Métropole 2009 EXERCICE II. FROTTEMENTS AVEC L'AIR : QU'EN DIT LA NASA ? (5,5 points)

La question 6 est indépendante des précédentes.

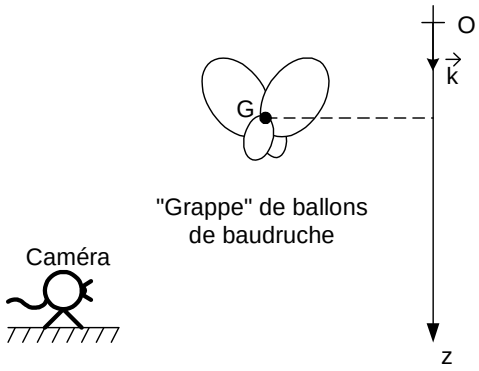
Intrigué par la notion de frottement fluide introduite en classe, un élève recherche des informations sur la notion de force de traînée. Sur le site de la NASA, "National Aeronautics and Space Administration", dont l'activité se partage entre domaine spatial et aéronautisme, l'élève trouve :
"La force de traînée sur un avion ou une navette dépend de la densité de l'air, du carré de la vitesse, de la viscosité et de la compressibilité de l'air, de la taille et de la forme de l'objet ainsi que de son inclinaison par rapport à l'écoulement d'air. En général, la dépendance à l'égard de la forme du corps, de l'inclinaison, de la viscosité et de la compressibilité de l'air est très complexe." (d'après www.nasa.gov)
A l'issue de cette recherche, l'élève dégage deux modèles pour rendre compte des frottements exercés par l'air sur les objets.

- modèle 1 : les frottements dépendent, entre autres, de la viscosité de l'air η_{air} et de la valeur v de la vitesse du centre de gravité G du système. On exprime alors la force sous la forme : $\vec{f}_1 = -A.\eta_{air}.v.\vec{k}$ où A est une constante.

- modèle 2 : les frottements dépendent, entre autres, de la masse volumique de l'air ρ_{air} et du carré de v. On écrit alors la force sous la forme : $\vec{f}_2 = -B.\rho_{air}.v^2.\vec{k}$ où B est une constante.

Les constantes A et B sont liées à la forme du corps et à son inclinaison.

Le choix entre ces deux modèles est lié à l'expérience. Son professeur lui conseille de les appliquer à la chute verticale d'une grappe de ballons de baudruche dont il peut lui fournir le film. Il lui donne également les valeurs approchées des constantes A et B.



Un logiciel adapté permet d'obtenir la courbe d'évolution temporelle de la valeur v de la vitesse du centre d'inertie G du système **DE LA FIGURE 2 DE L'ANNEXE EN PAGE 9.**

Le système fourni par l'ensemble des ballons de baudruche, de masse m et de volume total V, est lâché sans vitesse initiale, dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme et vertical.

Toute l'étude de cet exercice est faite dans le référentiel terrestre supposé galiléen, muni d'un repère $(O ; \vec{k})$ dont l'axe Oz vertical est orienté vers le bas. On pose $v_z = v$, valeur de la vitesse du centre d'inertie G du système.

Données pour l'objet étudié :

Valeurs approchées de A et B calculées à partir de la géométrie de l'objet :
$A \approx 1 \times 10^{1}$ m
$B \approx 2 \times 10^{-2}$ m²

masse du système : m = 22 g
valeur du champ de pesanteur : g = 9,8 m.s^{-2}
masse volumique de l'air : ρ_{air} = 1,2 kg. m^{-3} = 1,2 g.L^{-1}
viscosité dynamique de l'air : $\eta_{air} = 2 \times 10^{-5}$ kg.m^{-1}.s^{-1}

1. Rappeler ce que signifie le caractère uniforme du champ de pesanteur.

2. *Le système est soumis à trois forces, son poids $\vec{P}$, les frottements ($\vec{f}_1$ ou $\vec{f}_2$) et la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$.*
Donner les caractéristiques de la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$.

3. Si l'on choisit le modèle 1, montrer que dans le référentiel terrestre (supposé galiléen), la vitesse v vérifie l'équation différentielle :

$$m.\frac{dv}{dt} = m.g\left(1 - \frac{V.\rho_{air}}{m}\right) - A.\eta_{air}.v \qquad (1)$$

De la même façon, montrer que pour le modèle 2 on obtient l'équation suivante :

$$m.\frac{dv}{dt} = m.g\left(1 - \frac{V.\rho_{air}}{m}\right) - B.\rho_{air}.v^2 \qquad (2)$$

4. Accélération initiale

4.1. Déduire des équations différentielles l'expression littérale de a_0, valeur de l'accélération à la date $t = 0$, en fonction de m, V, g et ρ_{air}. (On pourra prendre indifféremment l'une ou l'autre des deux équations différentielles pour trouver l'expression littérale de a_0).
4.2. Vérifier par une méthode graphique, sur **LA FIGURE 2 DE L'ANNEXE EN PAGE 9**, que la valeur de l'accélération initiale a_0 est de l'ordre de : $a_0 = 6\ m.s^{-2}$.
4.3. Retrouver cette valeur par un calcul sachant que le volume V du système est de l'ordre de 7 L.

5. Vitesse limite

5.1. Déterminer graphiquement sur **LA FIGURE 2 DE L'ANNEXE EN PAGE 9,** la valeur de la vitesse limite v_{lim}. La construction graphique devra apparaître sur la figure.
5.2. À l'aide de l'équation différentielle, démontrer dans le cas du modèle 1 que l'expression de cette vitesse limite est :

$$v_{lim,1} = \frac{m.g\left(1 - \frac{V.\rho_{air}}{m}\right)}{A.\eta_{air}}$$

On admet également dans le cas du modèle 2 que :

$$v_{lim,2} = \sqrt{\frac{m.g\left(1 - \frac{V.\rho_{air}}{m}\right)}{B.\rho_{air}}} \qquad \textit{(Ne pas démontrer cette relation)}$$

5.3. Calculer la valeur approchée de $v_{lim,1}$ en utilisant les données fournies en début d'énoncé. On rappelle que le volume V du système est de l'ordre de 7 L.
5.4. Sachant que $v_{lim,2} = 2\ m.s^{-1}$, comparer ces deux vitesses limites avec la valeur v_{lim} trouvée expérimentalement. En déduire lequel des deux modèles est le plus adapté à l'étude réalisée.

6. Force de frottement et énergie : retour de la navette spatiale

Le travail de la force de frottement est dissipé sous forme de chaleur ; le bouclier thermique des navettes spatiales est destiné à les protéger lors de leur entrée dans l'atmosphère.

Pour l'expliquer sur un forum, l'élève a rédigé le texte suivant :
« La navette pèse 70 tonnes ; elle quitte une orbite basse (250 km) autour de la Terre et se déplace à environ 28 000 km/h par rapport à la Terre lorsqu'elle amorce sa descente. Le plus problématique avant l'atterrissage n'est pas de descendre de 250 km, mais de ralentir afin que la vitesse soit d'environ 400 km/h. Pour cela il faut dissiper environ 2 térajoules en 2 000 secondes, soit 1 mégawatt moyen ! Actuellement, cette énergie est dissipée sous forme de chaleur lors du frottement de la Navette avec l'air de l'atmosphère ; l'énergie cinétique de la navette diminue, la navette ralentit et se réchauffe ».

6.1. Citer les noms des formes d'énergie que possède la navette en orbite autour de la Terre.
6.2. Dans la phrase : « … *il faut dissiper 2 térajoules en 2000 secondes, soit 1 mégawatt moyen* », donner le nom des deux grandeurs physiques dont les valeurs numériques sont soulignées.
6.3. En ne prenant en compte que la variation de vitesse comme le suggère l'élève, calculer la valeur des deux grandeurs citées dans la question précédente, à partir des données fournies dans le texte. Vos résultats sont-ils en accord avec ceux de l'élève ?

Rappels : 1 térajoule = 1 TJ = 10^{12} J *1 mégawatt = 1 MW = 10^{6} W*

ANNEXE DE L'EXERCICE II

Figure 2 : courbe d'évolution temporelle de la valeur v de la vitesse du centre d'inertie G du système

