Corrigé complet — Bac S 2009 Inde (Pondichéry) (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Chute d'une bille dans un liquide visqueux** Deuxième loi de Newton · Poussée d'Archimède · Frottement fluide · Équation différentielle du premier ordre · Vitesse limite · Temps caractéristique	4 pts	52 min	3 questions	p. 2
Ex 2	**L'énergie du futur** Fusion nucléaire · Isotopes · Perte de masse et énergie libérée · Radioactivité α, β et lois de conservation · Demi-vie · Loi de décroissance radioactive	5,5 pts	1 h 05	12 questions	p. 5
Ex 3	**Spécialité : Microscope** Lentille mince convergente · Vergence et distance focale · Relation de conjugaison · Grandissement · Diamètre apparent · Grossissement	4 pts	52 min	12 questions	p. 9
Ex 4	**Préparation d'une phéromone** Estérification · Chauffage à reflux · Tableau d'avancement · Taux d'avancement et rendement · Constante d'équilibre et quotient de réaction · Optimisation d'une synthèse	6,5 pts	1 h 18	13 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Chute d'une bille dans un liquide visqueux

Bac S 2009 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

3.1 a. Expliquer comment le logiciel détermine les vitesses v_i à partir des positions x_i aux instants t_i. b. Mettre en évidence l'existence d'une vitesse limite V_L et donner sa valeur.

Données utiles 25 images par seconde ; enregistrement 1

3.1.a Le logiciel assimile la vitesse à la date t_i à la vitesse moyenne entre les deux dates qui l'encadrent :

$$v_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

Avec 25 images par seconde, deux images sont séparées de $\frac{1}{25} = 0{,}040$ s, donc $t_{i+1} - t_{i-1} = 0{,}080$ s.

3.1.b Sur l'enregistrement 1, la vitesse augmente de moins en moins vite, puis les points s'alignent sur une horizontale à partir de $t \approx 0{,}3$ s : la vitesse ne varie plus, elle a atteint une valeur limite.

$$V_L \approx 0{,}59 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

PIÈGE
Lire V_L sur un seul point. On trace l'horizontale qui passe au mieux par les derniers points et on lit son ordonnée : un peu en dessous de $0{,}6$.

COMPRENDRE
Encadrer t_i par les dates voisines donne une bonne estimation de la vitesse instantanée, à condition que l'intervalle de $0{,}080$ s reste court devant la durée d'évolution de la vitesse.

3.2 a. Bilan des forces sur la bille, avec un schéma. b. Établir l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$ et montrer qu'elle s'écrit $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{k\,v}{m} + \alpha\,g$. c. Vérifier que $v(t) = \alpha\,g\,\frac{m}{k}\left[1 - \exp\left(-\frac{k}{m}\,t\right)\right]$ est solution et respecte $v(0) = 0$. d. Vitesse limite : expression, valeur, comparaison ; unité, valeur et interprétation de $\frac{m}{k}$.

Données utiles $m = 5{,}00 \times 10^{-3}$ kg ; $g = 9{,}81$ m · s^{-2} ; $k = 7{,}60 \times 10^{-2}$ kg · s^{-1} ; $\alpha = 0{,}906$; $V_L \approx 0{,}59$ m · s^{-1} (3.1)

3.2.a Système {bille}, référentiel terrestre supposé galiléen. Trois forces, toutes verticales :

- le poids $\vec{P}$, vers le bas ;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$, vers le haut ;
- la force de frottement fluide $\vec{F}$, opposée à la vitesse, donc vers le haut.

3.2.b Avec $m = \rho V$: $\vec{P} = \rho V g\,\vec{i}$, $\vec{\Pi} = -\rho' V g\,\vec{i}$, $\vec{F} = -k v\,\vec{i}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{F} = m\,\vec{a}$. En projection sur l'axe Ox, avec $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$:

$$m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \rho V g - \rho' V g - k v$$

En divisant par m :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{k\,v}{m} + \alpha\,g \qquad \text{avec} \qquad \alpha = \frac{(\rho - \rho')\,V}{m} = 1 - \frac{\rho'}{\rho}$$

3.2.c On dérive la fonction proposée : $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \alpha\,g\,\frac{m}{k} \times \frac{k}{m}\exp\left(-\frac{k}{m}\,t\right) = \alpha\,g\exp\left(-\frac{k}{m}\,t\right)$.

Second membre : $-\frac{k}{m}\,v + \alpha\,g = -\alpha\,g\left[1 - \exp\left(-\frac{k}{m}\,t\right)\right] + \alpha\,g = \alpha\,g\exp\left(-\frac{k}{m}\,t\right)$.

Les deux membres sont égaux à tout instant : la fonction est solution. De plus $v(0) = \alpha\,g\,\frac{m}{k}\,(1 - 1) = 0$: la condition initiale est vérifiée.

PIÈGE
Oublier la poussée d'Archimède ou orienter $\vec{F}$ vers le bas. L'axe pointe vers le bas : le poids se projette avec un signe $+$, les deux autres forces avec un signe $-$.

COMPRENDRE
Toutes les données ont trois chiffres significatifs : les résultats aussi. La valeur lue sur le graphique n'en a que deux, d'où une comparaison à 1 % près seulement.

MÉTHODE
Vitesse limite : inutile de résoudre l'équation, il suffit d'y écrire $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$. La solution redonne le même résultat, car l'exponentielle tend vers 0 quand t devient grand.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.906 \times 9.81 \times 5.00 \times 10^{-3}}{7.60 \times 10^{-2}} \approx 0.5847276$$

$$\frac{5.00 \times 10^{-3}}{7.60 \times 10^{-2}} \approx 0.06578947$$

3.2.d Quand la vitesse limite est atteinte, v est constante : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$,
donc $0 = -\dfrac{k\,V_L}{m} + \alpha\,g$, soit $V_L = \dfrac{\alpha\,g\,m}{k}$.

$$V_L = \frac{0{,}906 \times 9{,}81 \times 5{,}00 \times 10^{-3}}{7{,}60 \times 10^{-2}} = 0{,}585\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

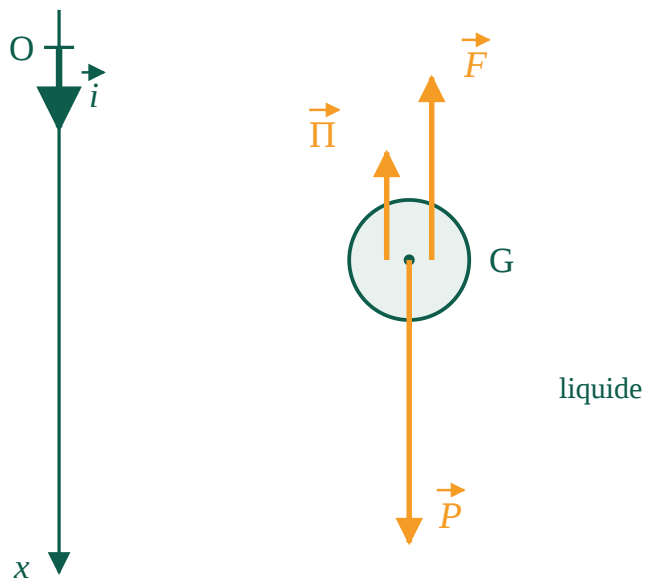
L'écart avec la valeur lue ($0{,}59\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$) est inférieur à 1 % : le modèle est en accord avec l'expérience.

Unité de $\dfrac{m}{k}$: d'après $F = k\,v$, $[k] = \dfrac{[F]}{[v]} = \dfrac{\mathrm{M \cdot L \cdot T^{-2}}}{\mathrm{L \cdot T^{-1}}} = \mathrm{M \cdot T^{-1}}$,
donc $\left[\dfrac{m}{k}\right] = \dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{M \cdot T^{-1}}} = \mathrm{T}$: c'est un temps, en secondes.

$$\frac{m}{k} = \frac{5{,}00 \times 10^{-3}}{7{,}60 \times 10^{-2}} = 6{,}58 \times 10^{-2}\ \mathrm{s}$$

C'est le temps caractéristique τ du régime transitoire : il donne l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour approcher la vitesse limite.

$$V_L = \frac{\alpha\,g\,m}{k} = 0{,}585\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \text{ et } \tau = \frac{m}{k} = 6{,}58 \times 10^{-2}\ \mathrm{s}$$



3.2 · Forces sur la bille pendant la chute (schéma sans échelle ; les trois forces s'appliquent en G, les flèches vers le haut sont décalées pour la lisibilité)

3.3 Par une méthode à expliciter, déterminer sur l'enregistrement le temps caractéristique τ du phénomène. Conclure.

Données utiles $V_L = 0{,}59\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (3.1) ; $\dfrac{m}{k} = 6{,}58\times10^{-2}$ s (3.2)

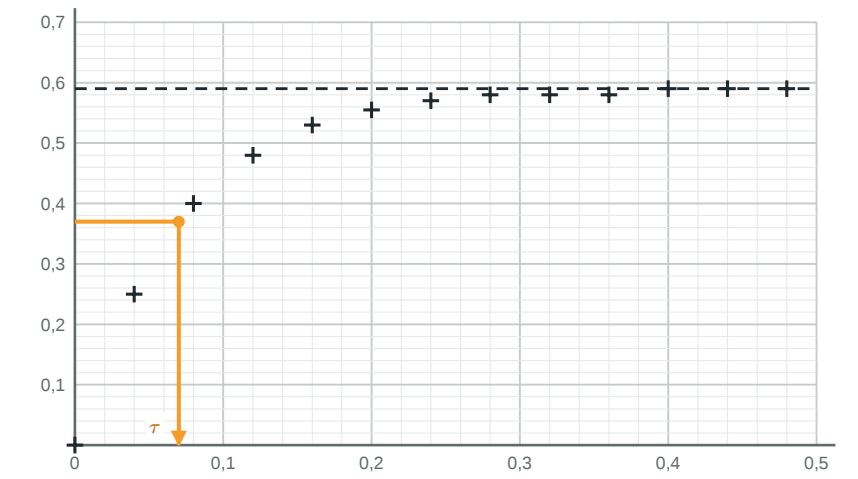
D'après la solution, à la date $t = \tau = \dfrac{m}{k}$: $v(\tau) = V_L\,(1 - \text{e}^{-1}) = 0{,}63\,V_L$.

$$v(\tau) = 0{,}63 \times 0{,}59 = 0{,}37\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Sur l'enregistrement, on trace l'horizontale d'ordonnée $0{,}37\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: elle coupe la courbe passant par les points de mesure à l'abscisse $0{,}07$ s.

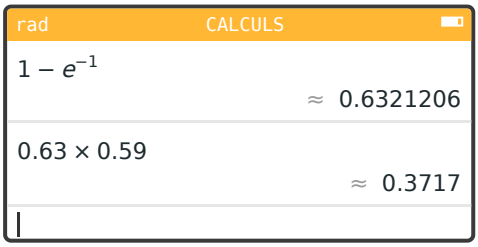
Conclusion : cette valeur est en accord avec $\dfrac{m}{k} = 0{,}066$ s calculé en 3.2. Le modèle d'un frottement proportionnel à la vitesse décrit bien la chute, et la vitesse limite est pratiquement atteinte au bout de $5\,\tau \approx 0{,}35$ s, comme le montre l'enregistrement.

$\tau \approx 0{,}07$ s, en accord avec $\dfrac{m}{k} = 6{,}58\times10^{-2}$ s



3.3 · Enregistrement 1 complété : asymptote $V_L = 0{,}59\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et lecture de τ à $0{,}63\,V_L = 0{,}37\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Annoncer τ avec trois chiffres. Le point cherché tombe entre deux mesures espacées de $0{,}04$ s : la lecture ne garantit qu'un seul chiffre significatif.

MÉTHODE

Autre méthode : la tangente à l'origine coupe l'asymptote $v = V_L$ à la date τ. Elle est moins précise ici, car la pente à l'origine se trace mal avec si peu de points.

L'énergie du futur

Bac S 2009 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

2.1.1 Donner la composition des noyaux de deutérium et de tritium. Comment qualifie-t-on de tels noyaux ?

Données utiles deutérium ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$; tritium ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$

Un noyau ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ contient Z protons et $A-Z$ neutrons.

Deutérium ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$: 1 proton et $2-1=1$ neutron.

Tritium ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$: 1 proton et $3-1=2$ neutrons.

Même nombre de protons ($Z=1$), nombres de neutrons différents : ce sont des noyaux **isotopes** (de l'hydrogène).

PIÈGE
Lire A comme le nombre de neutrons. A compte tous les nucléons : il faut retrancher Z.

2.1.2 D'une façon générale, qu'appelle-t-on fusion nucléaire ?

La fusion est une réaction nucléaire **provoquée** au cours de laquelle deux noyaux **légers** s'assemblent pour donner un noyau **plus lourd**, avec libération d'énergie.

COMPRENDRE
Les noyaux, chargés positivement, se repoussent : il faut une température de l'ordre de cent millions de degrés pour qu'ils s'approchent assez. C'est toute la difficulté du projet ITER.

2.1.3 Calculer, en unités de masse atomique, la masse du système avant et après la fusion. Que déduire de la comparaison de ces deux valeurs ?

Données utiles $m(\mathrm{d})=2{,}01355$ u ; $m(\mathrm{t})=3{,}01550$ u ; $m({}^{4}_{2}\mathrm{He})=4{,}00150$ u ; $m(\mathrm{n})=1{,}00866$ u

Avant : $m_{\text{avant}}=m(\mathrm{d})+m(\mathrm{t})=2{,}01355+3{,}01550=5{,}02905$ u

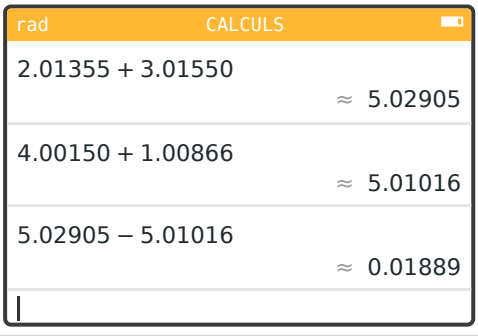
Après : $m_{\text{après}}=m({}^{4}_{2}\mathrm{He})+m(\mathrm{n})=4{,}00150+1{,}00866=5{,}01016$ u

$m_{\text{après}}<m_{\text{avant}}$: la masse du système diminue de $0{,}01889$ u. Cette perte de masse correspond à une libération d'énergie.

PIÈGE
Arrondir les masses avant de les soustraire. La différence n'apparaît qu'à la troisième décimale : il faut garder tous les chiffres donnés.

COMPRENDRE
Le nombre de nucléons se conserve (5 avant, 5 après), pas la masse. La masse perdue est convertie en énergie, selon la relation d'Einstein.

À LA CALCULATRICE



2.1.4 Calculer, en joules puis en MeV, l'énergie libérée par la fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium.

Données utiles perte de masse $0{,}01889$ u (2.1.3) ; $1\ \text{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

Énergie libérée : $E_{\text{lib}} = (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}})\,c^2$, avec la perte de masse en kilogrammes.

$$E_{\text{lib}} = 0{,}01889 \times 1{,}66054 \times 10^{-27} \times (3{,}00 \times 10^{8})^2 = 2{,}82 \times 10^{-12}\ \text{J}$$

Comme $1\ \text{MeV} = 10^{6}\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-13}$ J :

$$E_{\text{lib}} = \frac{2{,}82 \times 10^{-12}}{1{,}60 \times 10^{-13}} = 17{,}6\ \text{MeV}$$

$$\boxed{E_{\text{lib}} = 2{,}82 \times 10^{-12}\ \text{J} = 17{,}6\ \text{MeV}}$$

PIÈGE
Laisser la masse en u dans $E = m\,c^2$, ou oublier le carré de c. La relation exige des kilogrammes pour obtenir des joules.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c et la valeur de l'électronvolt. La variation d'énergie du système, $(m_{\text{après}} - m_{\text{avant}})\,c^2$, est négative : le système cède cette énergie à l'extérieur.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.01889 \times 1.66054 \times 10^{-27} \times (3.00 \times 10^{8})^{2}$
$\approx 2.823084 \times 10^{-12}$

$\frac{2.82 \times 10^{-12}}{1.60 \times 10^{-13}}$
≈ 17.625

2.1.5 Calculer, en joules, l'énergie obtenue à partir du deutérium extrait d'un mètre cube d'eau de mer.

Données utiles 33 mg de deutérium par litre ; $M = 2\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $E_{\text{lib}} = 2{,}82 \times 10^{-12}$ J (2.1.4)

$1\ \text{m}^3 = 10^{3}$ L, donc la masse de deutérium extraite est $m = 33 \times 10^{-3} \times 10^{3} = 33$ g.

Nombre de noyaux de deutérium : $N = \frac{m}{M}\,N_A = \frac{33}{2} \times 6{,}02 \times 10^{23} = 9{,}9 \times 10^{24}$

Chaque fusion consomme un noyau de deutérium et libère E_{lib} :

$$E = N\,E_{\text{lib}} = \frac{33}{2} \times 6{,}02 \times 10^{23} \times 2{,}82 \times 10^{-12}$$

$$\boxed{E = 2{,}8 \times 10^{13}\ \text{J}}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement : la donnée « 33 mg » n'en a que deux. On suppose que le tritium nécessaire est disponible en quantité suffisante.

MÉTHODE
Passer de l'échelle d'un noyau à l'échelle macroscopique : masse → quantité de matière ($n = m/M$) → nombre de noyaux ($N = n\,N_A$) → énergie ($E = N\,E_{\text{lib}}$).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{33}{2} \times 6.02 \times 10^{23}$
$\approx 9.933 \times 10^{24}$

$\frac{33}{2} \times 6.02 \times 10^{23} \times 2.82 \times 10^{-12}$
$\approx 2.801106 \times 10^{13}$

2.1.6 Calculer la masse de pétrole qui produirait la même énergie par combustion. Conclure.

Données utiles pouvoir énergétique du pétrole : $42{,}0\ \text{MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$; $E = 2{,}8\times10^{13}$ J (2.1.5)

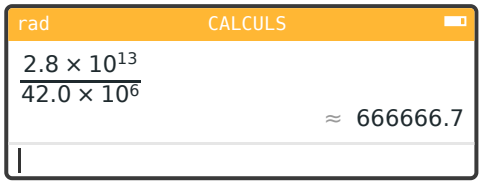
Un kilogramme de pétrole fournit $42{,}0\ \text{MJ} = 42{,}0\times10^{6}$ J, donc :

$$m_{\text{pétrole}} = \frac{E}{42{,}0\times10^{6}} = \frac{2{,}8\times10^{13}}{42{,}0\times10^{6}} = 6{,}7\times10^{5}\ \text{kg}$$

$m_{\text{pétrole}} = 6{,}7\times10^{5}$ kg, soit environ 670 tonnes de pétrole pour l'énergie tirée de 33 g de deutérium : à masse égale, la fusion libère une énergie considérablement plus grande, et l'eau de mer constitue une réserve quasi inépuisable.

PIÈGE
Oublier de convertir les mégajoules en joules : le résultat serait un million de fois trop grand.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

Un noyau radioactif est un noyau **instable** qui se désintègre **spontanément** : il se transforme en un autre noyau en émettant une particule, et souvent un rayonnement.

COMPRENDRE
Spontanément : sans intervention extérieure, à l'inverse de la fusion, qui doit être provoquée. La désintégration d'un noyau donné est aléatoire, on ne peut pas prévoir sa date.

2.2.2 Définir les trois types de radioactivité.

Radioactivité α : le noyau émet un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\text{He}$ (particule α).

Radioactivité β^- : le noyau émet un électron ${}^{0}_{-1}\text{e}$.

Radioactivité β^+ : le noyau émet un positon ${}^{0}_{1}\text{e}$.

α : émission de ${}^{4}_{2}\text{He}$; β^- : émission de ${}^{0}_{-1}\text{e}$; β^+ : émission de ${}^{0}_{1}\text{e}$.

PIÈGE
Croire que l'électron émis vient du cortège électronique. Il est créé dans le noyau, où un neutron se transforme en proton.

COMPRENDRE
Le noyau formé est souvent dans un état excité : il revient à son état fondamental en émettant un rayonnement électromagnétique γ. Cette émission accompagne les désintégrations, elle ne change ni A ni Z.

2.2.3 Écrire l'équation de la désintégration du noyau de tritium en rappelant les lois utilisées.

Données utiles le tritium ${}^{3}_{1}\text{H}$ est radioactif β^-

Émission β^- : ${}^{3}_{1}\text{H} \longrightarrow {}^{\text{A}}_{\text{Z}}\text{X} + {}^{0}_{-1}\text{e}$

Lois de conservation (lois de Soddy) :

- conservation du nombre de nucléons : $3 = A + 0$, donc $A = 3$;
- conservation du nombre de charge : $1 = Z - 1$, donc $Z = 2$.

$Z = 2$ est l'élément hélium.

${}^{3}_{1}\text{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\text{He} + {}^{0}_{-1}\text{e}$

PIÈGE
Écrire $1 = Z + 1$: la charge de l'électron est négative, son « numéro de charge » vaut -1, donc Z augmente d'une unité.

COMPRENDRE
Le noyau formé est l'hélium 3, un isotope de l'hélium 4 produit par la fusion. Un antineutrino est aussi émis ; il n'était pas exigé dans l'équation.

2.2.4 Quelle est la signification du terme demi-vie ?

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la **moitié** des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

COMPRENDRE
Cette durée ne dépend pas de la quantité initiale. Pour le tritium, il reste la moitié des noyaux après 12,3 ans, le quart après 24,6 ans, le huitième après 36,9 ans.

2.2.5 Exprimer le nombre N de noyaux de tritium à l'instant t en fonction de N_0, $t_{1/2}$ et t.

Loi de décroissance radioactive : $N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$, où λ est la constante radioactive.

À $t = t_{1/2}$: $\dfrac{N_0}{2} = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}}$, donc $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$, soit $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

$$N = N_0\,\mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t}$$

PIÈGE
S'arrêter à $N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$: l'énoncé impose $t_{1/2}$, la constante λ ne doit plus apparaître dans le résultat.

2.2.6 Au bout de combien de temps N vaut-il le dixième de sa valeur initiale N_0 ?

Données utiles $t_{1/2} = 12{,}3$ ans ; expression de N (2.2.5)

On cherche t tel que $N = \dfrac{N_0}{10}$: $\mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}t} = \dfrac{1}{10}$

En prenant le logarithme : $-\dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}\,t = \ln\dfrac{1}{10} = -\ln 10$, d'où

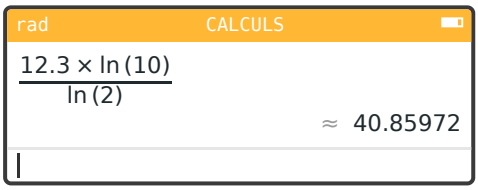
$$t = t_{1/2}\,\frac{\ln 10}{\ln 2} = 12{,}3 \times \frac{\ln 10}{\ln 2}$$

$$t = 40{,}9 \text{ ans}$$

COMPRENDRE
Vérification : après trois demi-vies (36,9 ans) il reste $N_0/8$, après quatre (49,2 ans) $N_0/16$. Le dixième est bien atteint entre les deux.

MÉTHODE
Pour isoler t dans une exponentielle : isoler d'abord $\mathrm{e}^{\cdots}$, puis appliquer $\ln$ aux deux membres. Inutile de convertir en secondes : t sort dans l'unité de $t_{1/2}$.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Microscope

Bac S 2009 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

3.1.1 Calculer les distances focales f'_1 et f'_2 de l'objectif et de l'oculaire.

Données utiles $C_1 = 250\ \delta$; $C_2 = 40\ \delta$

La distance focale est l'inverse de la vergence : $f' = \dfrac{1}{C}$.

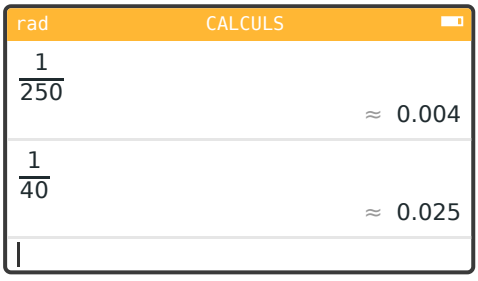
$f'_1 = \dfrac{1}{250} = 4{,}00 \times 10^{-3}$ m $\qquad f'_2 = \dfrac{1}{40} = 2{,}5 \times 10^{-2}$ m

$f'_1 = 4{,}00$ mm et $f'_2 = 2{,}5$ cm

COMPRENDRE
Une dioptrie vaut $1\ \text{m}^{-1}$: le calcul donne des mètres. Autant de chiffres significatifs que la vergence : trois pour f'_1, deux pour f'_2.

COMPRENDRE
Le programme actuel de terminale étudie la lunette astronomique ; le microscope se traite avec les mêmes outils : relation de conjugaison, grandissement, diamètre apparent.

À LA CALCULATRICE



3.1.2 Faire un schéma permettant de déterminer le diamètre apparent α de la spore observée à l'œil nu à la distance d_m, puis calculer α.

Données utiles $AB = 2\ \mu$m ; $d_m = 25$ cm

Le diamètre apparent est l'angle sous lequel l'œil voit l'objet (schéma ci-dessous).

Dans le triangle rectangle en A : $\tan\alpha = \dfrac{AB}{d_m}$, et comme l'angle est très petit, $\alpha \approx \tan\alpha$:

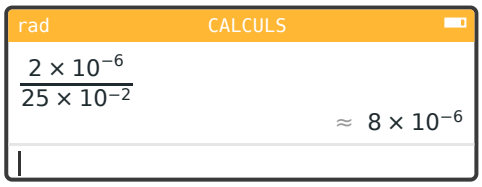
$$\alpha = \frac{AB}{d_m} = \frac{2 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-2}}$$

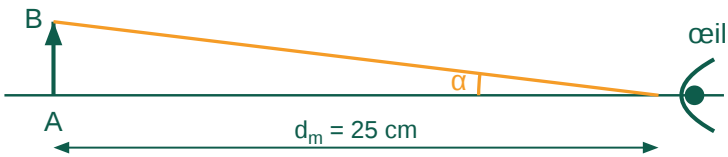
$\alpha = 8 \times 10^{-6}$ rad

PIÈGE
Convertir les deux longueurs en mètres. Le résultat est un angle en radians, l'approximation $\tan\alpha \approx \alpha$ n'étant valable que dans cette unité.

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, comme AB. L'œil ne sépare que des détails vus sous environ 3×10^{-4} rad : la spore est invisible à l'œil nu.

À LA CALCULATRICE





3.1.2 · La spore AB vue à l'œil nu sous l'angle α (schéma sans échelle)

3.2.1 Construire sur le schéma 1 l'image A_1B_1 de AB à travers l'objectif (L_1).

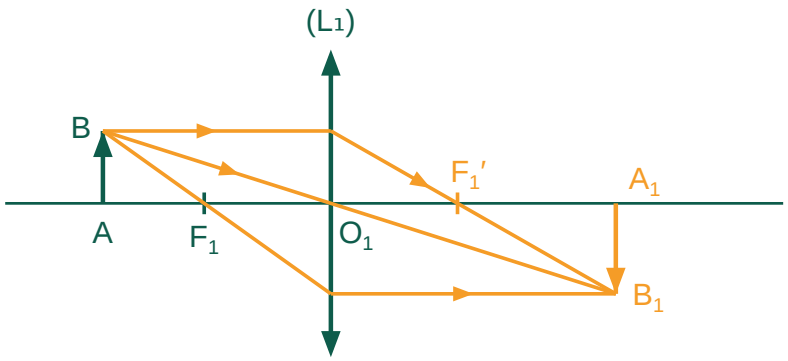
On place d'abord F_1', symétrique de F_1 par rapport à O_1, puis on trace deux rayons issus de B (un troisième sert de vérification) :

- le rayon passant par O_1 n'est pas dévié ;
- le rayon parallèle à l'axe optique émerge en passant par F_1' ;
- le rayon passant par F_1 émerge parallèlement à l'axe.

Ces rayons se coupent en B_1 ; A_1 est le projeté de B_1 sur l'axe.

L'image A_1B_1 est réelle, renversée et plus grande que l'objet.

PIÈGE
Les rayons changent de direction sur le trait de la lentille, pas avant. Ils portent une flèche et sont tracés à la règle.



3.2.1 · Schéma 1 : construction de l'image intermédiaire A_1B_1 (en orange)

3.2.2 Où l'image A_1B_1 doit-elle se trouver pour l'oculaire si l'on veut que l'image définitive A_2B_2 soit à l'infini ?

A_1B_1 joue le rôle d'objet pour l'oculaire. Une lentille convergente donne une image à l'infini d'un objet situé dans son plan focal objet.

A_1B_1 doit être dans le plan focal objet de l'oculaire : A_1 est confondu avec F_2.

COMPRENDRE
Image à l'infini : l'œil l'observe sans accommoder, donc sans fatigue. C'est le réglage habituel d'un instrument d'optique.

3.2.3 Représenter l'oculaire sur le schéma, sans souci d'échelle.

On note F_2 au point A_1. L'oculaire (L_2) est une lentille convergente (double flèche pointes vers l'extérieur) placée à droite de A_1, perpendiculairement à l'axe, de centre optique O_2.

On place ensuite F_2', symétrique de F_2 par rapport à O_2.

Oculaire tracé à droite de A_1, avec $O_2F_2 = O_2F_2'$ (voir le schéma de la question 3.2.4).

3.2.4 Construire l'image définitive A_2B_2 et indiquer sur le schéma l'angle α', diamètre apparent de A_2B_2.

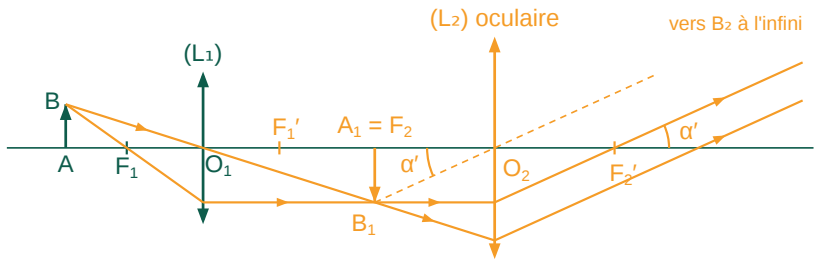
On prolonge jusqu'à l'oculaire deux rayons issus de B et passant par B_1 :

- celui qui arrive parallèlement à l'axe émerge en passant par F_2' ;
- l'autre émerge parallèlement au premier, car B_1 est dans le plan focal objet.

Tous les rayons émergents sont parallèles à la droite (B_1O_2), tracée en pointillés : B_2 est à l'infini dans cette direction, A_2 à l'infini sur l'axe.

α' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents, c'est-à-dire l'angle $\widehat{A_1O_2B_1}$.

PIÈGE
Tracer des rayons émergents qui se croisent : l'image serait à distance finie. Ils doivent être parallèles entre eux.



3.2.4 · Schéma 1 complété : oculaire, rayons émergents parallèles et angle α' (en orange)

3.3.1 Calculer la distance entre l'objectif et l'image A_1B_1.

Données utiles $f_1' = 0{,}400$ cm (3.1.1) ; $F_1'F_2 = 16$ cm

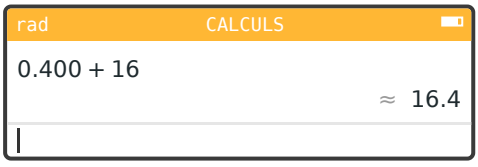
A_1 est confondu avec F_2 (3.2.2), donc :

$$O_1A_1 = O_1F_1' + F_1'F_2 = f_1' + F_1'F_2 = 0{,}400 + 16$$

$O_1A_1 = 16{,}4$ cm

COMPRENDRE
Sur le microscope réel, l'intervalle optique vaut 40 fois f_1' : le schéma 1, où les deux longueurs sont voisines, n'est pas à l'échelle.

À LA CALCULATRICE



3.3.2 En déduire la distance entre l'objet observé et l'objectif.

Données utiles $\overline{O_1A_1} = 16{,}4$ cm (3.3.1) ; $C_1 = 250\ \delta$

Relation de conjugaison pour l'objectif : $\dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f_1'} = C_1$

donc $\dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - C_1 = \dfrac{1}{16{,}4 \times 10^{-2}} - 250 = -244\ \text{m}^{-1}$

$\overline{O_1A} = -4{,}1 \times 10^{-3}$ m : valeur négative, l'objet est avant la lentille.

L'objet est à $4{,}1$ mm de l'objectif.

PIÈGE
Ce sont des grandeurs algébriques, en mètres : oublier le signe de $\overline{O_1A}$ ou laisser 16,4 en centimètres fausse tout le calcul.

COMPRENDRE
L'objet est juste au-delà du foyer objet ($4{,}1$ mm pour $f_1' = 4{,}00$ mm) : c'est ce qui donne une image réelle très agrandie.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1}{16.4 \times 10^{-2}} - 250 \approx -243.9024$

$\dfrac{1}{\dfrac{1}{16.4 \times 10^{-2}} - 250} \approx -0.0041$

3.3.3 Calculer la taille de l'image intermédiaire A_1B_1 et le grandissement γ_1 de l'objectif. La valeur est-elle en accord avec l'indication ($\times 40$) de la monture ?

Données utiles $\overline{O_1A_1} = 16{,}4 \times 10^{-2}$ m (3.3.1) ; $\overline{O_1A} = -4{,}1 \times 10^{-3}$ m (3.3.2) ; $AB = 2\ \mu$m

Grandissement : $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \dfrac{16{,}4 \times 10^{-2}}{-4{,}1 \times 10^{-3}} = -40$

$\overline{A_1B_1} = \gamma_1 \times \overline{AB} = -40 \times 2 \times 10^{-6} = -8 \times 10^{-5}$ m

L'image intermédiaire est renversée ($\gamma_1 < 0$) et mesure 8×10^{-5} m, soit $80\ \mu$m.

$\gamma_1 = -40$ et $A_1B_1 = 8 \times 10^{-5}$ m : $|\gamma_1| = 40$, en accord avec l'indication $\times 40$.

COMPRENDRE
La monture indique la valeur absolue du grandissement. Le signe « – » traduit seulement le renversement de l'image.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{16.4 \times 10^{-2}}{-4.1 \times 10^{-3}} \approx -40$

$(-40) \times 2 \times 10^{-6} \approx -8 \times 10^{-5}$

3.3.4 Établir l'expression de α' en fonction de A_1B_1 et f_2', puis calculer sa valeur avec la même approximation que pour α.

Données utiles $A_1B_1 = 8 \times 10^{-5}$ m (3.3.3) ; $f_2' = 2{,}5 \times 10^{-2}$ m (3.1.1)

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_2A_1 = O_2F_2 = f_2'$:

$\tan\alpha' = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$, et pour un petit angle $\alpha' \approx \tan\alpha'$, donc $\alpha' = \dfrac{A_1B_1}{f_2'}$.

$$\alpha' = \frac{8 \times 10^{-5}}{2{,}5 \times 10^{-2}}$$

$\alpha' = 3{,}2 \times 10^{-3}$ rad

COMPRENDRE
L'énoncé renvoie à la question « 1.2 » : il s'agit de la question 3.1.2 et de l'approximation $\tan\alpha \approx \alpha$.

COMPRENDRE
Avec AB connu à un seul chiffre, il faudrait écrire 3×10^{-3} rad ; on garde 3,2 comme valeur intermédiaire pour ne pas fausser le calcul de G.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{8 \times 10^{-5}}{2.5 \times 10^{-2}} \approx 0.0032$

3.4.1 Calculer le grossissement standard $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ de ce microscope.

Données utiles $\alpha' = 3{,}2 \times 10^{-3}$ rad (3.3.4) ; $\alpha = 8 \times 10^{-6}$ rad (3.1.2)

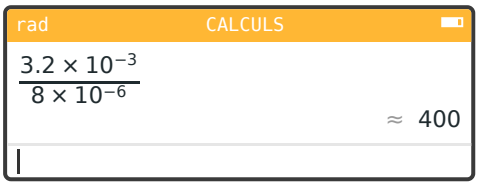
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{3{,}2 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-6}}$$

$G = 4 \times 10^{2}$: la spore est vue sous un angle 400 fois plus grand qu'à l'œil nu.

COMPRENDRE

G est un rapport de deux angles : il n'a pas d'unité. Il ne dépend pas de la taille de l'objet, car AB se simplifie dans le rapport.

À LA CALCULATRICE



3.4.2 Sachant que $G = |\gamma_1| \cdot G_2$, dire lequel des trois oculaires ($\times 4$; $\times 10$; $\times 40$) a été utilisé.

Données utiles $G = 4 \times 10^{2}$ (3.4.1) ; $|\gamma_1| = 40$ (3.3.3)

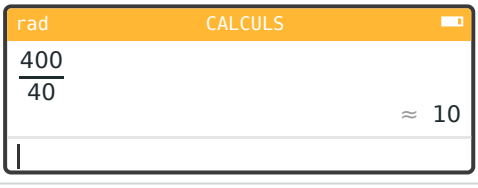
$$G_2 = \frac{G}{|\gamma_1|} = \frac{4 \times 10^{2}}{40} = 10$$

$G_2 = 10$: l'oculaire utilisé est celui marqué $\times 10$.

MÉTHODE

Vérification directe : le grossissement d'un oculaire vaut $G_2 = \dfrac{d_m}{f_2'} = \dfrac{25}{2{,}5} = 10$. Deux chemins indépendants donnent le même résultat.

À LA CALCULATRICE



Préparation d'une phéromone

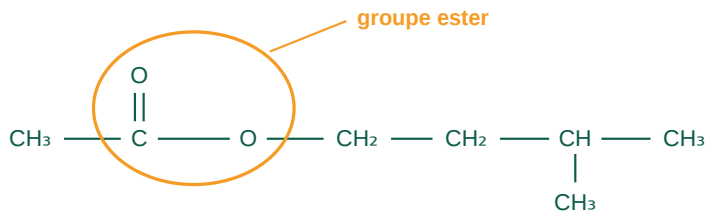
Bac S 2009 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 4 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Sur la formule semi-développée de la molécule P, entourer le groupement fonctionnel présent et le nommer.

Le groupe entouré est l'enchaînement $-CO-O^-$ lié à un carbone de chaque côté (voir la figure).

La molécule P possède un groupe **ester**.

PIÈGE
Entourer seulement $C{=}O$: c'est un groupe carbonyle, pas le groupe ester. Il faut prendre aussi l'atome d'oxygène lié à la chaîne carbonée.



1.1.1 · Molécule P : groupe caractéristique entouré (en orange)

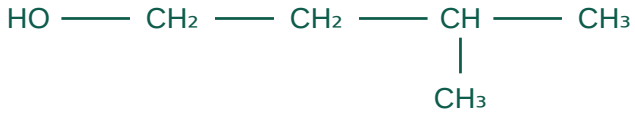
1.1.2 Donner la formule semi-développée et le nom de l'alcool B.

Dans l'ester, la chaîne portée par l'atome d'oxygène provient de l'alcool : on remplace le groupe CH_3-CO^- par un atome H.

Chaîne principale de 4 carbones, groupe hydroxyle sur le carbone 1, ramification méthyle sur le carbone 3.

B est le **3-méthylbutan-1-ol**, $HO-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$.

COMPRENDRE
Vérification avec le tableau 1 : B a pour formule brute $C_5H_{12}O$, soit $M = 5 \times 12{,}0 + 12 \times 1{,}0 + 16{,}0 = 88{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.



1.1.2 · Formule semi-développée de l'alcool B

1.1.3 Écrire l'équation de la réaction de synthèse de la phéromone P.

Un acide carboxylique réagit avec un alcool pour donner un ester et de l'eau : A + B = P + H_2O, soit

$CH_3-COOH + HO-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$

$= CH_3-COO-CH_2-CH_2-CH(CH_3)-CH_3 + H_2O$

PIÈGE
Oublier la molécule d'eau parmi les produits. Vérifier le compte des atomes : $C_2H_4O_2 + C_5H_{12}O$ donne bien $C_7H_{14}O_2 + H_2O$.

1.1.4 Préciser les deux caractéristiques principales de cette transformation.

L'estérification est une transformation **lente** et **limitée** (non totale : elle conduit à un état d'équilibre).

1.2.1 Pourquoi chauffe-t-on le mélange ? Quel est l'intérêt d'un dispositif à reflux ?

La température est un facteur cinétique : en chauffant, on accélère la transformation, qui est lente.

Le réfrigérant condense les vapeurs, qui retombent dans le ballon.

On chauffe pour atteindre plus vite l'état final ; le reflux permet de chauffer sans perte de matière.

PIÈGE
Écrire que le chauffage augmente le rendement. Il ne change ici que la durée nécessaire pour atteindre l'état final.

1.2.2 Quel matériel de la verrerie disponible utiliser pour mesurer le volume V_A d'acide éthanoïque ?

Données utiles $V_A = 14{,}3$ mL

Le volume est donné au dixième de millilitre et dépasse 10 mL : aucune pipette ne convient en un seul prélèvement, et une éprouvette n'est pas assez précise.

On utilise la **burette graduée de 25 mL**, graduée au dixième de millilitre.

1.3.1 Calculer les quantités de matière initiales $n_A(0)$ et $n_B(0)$ de chacun des réactifs.

Données utiles $V_A = 14{,}3$ mL ; $\rho_A = 1{,}05\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$; $M_A = 60{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $m_B = 22{,}0$ g ; $M_B = 88{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Acide A (liquide) : $n_A(0) = \dfrac{m_A}{M_A} = \dfrac{\rho_A V_A}{M_A} = \dfrac{1{,}05 \times 14{,}3}{60{,}0} = 0{,}250\ \text{mol}$

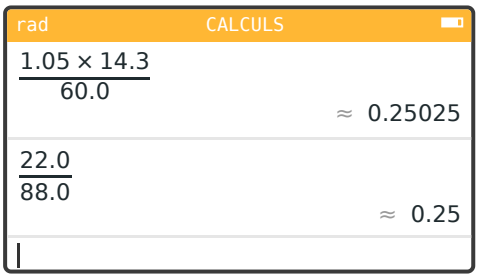
Alcool B : $n_B(0) = \dfrac{m_B}{M_B} = \dfrac{22{,}0}{88{,}0} = 0{,}250\ \text{mol}$

$n_A(0) = n_B(0) = 0{,}250\ \text{mol}$

PIÈGE
Utiliser la masse volumique de B ($8{,}10 \times 10^{-1}\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$) : elle est inutile, puisque c'est la masse de B qui est donnée.

COMPRENDRE
Les données ont trois chiffres significatifs : les résultats aussi, d'où $0{,}250$ mol et non $0{,}25$ mol.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 Compléter les lignes 3 et 4 du tableau d'avancement (tableau 2 de l'annexe).

Données utiles $n_A(0) = n_B(0) = 0{,}250$ mol (1.3.1)

État initial : les produits P et E (eau) sont absents.

Tous les nombres stœchiométriques valent 1 : pour un avancement x, il disparaît x mol de chaque réactif et il se forme x mol de chaque produit.

Ligne 4 : $n_A = 0{,}250 - x$; $n_B = 0{,}250 - x$; $n_P = x$; $n_E = x$ (en mol).

Équation de la réaction		CH_3COOH	+	B	=	P	+	E
État du système	Avancement	Quantité de matière (mol)						
initial	0	0,250		0,250		0		0
intermédiaire	x	0,250 − x		0,250 − x		x		x
final réel	x_f							

1.3.2 · Tableau 2 de l'annexe : lignes 3 et 4 complétées (en orange)

1.3.3 Calculer l'avancement maximal x_M.

Si la transformation était totale, un réactif au moins serait entièrement consommé : $0{,}250 - x_M = 0$. La condition est la même pour A et pour B (mélange stœchiométrique).

$x_M = 0{,}250 \text{ mol}$

1.3.4 a. Donner la relation liant la quantité n_P de phéromone formée dans l'état final et l'avancement final x_f ; en déduire x_f et compléter la ligne 5 du tableau. b. Exprimer et calculer le taux d'avancement τ (ou rendement) de cette réaction.

Données utiles $m_P = 21{,}7 \text{ g}$; $M_P = 130 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $x_M = 0{,}250 \text{ mol}$ (1.3.3)

a. D'après le tableau d'avancement : $n_P = x_f$.

$$x_f = n_P = \frac{m_P}{M_P} = \frac{21{,}7}{130} = 0{,}167 \text{ mol}$$

Réactifs restants : $n_A = n_B = 0{,}250 - 0{,}167 = 0{,}083 \text{ mol}$; produits : $n_P = n_E = 0{,}167 \text{ mol}$.

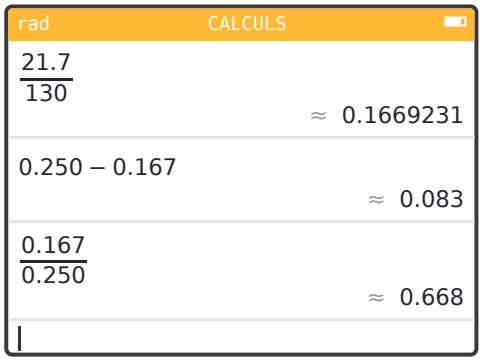
b. $\tau = \dfrac{x_f}{x_M} = \dfrac{0{,}167}{0{,}250} = 0{,}668$

a. $x_f = 0{,}167 \text{ mol}$; b. $\tau = 0{,}668$, soit un rendement de $66{,}8\ \%$.

COMPRENDRE

$\tau < 1$: la transformation est bien limitée. Pour un mélange équimolaire d'acide carboxylique et d'alcool primaire, on trouve toujours un rendement proche de $67\ \%$.

À LA CALCULATRICE



Équation de la réaction		CH_3COOH	+	B	=	P	+	E
État du système	Avancement	Quantité de matière (mol)						
initial	0	0,250		0,250		0		0
intermédiaire	x	0,250 − x		0,250 − x		x		x
final réel	x_f	0,083		0,083		0,167		0,167

1.3.4 · Tableau 2 de l'annexe : ligne 5 complétée (en orange)

1.3.5 a. Définir la constante d'équilibre K associée à cette réaction de synthèse. b. L'exprimer en fonction de x_f, $n_A(0)$ et $n_B(0)$. c. Montrer que $K = 4{,}0$.

Données utiles $x_f = 0{,}167$ mol ; $n_A(0) - x_f = n_B(0) - x_f = 0{,}083$ mol (1.3.4)

a. K est la valeur prise par le quotient de réaction lorsque le système est à l'équilibre :

$$K = Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{P}]_{\text{éq}}\,[\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}{[\text{A}]_{\text{éq}}\,[\text{B}]_{\text{éq}}}$$

b. Toutes les espèces sont dans le même mélange, de volume V : chaque concentration s'écrit $\frac{n}{V}$, et V se simplifie.

$$K = \frac{\frac{x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{n_A(0) - x_f}{V} \times \frac{n_B(0) - x_f}{V}} = \frac{x_f^2}{\left(n_A(0) - x_f\right)\left(n_B(0) - x_f\right)}$$

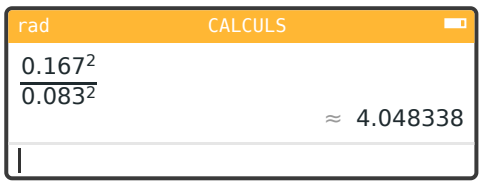
c. $K = \dfrac{0{,}167^2}{0{,}083 \times 0{,}083} = 4{,}05$

$K = \dfrac{x_f^2}{\left(n_A(0) - x_f\right)\left(n_B(0) - x_f\right)} \approx 4{,}0$ avec deux chiffres significatifs : c'est la valeur attendue.

COMPRENDRE
L'eau figure dans l'expression de K : ici elle n'est pas le solvant, mais un produit présent en quantité comparable aux autres espèces.

COMPRENDRE
La différence $0{,}250 - 0{,}167 = 0{,}083$ n'a plus que deux chiffres significatifs : K ne peut pas être donné avec plus de précision.

À LA CALCULATRICE



1.3.6 Dans les mêmes conditions, on mélange $n'_A(0) = 2{,}5 \times 10^{-1}$ mol d'acide A et $n'_B(0) = 5{,}0 \times 10^{-1}$ mol d'alcool B, puis on chauffe à reflux. a. Que dire du quotient de réaction $Q_{r,f}$ dans l'état final ? Calculer l'avancement final x'_f. b. Calculer le taux d'avancement final τ', le comparer à τ et en déduire une façon assez générale d'améliorer le rendement.

Données utiles $K = 4{,}0$ et son expression (1.3.5) ; $\tau = 0{,}668$ (1.3.4)

a. L'état final est un état d'équilibre, et K ne dépend pas de la composition initiale : $Q_{r,f} = K = 4{,}0$.

$$\frac{x'^2_f}{(0{,}25 - x'_f)(0{,}50 - x'_f)} = 4{,}0$$

$x'^2_f = 4{,}0\left(0{,}125 - 0{,}75\,x'_f + x'^2_f\right)$, soit $3{,}0\,x'^2_f - 3{,}0\,x'_f + 0{,}50 = 0$.

Discriminant : $\Delta = 3{,}0^2 - 4 \times 3{,}0 \times 0{,}50 = 3{,}0$.

Solutions : $\dfrac{3{,}0 + \sqrt{3{,}0}}{6{,}0} = 0{,}79$ mol et $\dfrac{3{,}0 - \sqrt{3{,}0}}{6{,}0} = 0{,}21$ mol.

La première dépasse la quantité initiale d'acide (0,25 mol) : elle est impossible. Donc $x'_f = 0{,}21$ mol (valeur non arrondie : 0,211 mol).

b. Le réactif limitant est l'acide A : $x'_M = n'_A(0) = 0{,}25$ mol.

$$\tau' = \frac{x'_f}{x'_M} = \frac{0{,}211}{0{,}25} = 0{,}85$$

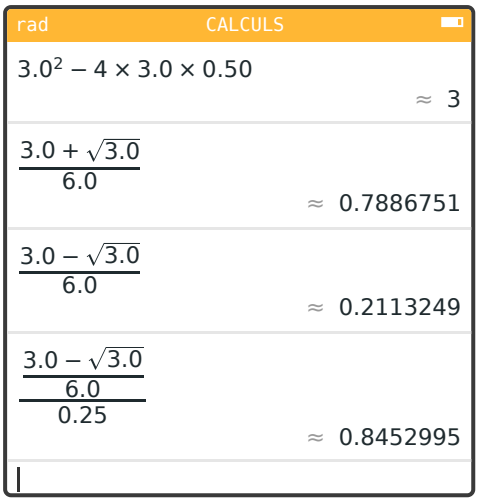
$\tau' > \tau$: le rendement passe de 67 % à 85 % quand l'alcool est en excès.

a. $Q_{r,f} = K$ et $x'_f = 0{,}21$ mol ; b. $\tau' = 0{,}85$ (85 %) : on améliore le rendement en introduisant **l'un des réactifs en excès**.

PIÈGE
Diviser par 0,50 mol : l'avancement maximal est fixé par le réactif limitant, ici l'acide. Autre erreur : repartir de 0,21 arrondi, ce qui donne 84 % au lieu de 85 %.

MÉTHODE
Composition à l'équilibre : écrire $Q_{r,f} = K$ avec les quantités du tableau d'avancement, résoudre l'équation du second degré, puis ne garder que la racine comprise entre 0 et x_{max}.

À LA CALCULATRICE



1.4 Pour chacune des trois propositions destinées à augmenter le rendement (plus d'acide sulfurique ; éliminer l'eau par distillation au fur et à mesure ; remplacer l'acide éthanoïque par l'anhydride éthanoïque), dire si l'on est en accord ou en désaccord, et pourquoi.

Données utiles températures d'ébullition : eau 100 °C ; A 118 °C ; B 128 °C ; P 143 °C

Plus d'acide sulfurique : désaccord. L'acide sulfurique est un catalyseur. Il rend la transformation plus rapide, mais ne modifie pas l'état d'équilibre : le rendement reste le même.

Élimination de l'eau : accord. En retirant un produit, on maintient $Q_r < K$: le système évolue sans cesse dans le sens direct, celui de la formation de l'ester. C'est réalisable, car l'eau est l'espèce la plus volatile du mélange.

Anhydride éthanoïque : accord. La réaction entre un anhydride d'acide et un alcool est totale (et rapide) : l'alcool est entièrement transformé en ester.

Désaccord avec la première proposition, accord avec les deux autres.

COMPRENDRE

Un catalyseur agit sur la vitesse, jamais sur la composition finale. Pour déplacer un équilibre, il faut agir sur Q_r : excès d'un réactif ou élimination d'un produit.