Spécialité : Détection d'exoplanètes

Bac S 2009 Métropole (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

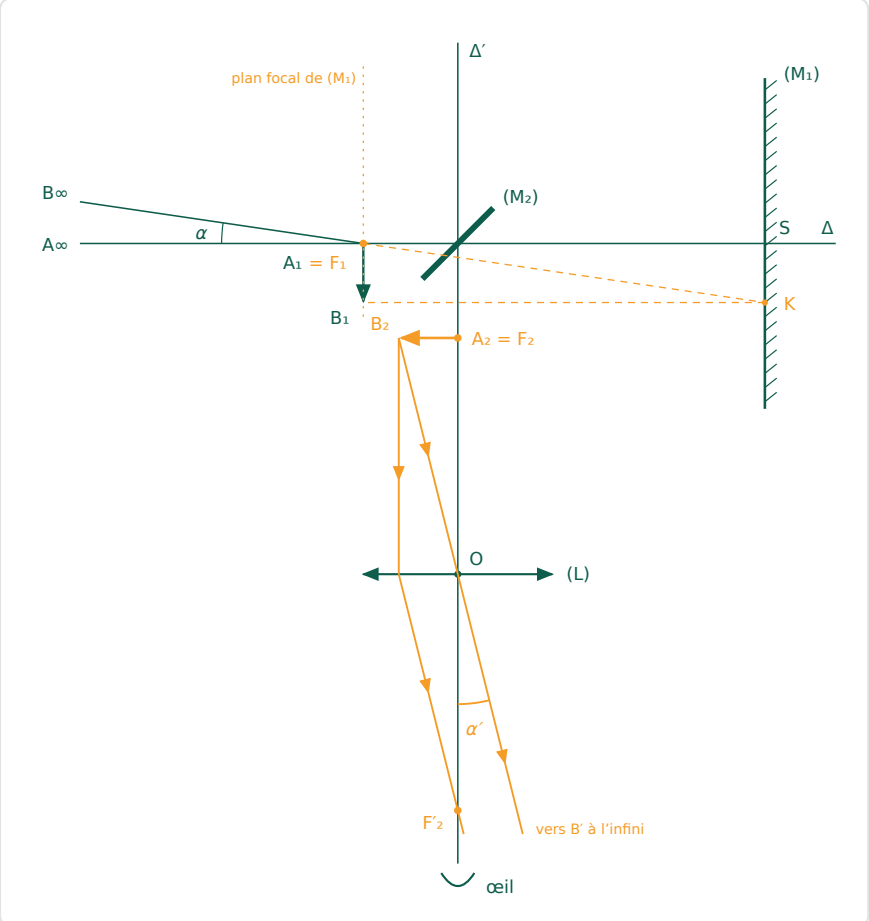
1.1 Indiquer, en justifiant, la position du foyer F_1 du miroir primaire sur la figure 3 de l'annexe.

L'objet AB est à l'infini : le miroir sphérique (M_1) en donne une image A_1B_1 située dans son plan focal.

Le point A est sur l'axe optique Δ, donc son image A_1 est le foyer lui-même.

F_1 est confondu avec A_1, sur l'axe Δ (voir la figure).

COMPRENDRE
Tout se passe comme pour une lentille convergente : des rayons parallèles à l'axe convergent au foyer après réflexion, et $SF_1 = f_1$.



1.1 · Figure 3 de l'annexe complétée (questions 1.1, 1.3.1, 1.4.2 et 1.5.1) : en orange, ce que l'élève ajoute

1.2 Donner l'expression du diamètre apparent α en fonction de A_1B_1 et f_1 (α petit, en radians).

Le rayon issu de B_∞ qui passe par F_1 fait l'angle α avec Δ. Il atteint le miroir en K et repart parallèlement à Δ, donc $SK = A_1B_1$.

Dans le triangle F_1SK, rectangle en S : $\tan\alpha = \dfrac{SK}{SF_1} = \dfrac{A_1B_1}{f_1}$.

Comme α est petit, $\tan\alpha = \alpha$:

$$\alpha = \frac{A_1B_1}{f_1} \text{ (en radians)}$$

PIÈGE
Les deux longueurs doivent être dans la même unité, et la relation $\tan\alpha = \alpha$ n'est valable qu'avec α en radians.

1.3.1 Indiquer sur la figure 3 la position de l'image A_2B_2 de A_1B_1 donnée par le miroir plan (M_2).

Un miroir plan donne d'un objet une image symétrique par rapport à son plan.

(M_2) est incliné de 45° : le symétrique de A_1 (sur Δ) est A_2, sur Δ′, à la même distance du miroir, et A_2B_2 est perpendiculaire à Δ′.

A_2B_2 est le symétrique de A_1B_1 par rapport au plan de (M_2) (voir la figure de la question 1.1).

MÉTHODE
Pour construire le symétrique d'un point, tracer la perpendiculaire au miroir passant par ce point et reporter la même distance de l'autre côté.

1.3.2 Quelle relation existe-t-il entre les longueurs A_1B_1 et A_2B_2 ?

La symétrie par rapport à un plan conserve les longueurs.

$A_2B_2 = A_1B_1$

1.4.1 Le réglage étant afocal, où se trouve l'image définitive $A'B'$ donnée par l'oculaire ?

A_2B_2 est dans le plan focal objet de l'oculaire (L) : A_2 est confondu avec F_2.

L'image définitive $A'B'$ se forme à l'infini.

COMPRENDRE
C'est l'intérêt du réglage afocal : l'œil regarde une image à l'infini, donc sans accommoder, ce qui évite la fatigue.

1.4.2 Justifier la réponse précédente en traçant deux rayons caractéristiques issus de B_2 et traversant l'oculaire (L).

Depuis B_2, on trace (en orange sur la figure de la question 1.1) :

- le rayon passant par le centre optique O, qui n'est pas dévié ;
- le rayon parallèle à Δ′, qui ressort en passant par le foyer image F_2' .

Les deux rayons émergents sont parallèles entre eux : ils se coupent à l'infini, où se forme B'.

PIÈGE
F_2' doit être placé à la même distance de O que F_2, de l'autre côté de la lentille. Mal placé, il donne des rayons émergents qui ne sont plus parallèles.

1.5.1 Faire figurer sur la figure 3 le diamètre apparent α' sous lequel le couple est vu à travers le télescope.

A' est à l'infini dans la direction de Δ′ ; B' est à l'infini dans la direction des rayons émergents.

α' est l'angle entre l'axe Δ′ et les rayons qui sortent de l'oculaire (voir la figure de la question 1.1).

1.5.2 Exprimer α' en fonction de A_2B_2 et de f_2 (α' petit, en radians).

Le rayon B_2O n'est pas dévié : l'angle $\widehat{A_2OB_2}$ est égal à α' (angles opposés par le sommet).

Dans le triangle OA_2B_2, rectangle en A_2, avec $OA_2 = OF_2 = f_2$: $\tan\alpha' = \dfrac{A_2B_2}{f_2}$.

$\alpha' = \dfrac{A_2B_2}{f_2}$ (en radians)

1.5.3 Montrer que le grossissement $G_r = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ s'écrit $G_r = \dfrac{f_1}{f_2}$, puis calculer sa valeur.

Données utiles $f_1 = 1200$ mm ; $f_2 = 30$ mm ; $\alpha = \dfrac{A_1B_1}{f_1}$ (1.2) ; $A_2B_2 = A_1B_1$ (1.3.2) ; $\alpha' = \dfrac{A_2B_2}{f_2}$ (1.5.2)

$$G_r = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_2B_2}{f_2} \times \frac{f_1}{A_1B_1}$$

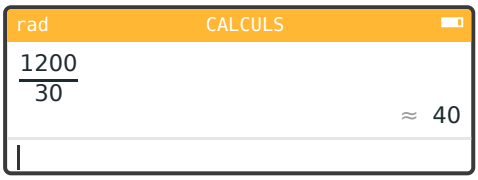
Comme $A_2B_2 = A_1B_1$, il reste $G_r = \dfrac{f_1}{f_2}$.

$$G_r = \frac{1200}{30}$$

$$\boxed{G_r = \frac{f_1}{f_2} = 40 \text{ (sans unité)}}$$

COMPRENDRE
C'est la même expression que pour la lunette astronomique afocale : le miroir primaire joue le rôle de l'objectif. Un oculaire de plus courte focale grossit davantage.

À LA CALCULATRICE



1.6.1 Estimer la valeur du diamètre apparent α sous lequel le couple étoile - exoplanète est vu à l'œil nu.

Données utiles distance planète - étoile $d = 0{,}045$ u.a ; distance à la Terre $D = 153$ a.l ; 1 u.a $= 150 \times 10^6$ km ; 1 a.l $= 9{,}5 \times 10^{15}$ m

Le segment étoile - planète, de longueur d, est vu depuis la Terre à la distance D : $\tan\alpha = \dfrac{d}{D}$, et α est petit, donc $\alpha = \dfrac{d}{D}$.

En mètres : $d = 0{,}045 \times 150 \times 10^6 \times 10^3 = 6{,}75 \times 10^9$ m et $D = 153 \times 9{,}5 \times 10^{15} = 1{,}45 \times 10^{18}$ m.

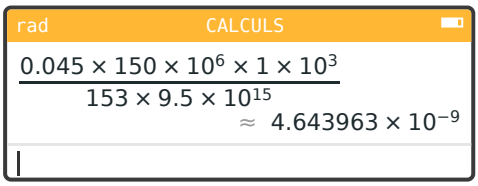
$$\alpha = \frac{6{,}75 \times 10^9}{1{,}45 \times 10^{18}}$$

$$\boxed{\alpha = 4{,}6 \times 10^{-9} \text{ rad}}$$

PIÈGE
L'unité astronomique est donnée en kilomètres, l'année de lumière en mètres : sans le facteur 10^3, le résultat est mille fois trop petit.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme 0,045 u.a et $9{,}5 \times 10^{15}$ m, les données les moins précises.

À LA CALCULATRICE



1.6.2 Calculer la valeur du diamètre apparent α' sous lequel le couple est vu à travers le télescope.

Données utiles $G_r = 40$ (1.5.3) ; $\alpha = 4{,}6 \times 10^{-9}$ rad (1.6.1)

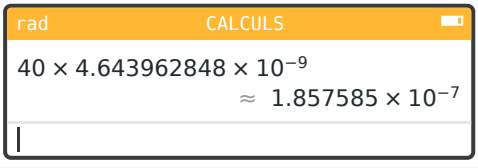
D'après la définition du grossissement : $\alpha' = G_r \times \alpha$.

$$\alpha' = 40 \times 4{,}64 \times 10^{-9}$$

$$\boxed{\alpha' = 1{,}9 \times 10^{-7} \text{ rad}}$$

PIÈGE
Reprendre la valeur non arrondie de α : avec $4{,}6 \times 10^{-9}$, on trouve $1{,}84 \times 10^{-7}$, arrondi à tort à $1{,}8 \times 10^{-7}$ rad.

À LA CALCULATRICE



1.6.3 Montrer que, même sans l'éblouissement dû à l'étoile, Léa et Julie n'auraient pas pu séparer l'étoile et sa planète.

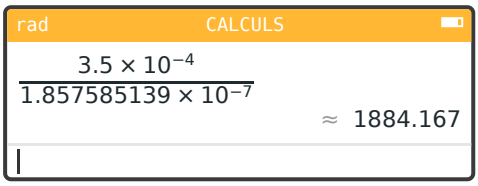
Données utiles deux points sont discernables si l'angle est au moins égal à $3{,}5 \times 10^{-4}$ rad ; $\alpha' = 1{,}9 \times 10^{-7}$ rad (1.6.2)

$1{,}9 \times 10^{-7}$ rad $< 3{,}5 \times 10^{-4}$ rad : l'angle sous lequel le couple est vu dans le télescope est environ 1900 fois plus petit que le plus petit angle que l'œil sépare.

$\alpha' \ll 3{,}5 \times 10^{-4}$ rad : l'étoile et sa planète se confondent en un seul point, elles ne sont pas séparées.

COMPRENDRE
Il faudrait un grossissement d'environ $40 \times 1900 \approx 75\,000$, hors de portée d'un télescope d'amateur : d'où le recours à une méthode indirecte.

À LA CALCULATRICE



2.1 D'après la figure 5, quelle est la période de révolution T de la planète HD 209458 b ? L'exprimer en secondes.

Données utiles 1 jour = 86 400 s

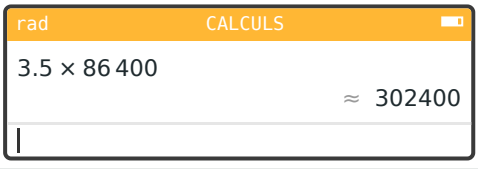
La luminosité chute à chaque passage de la planète devant l'étoile. Deux chutes successives ont lieu aux dates $t_1 = 2{,}0$ j et $t_2 = 5{,}5$ j.

$T = t_2 - t_1 = 3{,}5$ j, soit $T = 3{,}5 \times 86\,400$ s.

$T = 3{,}5 \text{ j} = 3{,}0 \times 10^5$ s

COMPRENDRE
La lecture graphique donne deux chiffres significatifs. La durée d'une chute (environ 0,1 j) est celle du transit, pas la période.

À LA CALCULATRICE



2.2 Avec la troisième loi de Kepler, calculer le demi-grand axe a de l'orbite de la planète, puis comparer à la distance moyenne planète - étoile du document 1.

Données utiles $T = 3{,}5 \times 86\,400$ s (2.1) ; $M = 1{,}057 \times M_S$; $M_S = 2{,}00 \times 10^{30}$ kg ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ S.I. ; $d = 0{,}045$ u.a ; 1 u.a $= 150 \times 10^6$ km

$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ donne $a^3 = \frac{G\,M\,T^2}{4\pi^2}$, soit $a = \sqrt[3]{\frac{G\,M\,T^2}{4\pi^2}}$, où M est la masse de l'étoile.

Avec $M = 1{,}057 \times 2{,}00 \times 10^{30} = 2{,}114 \times 10^{30}$ kg et $T = 3{,}024 \times 10^5$ s :

$$a = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 2{,}114 \times 10^{30} \times (3{,}024 \times 10^5)^2}{4\pi^2}}$$

soit $a = 6{,}9 \times 10^9$ m.

Document 1 : $d = 0{,}045 \times 150 \times 10^6 = 6{,}75 \times 10^6$ km, soit environ $6{,}8 \times 10^6$ km.

L'écart relatif est d'environ 2 %, inférieur à l'incertitude de lecture de T.

$a = 6{,}9 \times 10^9$ m $= 6{,}9 \times 10^6$ km : valeur en accord avec la distance moyenne du document 1.

PIÈGE

Utiliser la masse de l'étoile, pas celle de la planète : M_J et M_b ne servent pas ici. T doit être en secondes pour obtenir a en mètres.

MÉTHODE

Isoler a^3 avant de passer aux nombres, puis prendre la racine cubique avec la puissance $1/3$ entre parenthèses à la calculatrice.

À LA CALCULATRICE

