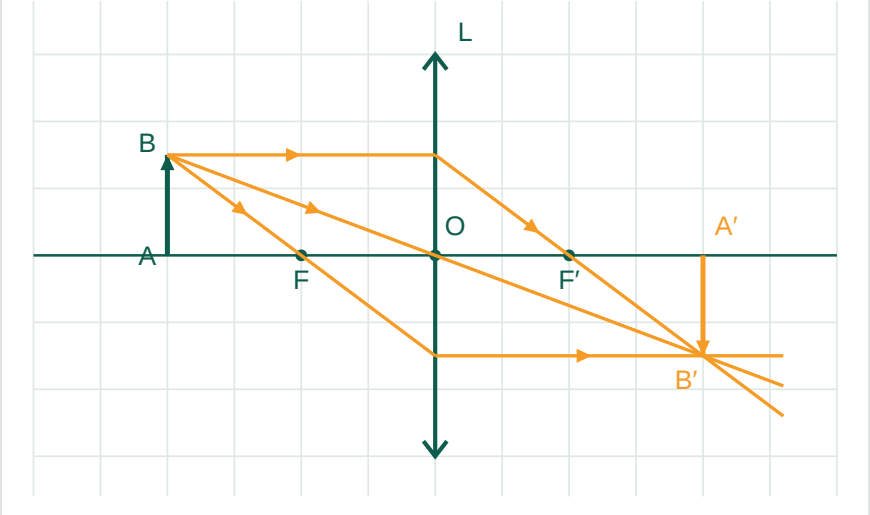
On trace deux rayons issus de B (un troisième sert de contrôle) :

- le rayon passant par O n'est pas dévié ;
- le rayon parallèle à l'axe optique émerge en passant par F′ ;
- le rayon passant par F émerge parallèlement à l'axe optique.

Les rayons émergents se coupent en B′. Le point A′ est le pied de la perpendiculaire à l'axe menée depuis B′.

On lit : A′B′ est à $4{,}0$ cm après la lentille, renversée, de hauteur $1{,}5$ cm.

MÉTHODE
Deux rayons suffisent, le troisième vérifie le tracé. On met une flèche sur chaque rayon, et l'image d'un point de l'axe se trouve sur l'axe.



1.4 · Annexe page 2 : construction de l'image A′B′ avec trois rayons issus de B

1.5.1 Utiliser la formule de conjugaison pour déterminer la position de l'image A′B′.

Données utiles $OA = 4{,}0$ cm ; $f' = 2{,}0$ cm

L'objet est avant la lentille : $\overline{OA} = -4{,}0$ cm.

Relation de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$, d'où $\dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{\overline{OA}}$.

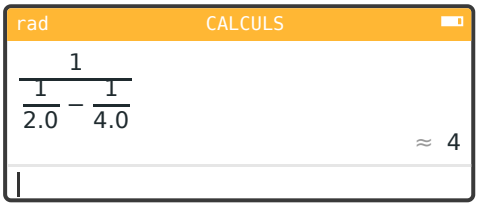
$$\overline{OA'} = \frac{1}{\dfrac{1}{2{,}0} + \dfrac{1}{-4{,}0}}$$

$\overline{OA'} = +4{,}0$ cm : l'image est à $4{,}0$ cm après la lentille, comme sur la construction.

PIÈGE
Le sujet donne la distance $OA = 4{,}0$ cm. Dans la relation, il faut la valeur algébrique $-4{,}0$ cm : avec $+4{,}0$ on trouverait $1{,}3$ cm, valeur fausse.

COMPRENDRE
Toutes les longueurs sont en centimètres, le résultat aussi : la conversion en mètres n'est pas nécessaire ici.

À LA CALCULATRICE



1.5.2 Utiliser la formule du grandissement pour déterminer la taille de l'image A′B′.

Données utiles $AB = 1{,}5$ cm ; $\overline{OA} = -4{,}0$ cm ; $\overline{OA'} = +4{,}0$ cm (1.5.1)

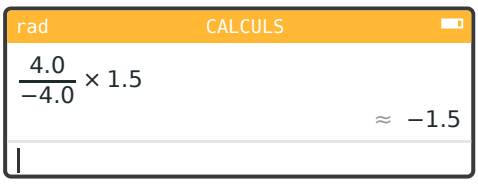
Grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$, donc $\overline{A'B'} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \times \overline{AB}$.

$$\overline{A'B'} = \frac{4{,}0}{-4{,}0} \times 1{,}5$$

$\overline{A'B'} = -1{,}5$ cm : l'image mesure $1{,}5$ cm et elle est renversée ($\gamma = -1$), en accord avec la construction.

COMPRENDRE
Le signe « $-$ » traduit le renversement de l'image. Un objet placé à $2f'$ de la lentille donne une image de même taille, à $2f'$ de l'autre côté.

À LA CALCULATRICE



2.1 Où se situe l'image par l'objectif d'un objet à l'infini (image intermédiaire) ?

Les rayons venant d'un point à l'infini arrivent parallèles entre eux sur l'objectif et convergent, après L_1, en un point du plan focal image.

L'image intermédiaire A_1B_1 est dans le plan focal image de l'objectif : A_1 est en F'_1.

2.2 Où doit se situer l'image intermédiaire pour être vue à travers l'oculaire sans accommoder ?

Un œil normal n'accommode pas lorsqu'il regarde un objet à l'infini. L'image définitive A_2B_2 doit donc être rejetée à l'infini par l'oculaire.

L'image intermédiaire A_1B_1 doit être dans le plan focal objet de l'oculaire : A_1 en F_2.

COMPRENDRE
Un objet placé dans le plan focal objet d'une lentille convergente donne des rayons émergents parallèles : l'image est à l'infini et l'œil reste au repos.

2.3 Préciser la position du foyer objet F_2 de l'oculaire par rapport au foyer image F'_1 de l'objectif. Justifier.

Le point A_1 est en F'_1 (2.1) et il doit aussi être en F_2 (2.2).

F_2 est confondu avec F'_1 : la lunette est afocale.

COMPRENDRE
Afocale signifie « sans foyer » : un faisceau parallèle qui entre ressort parallèle. L'objet et l'image définitive sont tous deux à l'infini.

2.4 Placer la lentille L_2 sur l'annexe page 3 (échelle 1/10 horizontalement).

Données utiles $f'_1 = 1{,}00$ m ; $f'_2 = 20{,}0$ cm ; diamètre de L_2 : 6 cm ; échelle verticale 1

Comme F'_1 et F_2 sont confondus : $O_1O_2 = f'_1 + f'_2 = 1{,}00 + 0{,}200 = 1{,}20$ m.

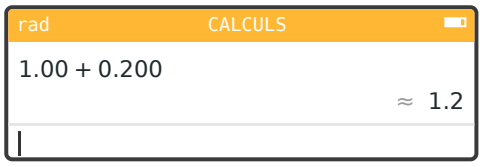
À l'échelle 1/10 : F'_1 est à $10{,}0$ cm de O_1 sur le papier, O_2 à $2{,}0$ cm plus loin, F'_2 encore $2{,}0$ cm après O_2.

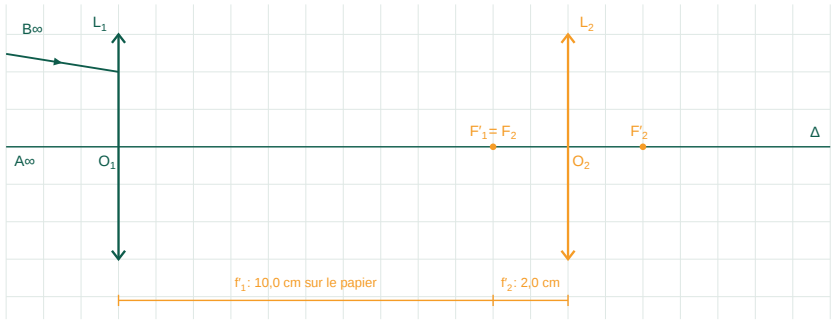
Verticalement l'échelle est 1 : L_2 est tracée sur 6 cm, soit 3 cm de chaque côté de l'axe Δ.

L_2 est placée à $12{,}0$ cm de L_1 sur l'annexe ($1{,}20$ m en réalité).

PIÈGE
Les deux échelles sont différentes : les distances le long de l'axe sont divisées par 10, les hauteurs (diamètre des lentilles) sont en vraie grandeur.

À LA CALCULATRICE





2.4 · Annexe page 3 : mise en place de l'oculaire (quadrillage de 1 cm ; horizontalement 1 cm pour 10 cm)

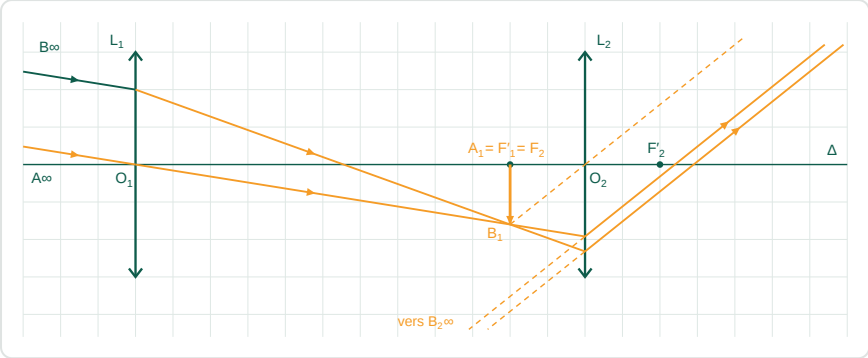
2.5 Construire sur l'annexe page 3 l'image intermédiaire A_1B_1 de AB par L_1, puis l'image A_2B_2 de A_1B_1 par L_2.

Image intermédiaire : on trace le rayon issu de B∞ passant par O_1, parallèle au rayon donné ; il n'est pas dévié et coupe le plan focal image de L_1 en B_1. Le rayon donné émerge de L_1 en passant par B_1. Le point A_1 est en F'_1.

Image définitive : B_1 est dans le plan focal objet de L_2. La droite (B_1O_2) n'est pas déviée ; tous les rayons passant par B_1 ressortent de L_2 parallèlement à (B_1O_2).

A_1B_1 est renversée, dans le plan focal commun (environ $1{,}6$ cm sur l'annexe) ; A_2B_2 est à l'infini, B_2 dans la direction de (B_1O_2).

MÉTHODE
Pour un point objet à l'infini : le rayon passant par le centre optique donne la direction, le plan focal image donne la position. Pour un point du plan focal objet : les rayons émergents sont parallèles à la droite passant par le centre optique.



2.5 · Annexe page 3 : image intermédiaire A_1B_1 et faisceau émergent parallèle (image A_2B_2 à l'infini)

2.6.1 Définir le diamètre apparent d'un objet.

Le diamètre apparent d'un objet est l'angle sous lequel l'œil nu voit cet objet, c'est-à-dire l'angle entre les rayons provenant de ses deux extrémités.

COMPRENDRE
Il s'exprime en radians dans les calculs. Plus un objet est loin, plus son diamètre apparent est petit : c'est lui que la lunette augmente.

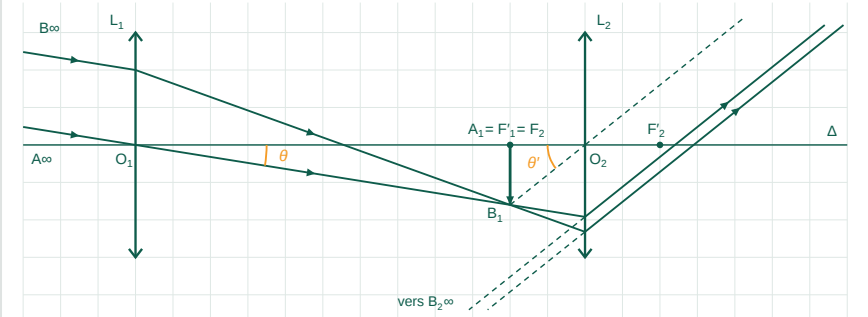
2.6.2 Représenter θ et θ' sur l'annexe page 3.

θ est l'angle entre l'axe Δ (direction de A∞) et les rayons issus de B∞ : on le marque en O_1, entre l'axe et le rayon (O_1B_1).

θ' est l'angle entre l'axe Δ et les rayons qui sortent de l'oculaire : on le marque en O_2, entre l'axe et la droite (O_2B_1).

θ : angle $\widehat{F'_1O_1B_1}$; θ' : angle $\widehat{F_2O_2B_1}$.

COMPRENDRE
Sur l'annexe les angles paraissent grands car l'axe horizontal est comprimé dix fois. En réalité θ et θ' sont petits, ce qui justifie l'approximation de la question suivante.



2.6.2 · Annexe page 3 : angles θ et θ′

2.6.3 Établir la relation donnant le grossissement $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$ en fonction de f'_1 et f'_2, puis calculer sa valeur.

Données utiles $f'_1 = 1{,}00$ m ; $f'_2 = 20{,}0$ cm $= 0{,}200$ m ; $\tan\theta \approx \theta$ pour les petits angles

Dans le triangle $O_1F'_1B_1$, rectangle en F'_1 : $\tan\theta = \dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$,

donc $\theta \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$.

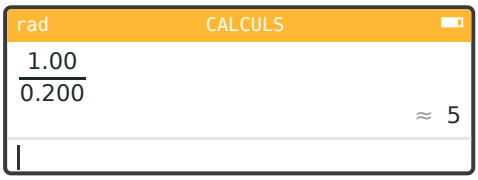
Dans le triangle $O_2F_2B_1$, rectangle en F_2 : $\tan\theta' = \dfrac{A_1B_1}{O_2F_2} = \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$,

donc $\theta' \approx \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$.

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2} \qquad G = \frac{1{,}00}{0{,}200}$$

$$\boxed{G = \frac{f'_1}{f'_2} = 5{,}00 \text{ (sans unité)}}$$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Les deux distances focales doivent être dans la même unité : $1{,}00 \div 20{,}0$ donnerait $0{,}05$. Un grossissement de lunette est supérieur à 1.

COMPRENDRE
L'objet paraît cinq fois plus grand. Pour grossir davantage, il faut un objectif de grande distance focale et un oculaire de courte distance focale.

2.7 Définir le cercle oculaire et le construire sur l'annexe page 3.

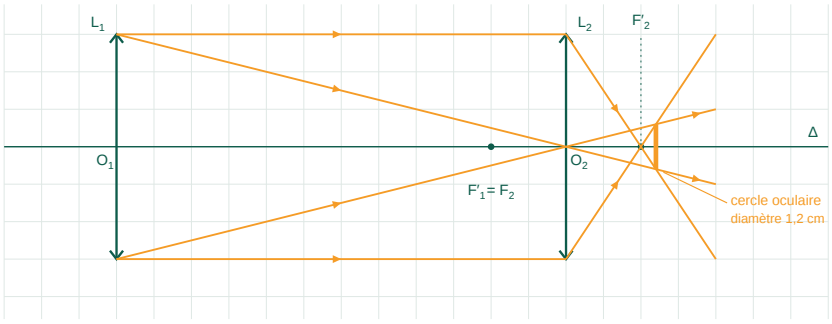
Le cercle oculaire est l'image de l'objectif (de sa monture) donnée par l'oculaire. Toute la lumière entrée par l'objectif ressort en traversant ce cercle : c'est là qu'il faut placer l'œil pour recevoir le maximum de lumière.

Construction : de chaque bord de L_1 on trace le rayon passant par O_2, non dévié, et le rayon parallèle à l'axe, qui émerge de L_2 en passant par F'_2. Leur intersection donne l'image du bord.

Le cercle oculaire est le segment joignant les images des deux bords de L_1, juste après F'_2.

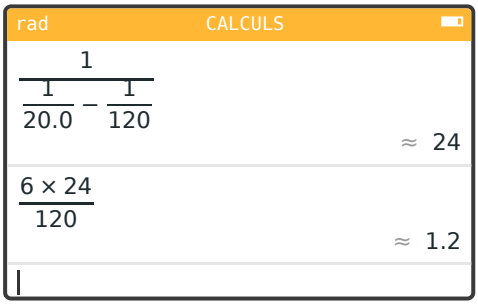
COMPRENDRE

Vérification par la conjugaison avec $\overline{O_2O_1} = -120$ cm : le cercle oculaire est à 24 cm après O_2 (2,4 cm sur l'annexe) et son diamètre vaut $6 \times \frac{24}{120} = 1{,}2$ cm.



2.7 · Annexe page 3 : le cercle oculaire, image de la monture de L_1 donnée par L_2

À LA CALCULATRICE



Un bijou peu coûteux

Bac S 2009 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 La bague en cuivre constitue-t-elle l'anode ou la cathode ? Justifier. Doit-elle être reliée à la borne positive ou négative du générateur ?

L'argent se dépose sur la bague : $\mathrm{Ag^+(aq) + e^- = Ag(s)}$. Les ions argent gagnent des électrons, c'est une réduction ; or l'électrode où se produit la réduction est la cathode.

Ces électrons arrivent par le fil depuis la borne négative du générateur.

La bague est la **cathode** ; elle est reliée à la borne **négative** du générateur.

MÉTHODE
Dans une électrolyse comme dans une pile, la réduction a toujours lieu à la cathode et l'oxydation à l'anode. Seule la polarité change : en électrolyse, la cathode est branchée sur la borne négative du générateur.

1.2 Quelle autre demi-équation d'oxydoréduction est susceptible de se produire à l'électrode constituée par la bague ?

À la cathode, seul un oxydant peut réagir. Parmi les couples donnés, l'autre oxydant possible en solution est $\mathrm{H^+(aq)}$, du couple $\mathrm{H^+(aq)/H_2(g)}$:

$$\mathrm{2\,H^+(aq) + 2\,e^- = H_2(g)}$$

PIÈGE
Proposer l'oxydation du cuivre ou celle de l'eau : une oxydation ne peut pas avoir lieu à la cathode. On cherche une espèce capable de capter des électrons.

1.3 Écrire la demi-équation d'oxydoréduction susceptible de se produire à l'électrode de graphite.

L'électrode de graphite est l'anode : il s'y produit une oxydation. Le graphite est inerte et les ions nitrate ne réagissent pas ; le seul réducteur disponible est l'eau, du couple $\mathrm{O_2(g)/H_2O(l)}$. Le gaz observé est donc du dioxygène :

$$\mathrm{2\,H_2O(l) = O_2(g) + 4\,H^+(aq) + 4\,e^-}$$

1.4 À l'aide des questions précédentes, justifier l'équation du bilan de l'électrolyse : $\mathrm{4\,Ag^+(aq) + 2\,H_2O(l) = 4\,Ag(s) + O_2(g) + 4\,H^+(aq)}$.

Seul un dépôt d'argent est observé sur la bague : on retient la réduction des ions argent à la cathode et l'oxydation de l'eau à l'anode.

Les électrons captés à la cathode sont aussi nombreux que ceux cédés à l'anode ; on multiplie donc la première demi-équation par 4 :

$\mathrm{Ag^+(aq) + e^- = Ag(s)} \quad (\times 4)$

$\mathrm{2\,H_2O(l) = O_2(g) + 4\,H^+(aq) + 4\,e^-} \quad (\times 1)$

En additionnant :
$\mathrm{4\,Ag^+(aq) + 2\,H_2O(l) = 4\,Ag(s) + O_2(g) + 4\,H^+(aq)}$

COMPRENDRE
Aucun électron n'apparaît dans une équation de bilan : ils circulent dans les fils, pas dans la solution. Cette équation correspond à 4 électrons échangés, information utile pour le tableau d'avancement.

1.5.1 Déterminer la quantité $n(\mathrm{e}^-)$ d'électrons échangée pendant la durée de l'électrolyse.

Données utiles $\Delta t = 80$ min ; $I = 24$ mA ; $F = 96\,500$ C · mol^{-1}

La charge électrique qui a circulé vaut $Q = I\,\Delta t$ et aussi $Q = n(\mathrm{e}^-)\,F$, donc :

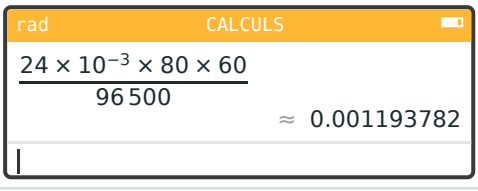
$$n(\mathrm{e}^-) = \frac{I\,\Delta t}{F} = \frac{24 \times 10^{-3} \times 80 \times 60}{96\,500}$$

$$\boxed{n(\mathrm{e}^-) = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol}}$$

PIÈGE
Laisser Δt en minutes ou I en milliampères : la relation $Q = I\,\Delta t$ exige des ampères et des secondes pour obtenir des coulombs.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme I et Δt, les données les moins précises. On garde la valeur non arrondie en mémoire pour les calculs suivants.

À LA CALCULATRICE



1.5.2 Déterminer la quantité initiale d'ions argent $n_i(\mathrm{Ag}^+)$ présents à la fermeture de l'interrupteur. Compléter le tableau d'avancement en annexe.

Données utiles $V = 500$ mL ; $C = 4{,}00 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1}

$$n_i(\mathrm{Ag}^+) = C\,V = 4{,}00 \times 10^{-3} \times 0{,}500$$

$$\boxed{n_i(\mathrm{Ag}^+) = 2{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol}}$$

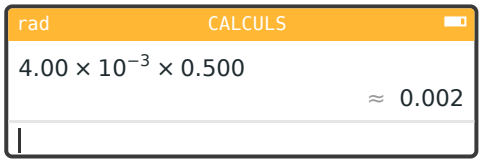
Tableau d'avancement : voir l'annexe complétée ci-dessous.

MÉTHODE
Colonne des électrons : l'équation de bilan résulte de 4 électrons échangés, donc pour un avancement x il a circulé $4x$ mol d'électrons. C'est le lien entre la chimie et la charge électrique.

Équation		4 Ag⁺(aq) + 2 H₂O(ℓ) = 4 Ag(s) + O₂(g) + 4 H⁺(aq)					
État	Avancement	n(Ag⁺)	n(H₂O)	n(Ag)	n(O₂)	n(H⁺)	n(e⁻) échangés
initial	x = 0	2,00×10⁻³	excès	0	0	excès	0
intermédiaire	x	2,00×10⁻³ − 4x	excès	4x	x	excès	4x

1.5.2 · Annexe complétée : tableau d'avancement (quantités en mol)

À LA CALCULATRICE



1.5.3 En déduire l'avancement x de la réaction au bout de la durée de fonctionnement Δt.

Données utiles $n(\mathrm{e}^-) = 1{,}2 \times 10^{-3}$ mol (1.5.1)

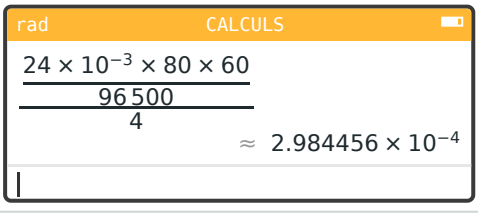
D'après la dernière colonne du tableau, $n(\mathrm{e}^-) = 4x$, donc :

$$x = \frac{n(\mathrm{e}^-)}{4} = \frac{1{,}2 \times 10^{-3}}{4}$$

$$\boxed{x = 3{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol}}$$

COMPRENDRE
On vérifie que cet avancement est possible : il consomme $4x = 1{,}2 \times 10^{-3}$ mol d'ions argent, moins que les $2{,}00 \times 10^{-3}$ mol disponibles.

À LA CALCULATRICE



1.5.4 Déterminer la masse d'argent $m(\text{Ag})$ déposée sur la bague en cuivre.

Données utiles $M(\text{Ag}) = 107{,}9\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $x = 3{,}0\times10^{-4}$ mol (1.5.3)

D'après le tableau, la quantité d'argent formée est $n(\text{Ag}) = 4x$, donc :

$m(\text{Ag}) = 4x\,M(\text{Ag}) = 4\times3{,}0\times10^{-4}\times107{,}9$

$$\boxed{m(\text{Ag}) = 0{,}13\ \text{g}}$$

COMPRENDRE
Ce calcul suppose que tous les électrons qui arrivent sur la bague servent à réduire des ions argent. La partie 3 permet de tester cette hypothèse.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$4\times3.0\times10^{-4}\times107.9$

$\approx$ 0.12948

2.1 Écrire l'équation de la réaction chimique ayant lieu dans le tube à essais.

Les ions argent et les ions chlorure s'associent pour former le précipité ; les ions sodium et nitrate sont spectateurs.

$$\boxed{\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Cl}^-(\text{aq}) = \text{AgCl(s)}}$$

2.2 Exprimer littéralement le quotient de réaction Q_r pour la réaction ainsi écrite.

$$\boxed{Q_r = \frac{1}{[\text{Ag}^+]\,[\text{Cl}^-]}}$$

PIÈGE
Faire figurer AgCl au numérateur : un solide n'apparaît pas dans le quotient de réaction, il y est remplacé par 1. Seules les espèces dissoutes interviennent, par leur concentration.

2.3 Calculer le quotient de réaction $Q_{r,i}$ dans l'état initial, les réactifs étant mélangés sans avoir commencé à réagir.

Données utiles $V = 5{,}0$ mL ; $C = 4{,}00\times10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $V_1 = 1{,}0$ mL ; $C_1 = 1{,}00\times10^{-1}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

Après mélange, le volume total est $V + V_1 = 6{,}0$ mL. Chaque ion est dilué :

$$[\text{Ag}^+]_i = \frac{C\,V}{V+V_1} = \frac{4{,}00\times10^{-3}\times5{,}0}{6{,}0} = 3{,}3\times10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$[\text{Cl}^-]_i = \frac{C_1\,V_1}{V+V_1} = \frac{1{,}00\times10^{-1}\times1{,}0}{6{,}0} = 1{,}7\times10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$Q_{r,i} = \frac{1}{[\text{Ag}^+]_i\,[\text{Cl}^-]_i} = \frac{(V+V_1)^2}{C\,V\,C_1\,V_1}$$

$$\boxed{Q_{r,i} = 1{,}8\times10^{4}}$$

PIÈGE
Utiliser directement C et C_1 : ce sont les concentrations avant mélange. On trouverait $2{,}5\times10^{3}$, valeur fausse. Les volumes peuvent rester en millilitres dans les rapports de dilution.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{4.00\times10^{-3}\times5.0}{6.0}$ $\approx$ 0.003333333

$\dfrac{1.00\times10^{-1}\times1.0}{6.0}$ $\approx$ 0.01666667

$\dfrac{6.0^2}{4.00\times10^{-3}\times5.0\times1.00\times10^{-1}\times1.0}$ $\approx$ 18000

2.4 Sachant que $K = 6{,}4 \times 10^9$ à 25 °C, déterminer le sens d'évolution du système chimique. Le résultat est-il en accord avec l'observation faite dans le tube à essais ?

Données utiles $Q_{r,i} = 1{,}8 \times 10^4$ (2.3)

$Q_{r,i} = 1{,}8 \times 10^4 < K = 6{,}4 \times 10^9$: le système évolue spontanément dans le sens direct de l'équation, celui de la formation de $\mathrm{AgCl(s)}$.

Évolution dans le **sens direct** : il se forme du chlorure d'argent solide, en accord avec le précipité blanc observé.

COMPRENDRE
K est très grande : la précipitation est quasi totale. Une réaction totale et rapide convient comme support de titrage, d'où son emploi dans la partie 3.

3.1 Parmi la liste de matériel proposée en annexe, cocher celui nécessaire à la réalisation du titrage.

Burette de 25,0 mL : elle contient la solution titrante de chlorure de sodium.

Becher de 1,0 L : il reçoit les 500 mL de solution S à titrer.

Becher de 50 mL : il sert à remplir la burette.

Conductimètre avec sa conde : il mesure la conductivité après chaque ajout.

Agitateur magnétique et barreau aimanté : ils homogénéisent le mélange.

Six cases cochées : burette, bechers de 1,0 L et de 50 mL, conductimètre, agitateur magnétique, barreau aimanté.

COMPRENDRE
Ni pipette ni éprouvette : on titre toute la solution S, aucun prélèvement n'est nécessaire. Le becher de 250 mL est trop petit pour 500 mL, et le pH-mètre ne sert pas en conductimétrie.

Matériel proposé	Nécessaire
Burette de 25,0 mL	✕
Becher de 1,0 L	✕
Becher de 250 mL	
Becher de 50 mL	✕
Conductimètre avec sa sonde	✕
pH-mètre avec son électrode	

Matériel proposé	Nécessaire
Agitateur magnétique	✕
Barreau aimanté	✕
Éprouvette graduée de 25 mL	
Éprouvette graduée de 100 mL	
Pipette graduée de 10,0 mL	
Pipette graduée de 25,0 mL	

3.1 · Annexe complétée : matériel nécessaire au titrage

3.2 Définir l'équivalence lors de ce titrage.

À l'équivalence, le réactif titrant et le réactif titré ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support : ils sont tous deux entièrement consommés.

À l'équivalence : $n(\mathrm{Cl^-})_{\text{versé}} = n_r(\mathrm{Ag^+})$, quantité d'ions argent restant dans S après l'électrolyse.

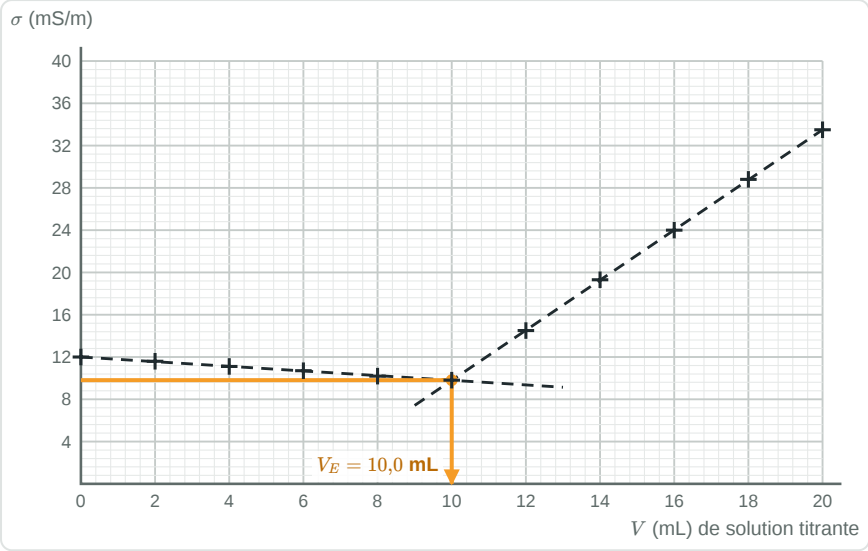
COMPRENDRE
Le titrage par précipitation n'est plus au programme actuel de spécialité. La méthode reste celle de tout titrage conductimétrique : équivalence, rupture de pente, relation entre quantités de matière.

3.3 Déterminer, à l'aide de la courbe, le volume V_E de solution de chlorure de sodium versé à l'équivalence.

La courbe est formée de deux portions de droite. On trace ces deux droites : l'abscisse de leur point d'intersection est le volume équivalent.

$V_E = 10{,}0\ \mathrm{mL}$

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, chaque ion $\mathrm{Ag^+}$ consommé est remplacé par un ion $\mathrm{Na^+}$, un peu moins conducteur : σ baisse légèrement. Après, les ions $\mathrm{Na^+}$ et $\mathrm{Cl^-}$ s'accumulent : σ augmente nettement.



3.3 · Courbe du sujet : les deux portions de droite se coupent à l'équivalence

3.4 Exprimer la quantité de matière des ions argent restants $n_r(\mathrm{Ag^+})$ dans la solution S en fonction de C_1 et V_E.

À l'équivalence, la quantité d'ions chlorure versée, $C_1\,V_E$, est égale à la quantité d'ions argent restants (3.2).

$$n_r(\mathrm{Ag^+}) = C_1\,V_E$$

3.5 Exprimer la quantité d'ions argent $n_C(\mathrm{Ag^+})$ consommés lors de l'électrolyse en fonction de C_1, V_E et $n_i(\mathrm{Ag^+})$. Calculer $n_C(\mathrm{Ag^+})$.

Données utiles $n_i(\mathrm{Ag^+}) = 2{,}00 \times 10^{-3}$ mol (1.5.2) ; $C_1 = 1{,}00 \times 10^{-1}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V_E = 10{,}0$ mL (3.3)

Les ions argent présents au départ ont été soit consommés, soit laissés en solution : $n_i(\mathrm{Ag^+}) = n_C(\mathrm{Ag^+}) + n_r(\mathrm{Ag^+})$, donc :

$n_C(\mathrm{Ag^+}) = n_i(\mathrm{Ag^+}) - C_1\,V_E = 2{,}00 \times 10^{-3} - 1{,}00 \times 10^{-1} \times 10{,}0 \times 10^{-3}$

$$n_C(\mathrm{Ag^+}) = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}$$

PIÈGE
Laisser V_E en millilitres : le produit $C_1\,V_E$ vaudrait 1,00 mol, bien plus que la quantité initiale. Un résultat négatif doit alerter sur une erreur d'unité.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.00 \times 10^{-3} - 1.00 \times 10^{-1} \times 10.0 \times 10^{-3}$

$\approx$ 0.001

3.6 En déduire que la masse d'argent $m(\mathrm{Ag})$ déposée sur la bague en cuivre est de 0,11 g.

Données utiles $n_C(\mathrm{Ag^+}) = 1{,}00 \times 10^{-3}$ mol (3.5) ; $M(\mathrm{Ag}) = 107{,}9\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$

Chaque ion argent consommé donne un atome d'argent déposé : $n(\mathrm{Ag}) = n_C(\mathrm{Ag^+})$.

$m(\mathrm{Ag}) = n_C(\mathrm{Ag^+})\,M(\mathrm{Ag}) = 1{,}00 \times 10^{-3} \times 107{,}9 = 0{,}108$ g

$$m(\mathrm{Ag}) = 0{,}108\ \mathrm{g} \approx 0{,}11\ \mathrm{g}$$, valeur attendue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.00 \times 10^{-3} \times 107.9$

$\approx$ 0.1079

3.7 Cette réponse est-elle cohérente avec celle de la question 1.5.4 ? Proposer une explication permettant de justifier l'écart possible.

Données utiles $m(\text{Ag}) = 0{,}13$ g (1.5.4) ; $m(\text{Ag}) = 0{,}11$ g (3.6)

Les deux masses ont le même ordre de grandeur, mais le titrage donne une valeur plus faible : 0,11 g au lieu de 0,13 g.

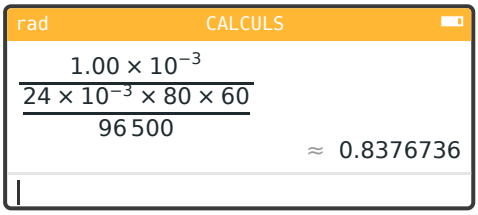
Le calcul de la question 1.5.4 suppose que tous les électrons reçus par la bague réduisent des ions argent. Or une autre réduction est possible à la cathode (1.2) : $2\,\text{H}^+(\text{aq}) + 2\,\text{e}^- = \text{H}_2(\text{g})$, d'autant que l'électrolyse produit des ions H^+. Les électrons ainsi utilisés ne déposent pas d'argent.

Écart d'environ 0,02 g : une partie des électrons a réduit des ions H^+, la masse réellement déposée est celle du titrage.

COMPRENDRE

Environ 84 % des électrons ont servi au dépôt d'argent. Le titrage mesure ce qui a réellement disparu de la solution ; le calcul par la charge ne donne qu'une masse maximale.

À LA CALCULATRICE



Les dominos

Bac S 2009 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 À quelle force la bille est-elle soumise entre les points O et M exclus ?

Entre O et M, la bille n'est plus en contact avec le support et les frottements sont négligés.

La bille n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$: elle est en chute libre.

COMPRENDRE
« Exclus » écarte les deux contacts : en O la bille touche encore le support, en M elle heurte le domino. Entre les deux, plus aucune force de contact ne s'exerce.

1.2 En appliquant la seconde loi de Newton à la bille après le point O, établir la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}$ de son centre d'inertie et le vecteur accélération de pesanteur $\vec{g}$.

Système {bille}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Seconde loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$.

$\vec{a} = \vec{g}$

COMPRENDRE
La masse se simplifie : le mouvement d'une chute libre ne dépend pas de la masse de l'objet. Dans le repère, $a_x = 0$ et $a_y = -g$, d'où les coordonnées de la vitesse admises par l'énoncé.

MÉTHODE
Toujours annoncer le système, le référentiel galiléen et le bilan des forces avant d'écrire la loi : ces trois lignes sont notées.

1.3 Montrer que l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la bille entre O et M est $y(x) = \dfrac{-g\,x^2}{2\,v_0^2}$.

Données utiles $v_x(t) = v_0$; $v_y(t) = -g\,t$; à $t = 0$, la bille est en O $(0\,;\,0)$

Comme $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ et $v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives :

$$x(t) = v_0\,t + C_1 \qquad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + C_2$$

À $t = 0$, la bille est en O : $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, donc $C_1 = 0$ et $C_2 = 0$.

Équations horaires : $x(t) = v_0\,t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2$.

On élimine le temps : $t = \dfrac{x}{v_0}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$y(x) = \dfrac{-g\,x^2}{2\,v_0^2}$: c'est bien l'expression attendue (portion de parabole).

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou ne pas les justifier par la position initiale. Même nulles, elles doivent apparaître sur la copie.

MÉTHODE
Équation de la trajectoire : 1) primitives de la vitesse ; 2) constantes par les conditions initiales ; 3) isoler t dans $x(t)$; 4) le reporter dans $y(t)$.

1.4 Calculer v_0 pour que le centre d'inertie de la bille arrive au point M.

Données utiles $x_M = 0{,}40$ m ; $y_M = -0{,}20$ m ; $g = 9{,}8\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$

M appartient à la trajectoire : $y_M = \dfrac{-g\,x_M^2}{2\,v_0^2}$, donc $v_0^2 = \dfrac{-g\,x_M^2}{2\,y_M}$.

Comme $y_M < 0$, ce quotient est positif, et $v_0 > 0$:

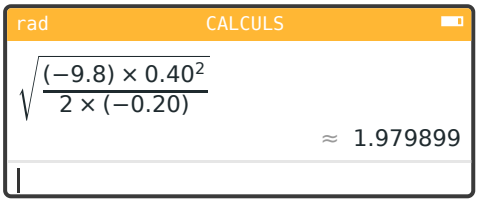
$$v_0 = \sqrt{\frac{-g\,x_M^2}{2\,y_M}} = \sqrt{\frac{-9{,}8 \times 0{,}40^2}{2 \times (-0{,}20)}}$$

$$\boxed{v_0 = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

PIÈGE
Prendre $y_M = +0{,}20$ m : l'axe vertical est orienté vers le haut et M est sous O. Avec le mauvais signe, on obtient la racine d'un nombre négatif.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs ($9{,}8$; $0{,}40$; $0{,}20$) : le résultat en garde deux, soit $2{,}0$ et non $1{,}98$ ou 2.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_M(A)$ de la bille en A en fonction de y_A.

Données utiles bille lâchée en A sans vitesse initiale ; $E_p(O) = 0$ à l'altitude $y = 0$

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur. Avec l'axe vertical orienté vers le haut et l'origine choisie en O : $E_p = m\,g\,y$.

$$E_M(A) = \frac{1}{2}\,m\,v_A^2 + m\,g\,y_A$$

La bille est lâchée sans vitesse initiale : $v_A = 0$.

$$\boxed{E_M(A) = m\,g\,y_A}$$

COMPRENDRE
En A, toute l'énergie est sous forme potentielle. L'expression $E_p = m\,g\,y$ n'est valable que parce que l'axe est orienté vers le haut et que la référence est prise en $y = 0$.

2.1.2 Établir l'expression de l'énergie mécanique $E_M(B)$ de la bille en B en fonction de v_B.

Données utiles $y_B = 0$

$$E_M(B) = \frac{1}{2}\,m\,v_B^2 + m\,g\,y_B$$

Le point B est à l'altitude $y_B = 0$: son énergie potentielle de pesanteur est nulle.

$$\boxed{E_M(B) = \frac{1}{2}\,m\,v_B^2}$$

2.1.3 En déduire l'expression de y_A en fonction de $v_0 = v_B$.

Données utiles $E_M(A)$ (2.1.1) ; $E_M(B)$ (2.1.2)

L'énergie mécanique se conserve entre A et B (seul le poids, force conservative, travaille) :

$$E_M(A) = E_M(B) \iff m\,g\,y_A = \frac{1}{2}\,m\,v_B^2$$

On simplifie par m et on remplace v_B par v_0 :

$$\boxed{y_A = \frac{v_0^2}{2\,g}}$$

PIÈGE
Écrire la conservation sans la justifier. La réaction $\vec{R}$, perpendiculaire au déplacement, ne travaille pas : c'est l'argument qui autorise $E_M(A) = E_M(B)$.

COMPRENDRE
Ni la masse de la bille ni l'inclinaison du plan n'interviennent : seule la hauteur de chute fixe la vitesse en bas d'une pente sans frottement.

2.1.4 Calculer y_A pour que v_0 ait la valeur de $2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Données utiles $v_0 = 2{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $g = 9{,}8\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$; $y_A = \dfrac{v_0^2}{2\,g}$ (2.1.3)

$$y_A = \frac{v_0^2}{2\,g} = \frac{2{,}0^2}{2\times 9{,}8}$$

$y_A = 0{,}20$ m, soit 20 cm

COMPRENDRE
On retrouve la hauteur de la chute entre O et M (20 cm). Unités : $\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$ équivaut à $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, donc v_0^2/g est bien une longueur.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Donner l'expression vectorielle de la force de rappel $\vec{F}$ exercée par le ressort.

Données utiles raideur k ; abscisse x de l'extrémité du ressort ; ressort au repos pour $x = 0$

L'extrémité du ressort est au repos en O : son abscisse x mesure directement la déformation du ressort.

$\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$

COMPRENDRE
Le ressort est comprimé : $x < 0$, donc $-k\,x > 0$. La force de rappel est dirigée selon $+\vec{i}$: elle pousse la bille vers O, ce qui tend à ramener le ressort à sa longueur de repos.

2.2.2 Pendant la compression, la force $\vec{F}_{op}$ de l'opérateur est à chaque instant opposée à la force de rappel $\vec{F}$. En déduire l'expression vectorielle de $\vec{F}_{op}$.

Données utiles $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$ (2.2.1)

$\vec{F}_{op} = -\vec{F} = -(-k\,x\,\vec{i})$

$\vec{F}_{op} = k\,x\,\vec{i}$

COMPRENDRE
Avec $x < 0$, $\vec{F}_{op}$ est dirigée selon $-\vec{i}$: l'opérateur pousse bien vers la gauche, dans le sens de la compression.

2.2.3 Montrer que le travail de la force $\vec{F}_{op}$ entre les points O et C a pour expression $W_{OC}(\vec{F}_{op}) = \dfrac{1}{2}\,k\,x_C^2$.

Données utiles $\vec{F}_{op} = k\,x\,\vec{i}$ (2.2.2) ; $x_O = 0$

La force $\vec{F}_{op}$ dépend de x : elle n'est pas constante, on ne peut pas écrire $W = \vec{F}_{op}\cdot\overrightarrow{OC}$.

Sur un déplacement élémentaire $\mathrm{d}\vec{\ell} = \mathrm{d}x\,\vec{i}$, assez petit pour que la force y soit constante, le travail élémentaire vaut :

$$\delta W = \vec{F}_{op}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = k\,x\,\vec{i}\cdot\mathrm{d}x\,\vec{i} = k\,x\,\mathrm{d}x$$

On somme ces travaux de O ($x = 0$) à C ($x = x_C$) :

$$W_{OC}(\vec{F}_{op}) = \int_0^{x_C} k\,x\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}\,k\,x^2\right]_0^{x_C} = \frac{1}{2}\,k\,x_C^2 - 0$$

$W_{OC}(\vec{F}_{op}) = \dfrac{1}{2}\,k\,x_C^2$: c'est bien l'expression attendue.

PIÈGE
Appliquer $W = F\times OC$ avec la force finale $k\,|x_C|$: on trouve $k\,x_C^2$, le double du bon résultat. La force croît de 0 à $k\,|x_C|$ pendant la compression.

COMPRENDRE
Ce travail est positif (force et déplacement de même sens) : c'est l'aire sous la droite $F = k\,|x|$.

2.2.4 L'énergie potentielle élastique emmagasinée par le ressort est entièrement restituée à la bille sous forme d'énergie cinétique. Exprimer x_C en fonction de v_0, m et k.

Données utiles $W_{OC}(\vec{F}_{op}) = \frac{1}{2} k x_C^2$ (2.2.3)

Le travail de l'opérateur est stocké par le ressort : $E_{pe} = \frac{1}{2} k x_C^2$. Cette énergie est intégralement transférée à la bille, qui part du repos et atteint O avec la vitesse v_0 :

$$\frac{1}{2} k x_C^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \text{donc} \quad x_C^2 = \frac{m v_0^2}{k}$$

Le point C est à gauche de O : $x_C < 0$, on garde la racine négative.

$$\boxed{x_C = -v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}}$$

PIÈGE
Donner la racine positive. La question porte sur une coordonnée, pas sur une longueur : le signe « $-$ » fait partie de la réponse.

2.2.5 Calculer la coordonnée x_C pour que v_0 ait la valeur $2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données utiles $m = 60\ \text{g}$; $k = 50\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$; $v_0 = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; expression de x_C (2.2.4)

On convertit la masse : $m = 60\ \text{g} = 6{,}0 \times 10^{-2}$ kg.

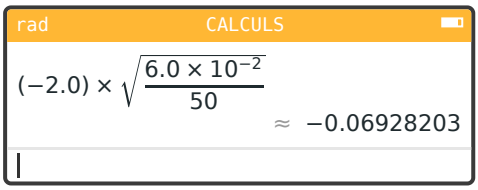
$$x_C = -v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} = -2{,}0 \times \sqrt{\frac{6{,}0 \times 10^{-2}}{50}}$$

$$\boxed{x_C = -6{,}9 \times 10^{-2}\ \text{m, soit } -6{,}9\ \text{cm}}$$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : on trouverait $-2{,}2$ m, valeur absurde pour un petit canon à ressort. Dans une énergie cinétique, la masse est toujours en kilogrammes.

COMPRENDRE
Une compression de 7 cm environ remplace un plan incliné haut de 20 cm : le canon donne la même vitesse de lancement avec un encombrement bien plus faible.

À LA CALCULATRICE



Etude d'une bobine par différentes méthodes

Bac S 2009 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Quel est le phénomène observé sur le document 1 ?

La tension u change régulièrement de signe et son amplitude diminue au cours du temps, alors que le générateur n'est plus dans le circuit.

Le condensateur se décharge dans la bobine : ce sont des **oscillations électriques libres amorties** (régime pseudo-périodique).

COMPRENDRE
« Libres » : aucun générateur n'entretient les oscillations. « Amorties » : la résistance r de la bobine fait décroître l'amplitude.

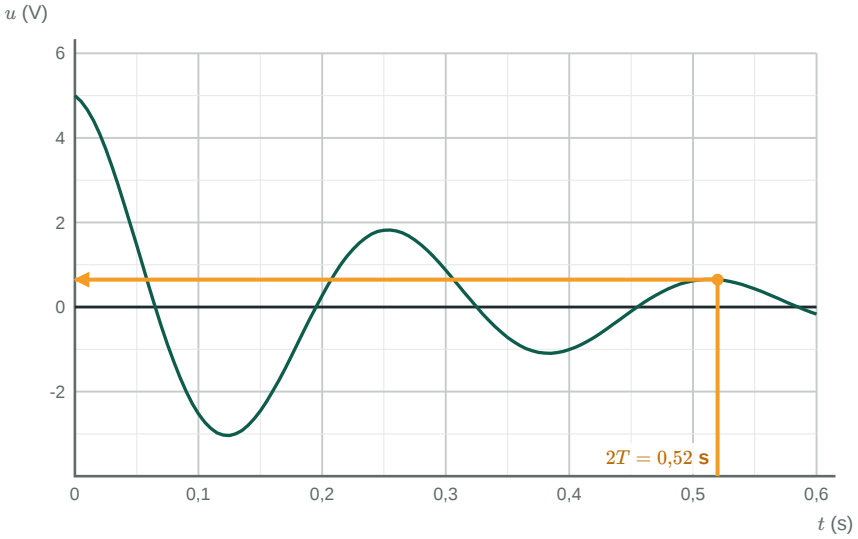
1.2 Déterminer graphiquement la pseudo-période T de la tension.

On mesure la durée de deux pseudo-périodes, entre le maximum de la date $t = 0$ et le deuxième maximum suivant, à $t = 0{,}52$ s :

$2T = 0{,}52$ s, donc $T = \dfrac{0{,}52}{2}$

$T = 0{,}26$ s

MÉTHODE
Mesurer plusieurs pseudo-périodes puis diviser : l'erreur de lecture est divisée d'autant. Repérer des points nets de la courbe (maximums ou passages par zéro dans le même sens).



1.2 · Document 1 : deux pseudo-périodes entre $t = 0$ et le deuxième maximum

1.3 En assimilant la pseudo-période à la période propre T_0, calculer la valeur L de l'inductance de la bobine.

Données utiles $C = 2200\ \mu$F ; $T = 0{,}26$ s (1.2)

Période propre d'un circuit LC : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

En élevant au carré : $T_0^2 = 4\pi^2 LC$, d'où $L = \dfrac{T_0^2}{4\pi^2 C}$.

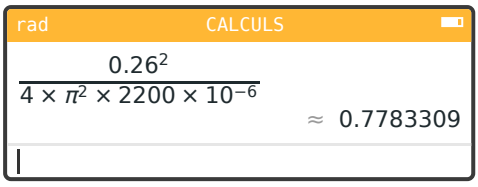
$$L = \frac{0{,}26^2}{4\pi^2 \times 2200 \times 10^{-6}} = 0{,}78\ \text{H}$$

$L = 0{,}78$ H, soit 780 mH : valeur bien comprise entre 600 et 900 mH.

PIÈGE
Laisser la capacité en microfarads : $C = 2200 \times 10^{-6}$ F. Ne pas oublier non plus d'élever T_0 et 2π au carré.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme T lue sur le graphique. Le résultat se contrôle avec l'encadrement annoncé par l'énoncé.

À LA CALCULATRICE



2.1 Rappeler les expressions littérales des énergies E_C et E_B en fonction de L, C, u et i.

Énergie emmagasinée dans le condensateur : $E_C = \frac{1}{2} C u^2$.

Énergie emmagasinée dans la bobine : $E_B = \frac{1}{2} L i^2$.

$E_C = \frac{1}{2} C u^2$ et $E_B = \frac{1}{2} L i^2$

2.2 En déduire l'expression de l'énergie E_T du circuit, en fonction de L, C, u et i.

L'énergie totale est la somme des deux énergies : $E_T = E_C + E_B$.

$E_T = \frac{1}{2} C u^2 + \frac{1}{2} L i^2$

2.3 Identifier sur le document 4 les courbes donnant l'évolution de E_B, E_C et E_T. Justifier.

- La résistance du circuit est nulle : aucune énergie n'est dissipée, E_T reste constante. C'est la **courbe 1** (droite horizontale).
- À $t = 0$, le condensateur est chargé ($u = 5{,}0$ V, document 2) : E_C est maximale. C'est la **courbe 3**, qui part de sa valeur maximale.
- À $t = 0$, l'intensité est nulle (document 3) : $E_B = 0$. C'est la **courbe 2**, qui part de zéro.

Courbe 1 : E_T ; courbe 2 : E_B ; courbe 3 : E_C.

MÉTHODE
Pour attribuer des courbes d'énergie, regarder la date $t = 0$: condensateur chargé et courant nul, donc E_C maximale et E_B nulle.

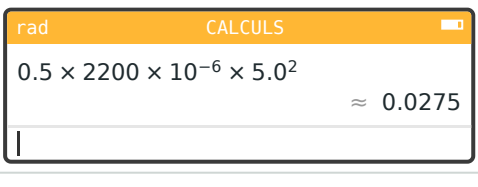
2.4 Déterminer graphiquement la valeur de l'énergie E_T du circuit.

La courbe 1 est une droite horizontale située à mi-distance entre les graduations 25 mJ et 30 mJ.

$E_T \approx 27{,}5 \text{ mJ} = 27{,}5 \times 10^{-3} \text{ J}$

COMPRENDRE
Contrôle : à $t = 0$ toute l'énergie est dans le condensateur chargé sous $E = 5{,}0$ V, donc $E_T = \frac{1}{2} C E^2 = 27{,}5$ mJ. La lecture est cohérente.

À LA CALCULATRICE



2.5 Dans quel dipôle est emmagasinée l'énergie à la date $t = 0{,}20$ s ? Justifier.

À $t = 0{,}20$ s, le document 2 donne $u = 0$ V, donc $E_C = \frac{1}{2}Cu^2 = 0$.

Au même instant, l'intensité est maximale (document 3), donc E_B est maximale. Le document 4 le confirme : la courbe 2 atteint E_T et la courbe 3 s'annule.

À $t = 0{,}20$ s, toute l'énergie est emmagasinée dans la **bobine** : $E_B = E_T$.

2.6 En déduire la valeur de l'inductance de la bobine, en exploitant si besoin un document.

Données utiles $E_T = 27{,}5 \times 10^{-3}$ J (2.4)

À $t = 0{,}20$ s : $E_B = E_T = \frac{1}{2} L i^2$, d'où $L = \frac{2\,E_T}{i^2}$.

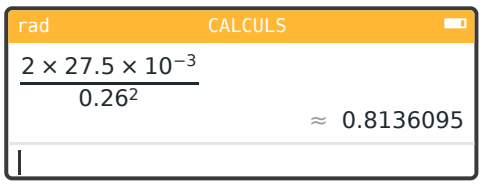
Sur le document 3, à $t = 0{,}20$ s, l'intensité vaut $i = 0{,}26$ A (valeur maximale).

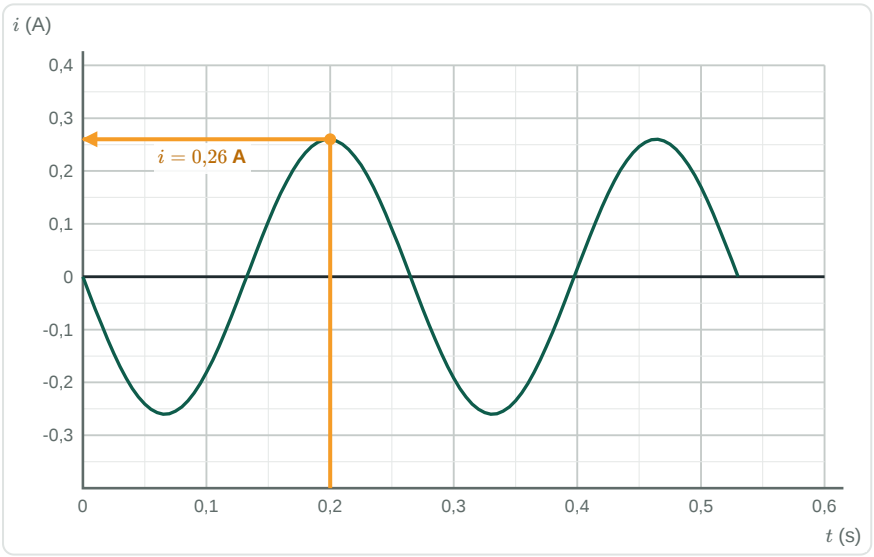
$$L = \frac{2 \times 27{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}26^2} = 0{,}81 \text{ H}$$

$L = 0{,}81$ H, valeur proche de celle de la méthode temporelle (0,78 H).

PIÈGE
Convertir l'énergie en joules ($27{,}5 \times 10^{-3}$ J) et penser au carré de l'intensité. Une lecture $i = 0{,}25$ A donnerait 0,88 H : l'écart vient surtout de la lecture graphique.

À LA CALCULATRICE





2.6 · Document 3 : lecture de l'intensité à $t = 0{,}20$ s

3.1 En tenant compte des orientations du schéma, exprimer la tension u aux bornes de la bobine en fonction de l'intensité i et de l'inductance L.

Interrupteur en position (2), le courant d'intensité i traverse la bobine de C vers B. La flèche de la tension u pointe vers B : $u = u_{BC}$.

Les flèches de u et de i sont de même sens pour la bobine : c'est la convention générateur. Comme $u_{CB} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ (convention récepteur, résistance nulle) et $u = -u_{CB}$:

$$u = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Écrire $u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ sans regarder les flèches. Cette relation suppose la convention récepteur (flèches de u et de i opposées), ce qui n'est pas le cas ici pour la bobine.

3.2 Exprimer l'intensité i du courant, interrupteur en position (2), en fonction de la tension u et de la capacité C.

Le courant arrive sur l'armature reliée à A, de charge q, et la flèche de u pointe vers cette armature : $q = C\,u$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

C étant constante :

$$\boxed{i = C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}}$$

3.3 En déduire l'équation différentielle vérifiée par le circuit sous la forme $\ddot{u} + A^2 u = 0$ et exprimer la constante A en fonction de L et C.

On reporte $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ dans $u = -L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$:

$$u = -L\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(C\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right) = -LC\,\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2}$$

En divisant par LC : $\dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{1}{LC}\,u = 0$. Par identification, $A^2 = \dfrac{1}{LC}$.

$$\boxed{\ddot{u} + \frac{1}{LC}\,u = 0 \text{ avec } A = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

COMPRENDRE
A est la pulsation propre du circuit : $A = \frac{2\pi}{T_0}$. On retrouve ainsi $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, utilisée à la question 1.3.

3.4.1 À partir du document 2, déterminer les valeurs de u_{max} et φ, puis écrire $u(t)$ sous forme numérique.

Amplitude : la tension oscille entre $-5{,}0$ V et $+5{,}0$ V, donc $u_{max} = 5{,}0$ V.

Phase : à $t = 0$, $u(0) = u_{max}\cos\varphi = u_{max}$, donc $\cos\varphi = 1$ et $\varphi = 0$.

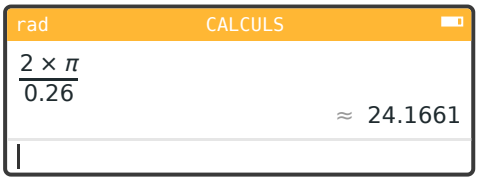
Période propre : deux périodes durent 0,53 s environ, soit $T_0 \approx 0{,}26$ s.

Alors $\dfrac{2\pi}{T_0} = \dfrac{2\pi}{0{,}26} = 24\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$.

$$\boxed{u(t) = 5{,}0\cos(24\,t)\text{, avec } u \text{ en volts et } t \text{ en secondes.}}$$

COMPRENDRE
On obtient la même pulsation avec $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $L = 0{,}81$ H : $24\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$. L'argument du cosinus est en radians.

À LA CALCULATRICE



3.4.2 En déduire l'expression numérique de $i(t)$.

Données utiles $C = 2200\ \mu\mathrm{F}$; $u(t) = 5{,}0\cos(24\,t)$ (3.4.1)

D'après 3.2 : $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$, avec $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = -5{,}0 \times 24\,\sin(24\,t)$.

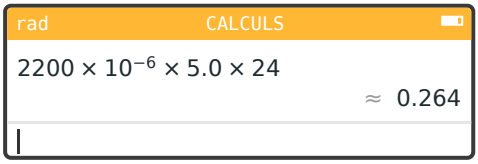
$$i(t) = -2200 \times 10^{-6} \times 5{,}0 \times 24\,\sin(24\,t)$$

$$\boxed{i(t) = -0{,}26\,\sin(24\,t)\text{, avec } i \text{ en ampères et } t \text{ en secondes.}}$$

PIÈGE
Oublier le signe « − » ou le facteur 24 en dérivant le cosinus : la dérivée de $\cos(at)$ est $-a\sin(at)$.

COMPRENDRE
Vérification sur le document 3 : $i(0) = 0$, l'intensité commence par être négative et son amplitude vaut bien 0,26 A.

À LA CALCULATRICE



4.1 Compléter le tableau donné en annexe (résistance totale, numéro de la courbe, nom du régime, justification).

Plus la résistance totale est grande, plus l'amortissement est fort.

- $0\ \Omega$: courbe 5, régime périodique. L'amplitude reste constante (5 V) : aucun amortissement.
- $2{,}0\ \Omega$: courbe 6, régime pseudo-périodique. La tension oscille avec une amplitude qui décroît : amortissement faible.
- $80\ \Omega$: courbe 4, régime apériodique. La tension revient à 0 V sans osciller : amortissement fort.

$0\ \Omega$: courbe 5 (périodique) ; $2{,}0\ \Omega$: courbe 6 (pseudo-périodique) ; $80\ \Omega$: courbe 4 (apériodique).

COMPRENDRE
L'énoncé annonce 4 expériences, mais le document 5 ne montre que trois courbes et l'annexe ne compte que trois lignes : on traite les trois cas fournis.

Résistance totale du circuit (Ω)	N° de la courbe correspondante	Nom du régime associé	Justification
0	5	périodique	Oscillations sinusoïdales d'amplitude constante : aucun amortissement.
2,0	6	pseudo-périodique	Oscillations dont l'amplitude décroît : amortissement faible.
80	4	apériodique	Retour à 0 V sans oscillation : amortissement fort.

4.1 · Annexe à rendre avec la copie, complétée (réponses en orange)

4.2 Justifier l'aspect de la courbe 6 par des considérations énergétiques.

Le circuit possède une résistance (2,0 Ω). À chaque échange d'énergie entre le condensateur et la bobine, une partie de l'énergie est dissipée par effet Joule dans cette résistance, sous forme de transfert thermique.

L'énergie totale E_T diminue donc au cours du temps. Or, lorsque u est maximale, $i = 0$ et $E_T = \frac{1}{2} C\, u_{max}^2$.

L'énergie du circuit décroît par effet Joule, donc l'amplitude de la tension diminue à chaque oscillation.