Corrigé complet — Bac S 2008 Inde (Pondichéry) (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Mesure de la valeur de la capacité d'un condensateur** Charge d'un condensateur · Circuit RC série · Constante de temps · Analyse dimensionnelle · Équation différentielle du premier ordre · Loi des mailles et loi d'Ohm	4 pts	52 min	13 questions	p. 2
Ex 2	**Propriétés des solutions d'ammoniac** Dilution · Titrage pH-métrique · Indicateur coloré · Constante d'équilibre · Tableau d'avancement · Conductimétrie	7 pts	1 h 31	8 questions	p. 6
Ex 3	**Spécialité : Quelques propriétés de la flûte de Pan** Octave et fréquence · Ondes stationnaires · Nœuds et ventres de vibration · Longueur d'onde et célérité · Mode fondamental et harmoniques · Spectre en fréquence	4 pts	52 min	5 questions	p. 11
Ex 4	**Quelques propriétés du plutonium 241** Isotopes et notation des noyaux · Lois de conservation · Fission et réaction en chaîne · Équivalence masse-énergie · Loi de décroissance radioactive · Demi-vie	5 pts	1 h 05	8 questions	p. 15

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Mesure de la valeur de la capacité d'un condensateur

Bac S 2008 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

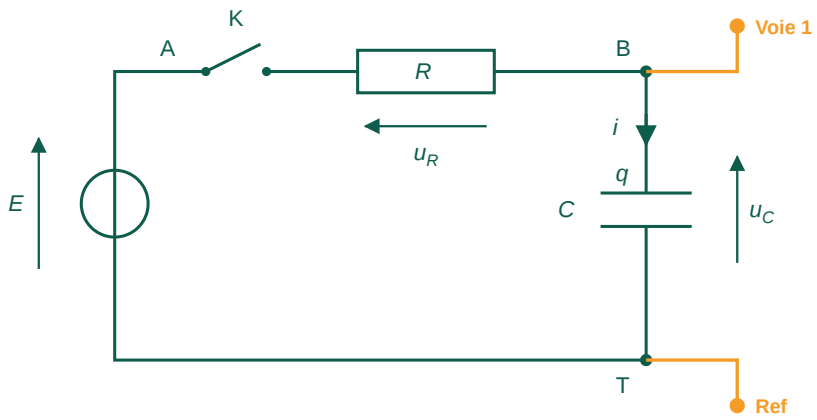
3.1 Refaire le schéma du montage n°1 en indiquant les branchements (Voie 1 et Ref) permettant de suivre la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

La tension u_C est fléchée de T vers B : $u_C = V_B - V_T$.

Le système d'acquisition mesure la tension entre la voie et la référence, $V_{\text{Voie 1}} - V_{\text{Ref}}$.

Voie 1 est reliée au point **B** et **Ref** (masse) au point **T**.

PIÈGE
Inverser les deux fils : on enregistrerait $-u_C$, une courbe négative. La pointe de la flèche tension désigne la borne à relier à la voie.



3.1 · Montage n°1 avec les branchements du système d'acquisition (en orange)

3.2.1 Que signifie l'expression « phénomène caractérisé par τ » ? À l'aide de la courbe, estimer l'ordre de grandeur de τ sans aucun calcul.

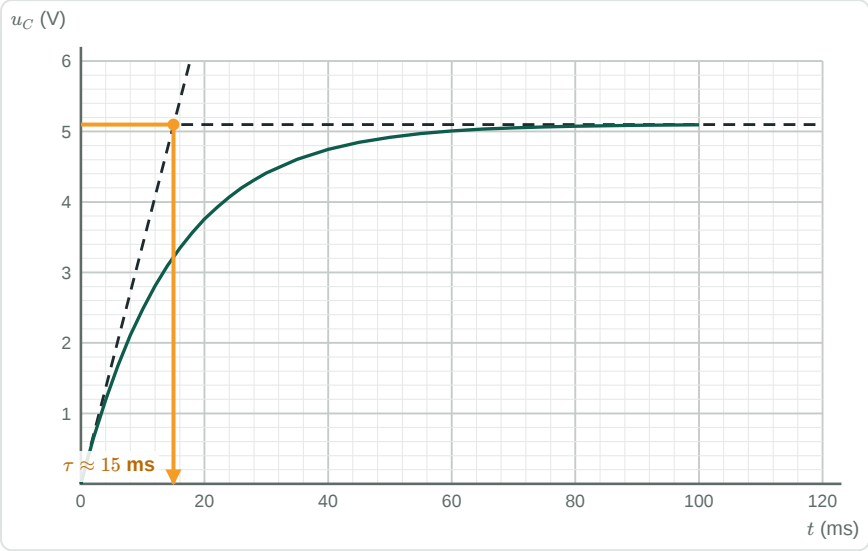
La charge du condensateur n'est pas instantanée : τ fixe l'échelle de durée de ce régime transitoire. Plus τ est grand, plus la charge est lente ; au bout de quelques τ (environ 5τ), le condensateur est pratiquement chargé et $u_C \approx E$.

Estimation graphique : on trace l'asymptote horizontale $u_C = E = 5{,}1$ V et la tangente à la courbe à l'origine. Elles se coupent au point d'abscisse $t = \tau$. On lit $\tau \approx 15$ ms.

τ est de l'ordre de 10 ms, soit 10^{-2} s.

PIÈGE
Confondre τ avec la durée totale de la charge. Sur la courbe, le palier est atteint vers 70 ms, soit environ 5τ, et non à $t = \tau$.

COMPRENDRE
Le tracé d'une tangente est peu précis : on n'attend ici qu'un ordre de grandeur. La valeur sera affinée en 3.4.3 par une lecture plus sûre.



3.2.1 · Courbe n°1 : asymptote $u_C = E$ et tangente à l'origine, qui se coupent à $t = \tau$

3.2.2 Donner l'expression de τ en fonction des caractéristiques des composants du circuit.

$\tau = RC$, avec R en ohm, C en farad et τ en seconde.

3.2.3 Vérifier que l'expression précédente est homogène à un temps.

Loi d'Ohm, $u = Ri$: $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$

Pour le condensateur, $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$: $[I] = [C]\dfrac{[U]}{[T]}$, donc $[C] = \dfrac{[I]\,[T]}{[U]}$

$$[RC] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\,[T]}{[U]} = [T]$$

Le produit RC a la dimension d'un temps : τ s'exprime en seconde.

MÉTHODE
Pour trouver la dimension d'une grandeur, partir d'une relation simple où elle apparaît ($u = Ri$, $q = Cu$, $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$), puis remplacer chaque grandeur par sa dimension. Une dérivée par rapport au temps divise par $[T]$.

3.3.1 Écrire la relation qui existe entre E, u_R et u_C.

Loi d'additivité des tensions (loi des mailles), interrupteur fermé :

$E = u_R + u_C$

PIÈGE
Les signes dépendent du sens des flèches. Ici u_R et u_C sont orientées dans le même sens le long de la branche A-B-T, et E est la tension entre A et T.

3.3.2 Exprimer u_R en fonction de l'intensité i du courant.

Loi d'Ohm, la flèche de u_R étant opposée au sens de i (convention récepteur) :

$u_R = Ri$

3.3.3 Rappeler l'expression de i en fonction de q, charge portée par l'armature reliée au point B.

Le courant i est orienté vers l'armature qui porte la charge q :

$i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$

COMPRENDRE
L'intensité est un débit de charge. Si i était orienté en sens inverse (sortant de l'armature de charge q), on écrirait $i = -\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

3.3.4 Rappeler l'expression de q en fonction de u_C. En déduire celle de i en fonction de u_C.

$q = C\,u_C$

La capacité C est une constante, donc $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}(C\,u_C)}{\mathrm{d}t}$:

$$\boxed{q = C\,u_C \text{ et } i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}}$$

3.3.5 Montrer que la tension $u_C(t)$ vérifie l'équation différentielle $\tau\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$ (1).

$E = u_R + u_C$ (3.3.1)

$E = R\,i + u_C$ (3.3.2)

$E = R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$ (3.3.4)

En posant $\tau = R\,C$:

$$\boxed{\tau\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E}$$

MÉTHODE
Toujours la même chaîne pour un circuit RC : loi des mailles, loi d'Ohm, puis $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$. Il ne doit rester qu'une seule fonction inconnue, ici u_C.

3.4.1 Vérifier que $u_C(t) = E\left[1 - \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\right]$ est solution de l'équation différentielle et satisfait à la condition initiale (condensateur déchargé à $t = 0$).

On dérive : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau}\,\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$

On reporte dans le premier membre de (1) :

$$\tau\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E\,\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + E - E\,\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = E$$

L'équation (1) est vérifiée à tout instant.

Condition initiale : $u_C(0) = E\,[1 - \exp(0)] = E\,(1 - 1) = 0$ V, le condensateur est bien déchargé.

$$\boxed{u_C(t) = E\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \text{ vérifie (1) et } u_C(0) = 0.}$$

PIÈGE
Erreur de signe dans la dérivée : la dérivée de $\exp(-t/\tau)$ est $-\dfrac{1}{\tau}\exp(-t/\tau)$, et le signe « $-$ » placé devant l'exponentielle la rend positive.

MÉTHODE
« Vérifier qu'une fonction est solution » : on ne résout pas l'équation. On dérive, on remplace dans un membre et on montre qu'on obtient l'autre. La condition initiale se contrôle séparément.

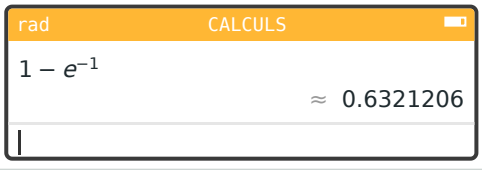
3.4.2 Déterminer la valeur du rapport $\dfrac{u_C}{E}$ à la date $t = \tau$.

À $t = \tau$: $u_C(\tau) = E\,[1 - \exp(-1)]$, donc

$$\frac{u_C(\tau)}{E} = 1 - \exp(-1) = 0{,}63$$

$$\boxed{\frac{u_C(\tau)}{E} = 0{,}63 : \text{ à } t = \tau, \text{ la tension atteint } 63\ \% \text{ de sa valeur finale.}}$$

À LA CALCULATRICE



3.4.3 En utilisant ce résultat et en exploitant la courbe n°1, déterminer la valeur de τ puis celle de C.

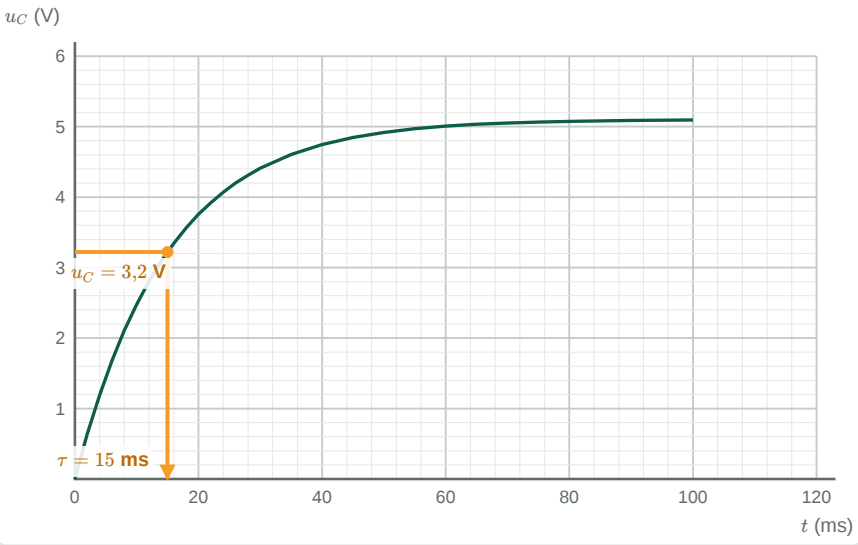
Données utiles $E = 5{,}1$ V ; $R = 150\ \Omega$; $\dfrac{u_C(\tau)}{E} = 0{,}63$ (3.4.2)

$u_C(\tau) = 0{,}63 \times E = 0{,}63 \times 5{,}1 = 3{,}2$ V

Sur la courbe n°1, on trace l'horizontale $u_C = 3{,}2$ V ; elle coupe la courbe au point d'abscisse $\tau = 15$ ms.

Comme $\tau = RC$: $\quad C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{15 \times 10^{-3}}{150} = 1{,}0 \times 10^{-4}$ F

$\tau = 15$ ms et $C = 1{,}0 \times 10^{-4}$ F $= 0{,}10$ mF

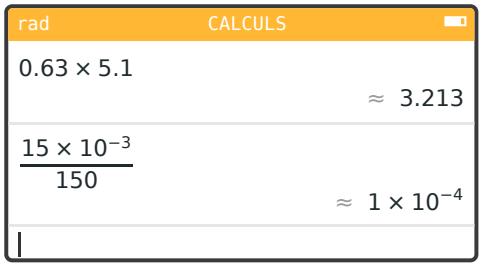


3.4.3 · Courbe n°1 : lecture de τ pour $u_C = 0{,}63\,E = 3{,}2$ V

PIÈGE
Laisser τ en millisecondes dans le calcul : on trouverait $0{,}10$ et on l'annoncerait en farad, soit mille fois trop.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : E et la lecture de τ n'en ont que deux. À un demi-carreau près, τ vaut entre 14 et 16 ms, donc C est connue à environ $7\,\%$ près.

À LA CALCULATRICE



3.5 Proposer le principe d'au moins une autre mesure de la capacité C.

Charge à courant constant : on relie le condensateur, initialement déchargé, à un générateur de courant d'intensité constante I_0 et on enregistre $u_C(t)$.

Comme $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = I_0$, la charge vaut $q = I_0\,t$, d'où $u_C = \dfrac{q}{C} = \dfrac{I_0}{C}\,t$.

La courbe $u_C(t)$ est une droite passant par l'origine, de coefficient directeur $a = \dfrac{I_0}{C}$.

On mesure la pente a de la droite et on calcule $C = \dfrac{I_0}{a}$.

COMPRENDRE
Autres possibilités acceptées : étudier la décharge du condensateur dans le conducteur ohmique (on retrouve $\tau = RC$), ou mesurer directement C avec un capacimètre.

Propriétés des solutions d'ammoniac

Bac S 2008 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 2 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1.1 Faire la liste de la verrerie nécessaire pour préparer précisément un volume $V = 1{,}00$ L de S à partir de S_0.

Données utiles S est 100 fois plus diluée que S_0

La quantité d'ammoniac se conserve lors de la dilution : $C_0\,V_0 = C_S\,V$ avec $C_S = \dfrac{C_0}{100}$, donc le volume de S_0 à prélever est

$$V_0 = \frac{V}{100} = \frac{1{,}00}{100} = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{L} = 10{,}0\ \text{mL}$$

Verrerie :

- un bécher, pour y verser un peu de S_0 (on ne pipette jamais dans le flacon) ;
- une pipette jaugée de 10,0 mL, avec sa propipette ;
- une fiole jaugée de 1,00 L, avec son bouchon.

Bécher, pipette jaugée de 10,0 mL (et propipette), fiole jaugée de 1,00 L.

PIÈGE
« Précisément » impose de la verrerie jaugée. Une éprouvette graduée ou un bécher gradué pour mesurer les volumes fait perdre les points.

MÉTHODE
Dilution : facteur $F = \dfrac{C_{\text{mère}}}{C_{\text{fille}}} = \dfrac{V_{\text{fille}}}{V_{\text{mère}}}$. La pipette jaugée donne le volume prélevé, la fiole jaugée le volume final.

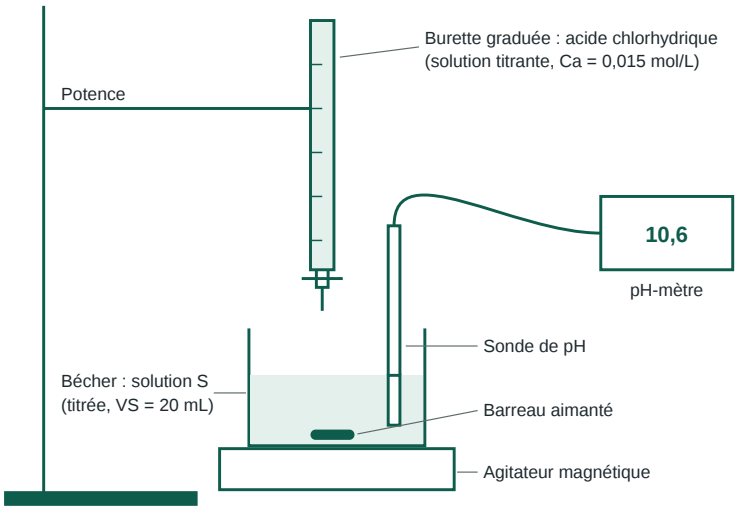
1.2.1 Faire un schéma légendé du dispositif expérimental de titrage.

Le schéma doit montrer, avec leur légende :

- la burette graduée, qui contient la solution titrante : acide chlorhydrique, $C_a = 0{,}015\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$;
- le bécher, qui contient la solution titrée : $V_S = 20$ mL de solution S ;
- la sonde du pH-mètre, plongée dans le bécher et reliée au pH-mètre ;
- l'agitateur magnétique et son barreau aimanté.

Voir le schéma légendé ci-dessous.

PIÈGE
Les points vont à la légende : nom de chaque élément, mais aussi nature et place des deux solutions. Inverser solution titrante (burette) et solution titrée (bécher) est l'erreur classique.



1.2.1 · Dispositif du titrage pH-métrique de la solution S

1.2.2 Écrire l'équation bilan de la réaction de titrage (1) de la solution d'ammoniac S.

L'acide chlorhydrique apporte les ions oxonium H_3O^+ ; ils réagissent avec la base NH_3 :

$$NH_3\,(aq) + H_3O^+\,(aq) \longrightarrow NH_4^+\,(aq) + H_2O\,(l) \qquad (1)$$

COMPRENDRE
Les ions chlorure sont spectateurs : ils n'apparaissent pas. La réaction est quasi totale, condition nécessaire à un titrage : sa constante vaut $\frac{1}{K_{A2}} = 10^{9,2}$.

1.2.3 a) Déterminer le volume d'acide versé à l'équivalence V_{aE} en précisant la méthode. b) En déduire C_S, puis C_0, et comparer à la valeur donnée dans l'énoncé.

Données utiles $C_a = 0{,}015\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $V_S = 20\ \text{mL}$; $C_0 = 1{,}1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (énoncé)

a) À l'équivalence, le pH varie le plus vite : la dérivée $\frac{dpH}{dV_a}$ passe par un extremum, ici un minimum car le pH diminue. On lit l'abscisse de ce minimum :

$V_{aE} = 14\ \text{mL}$

(La méthode des tangentes parallèles, sur la courbe du pH, donne la même valeur.)

b) À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de (1) : $n(H_3O^+)_{\text{versé}} = n(NH_3)_{\text{initial}}$, soit $C_a\,V_{aE} = C_S\,V_S$.

$$C_S = \frac{C_a\,V_{aE}}{V_S} = \frac{0{,}015 \times 14}{20} = 1{,}05 \times 10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

soit $C_S \approx 1{,}1 \times 10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ avec deux chiffres significatifs.

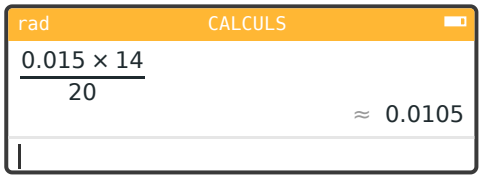
S est 100 fois plus diluée que S_0 : $C_0 = 100\,C_S = 100 \times 1{,}05 \times 10^{-2} = 1{,}05\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

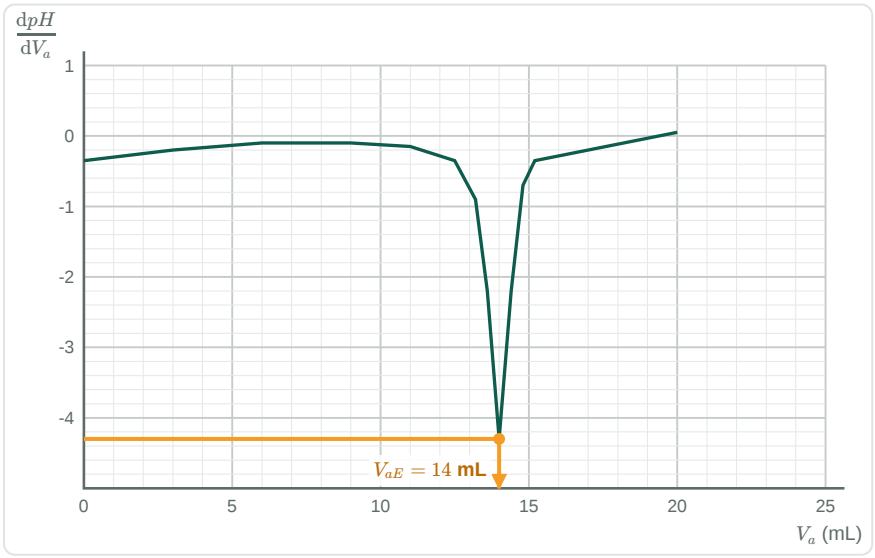
$C_S \approx 1{,}1 \times 10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $C_0 \approx 1{,}1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$: le titrage confirme la valeur de l'énoncé.

PIÈGE
Les volumes peuvent rester en mL dans le quotient $\frac{V_{aE}}{V_S}$, à condition d'utiliser la même unité pour les deux. Ne pas oublier ensuite le facteur de dilution 100.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme C_a et V_S : la lecture graphique de V_{aE} n'en permet pas davantage. Avec deux chiffres, $1{,}05$ et $1{,}1$ ne se distinguent pas (écart inférieur à 5 %).

À LA CALCULATRICE





1.2.3 · Courbe dérivée du sujet (allure) : le minimum repère l'équivalence

1.2.4 Choisir, parmi les indicateurs colorés proposés, celui qui convient le mieux à ce titrage. Justifier. Qu'observe-t-on autour de l'équivalence ?

Données utiles zones de virage : bleu de bromophénol 3,0 – 4,6 ; rouge de méthyle 4,2 – 6,2 (rouge / jaune) ; rouge de crésol 7,2 – 8,8

Un indicateur convient si sa zone de virage contient le pH à l'équivalence.

Sur la courbe, pour $V_{aE} = 14$ mL, le saut de pH est centré sur $pH_E \approx 6$ (méthode des tangentes parallèles). Cette valeur appartient à l'intervalle 4,2 – 6,2 seulement.

Avant l'équivalence, le milieu est basique ($pH > 6{,}2$) : la solution est jaune. Après l'équivalence, $pH < 4{,}2$: elle est rouge.

Rouge de méthyle : la solution passe du jaune au rouge (teinte orangée au virage) à la goutte près.

PIÈGE
Le sens du changement de couleur : on part de la teinte basique (jaune), car le bécher contient la base et l'on verse l'acide.

COMPRENDRE
pH_E est inférieur à 7 : à l'équivalence, la solution contient l'acide faible NH_4^+. Le rouge de crésol virerait trop tôt, le bleu de bromophénol un peu trop tard.

1.3.1 a) Donner l'expression littérale de la constante d'équilibre K associée à l'équation (2). b) Exprimer K en fonction de K_e et K_{A2}, puis calculer K.

Données utiles $K_e = 1{,}0 \times 10^{-14}$; $pK_{A2} = 9{,}2$

a) L'eau est le solvant : elle ne figure pas dans l'expression.

$$K = \frac{[NH_4^+]_{éq}\,[HO^-]_{éq}}{[NH_3]_{éq}}$$

b) Pour le couple NH_4^+ / NH_3 : $K_{A2} = \dfrac{[NH_3]_{éq}\,[H_3O^+]_{éq}}{[NH_4^+]_{éq}}$, et $K_e = [H_3O^+]_{éq}\,[HO^-]_{éq}$.

On multiplie le numérateur et le dénominateur de K par $[H_3O^+]_{éq}$:

$$K = \frac{[NH_4^+]_{éq}}{[NH_3]_{éq}\,[H_3O^+]_{éq}} \times [H_3O^+]_{éq}\,[HO^-]_{éq} = \frac{K_e}{K_{A2}}$$

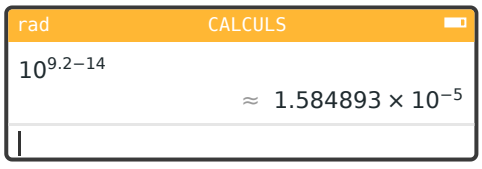
$$K = \frac{10^{-14}}{10^{-9{,}2}} = 10^{9{,}2-14} = 10^{-4{,}8} = 1{,}6 \times 10^{-5}$$

$$K = \frac{K_e}{K_{A2}} = 1{,}6 \times 10^{-5}$$

COMPRENDRE
K est très inférieur à 1 : la réaction de l'ammoniac avec l'eau est très limitée. NH_3 est une base faible, ce qui annonce un avancement final petit.

MÉTHODE
Pour relier une constante à K_e et K_A : écrire les trois expressions, puis faire apparaître $[H_3O^+]$ en haut et en bas du quotient.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 a) Compléter le tableau d'avancement de la réaction (2). b) En supposant $x_{éq}$ négligeable devant $C_S\,U_S$, montrer que $K \approx \dfrac{x_{éq}^2}{C_S\,U_S^2}$. c) En déduire $x_{éq}$. L'hypothèse est-elle justifiée ?

Données utiles $C_S = \dfrac{C_0}{100} = 1{,}1 \times 10^{-2}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$; $U_S = 1{,}0$ L ; $K = 1{,}6 \times 10^{-5}$ (1.3.1)

a) Quantités de matière, en mol :

État	NH_3	H_2O	NH_4^+	HO^-
initial ($x = 0$)	$C_S\,U_S$	excès	0	0
final ($x_{éq}$)	$C_S\,U_S - x_{éq}$	excès	$x_{éq}$	$x_{éq}$

b) Les concentrations à l'équilibre sont $[NH_4^+]_{éq} = [HO^-]_{éq} = \dfrac{x_{éq}}{U_S}$ et $[NH_3]_{éq} = \dfrac{C_S\,U_S - x_{éq}}{U_S}$, donc

$$K = \frac{\left(\dfrac{x_{éq}}{U_S}\right)^2}{\dfrac{C_S\,U_S - x_{éq}}{U_S}} = \frac{x_{éq}^2}{(C_S\,U_S - x_{éq})\,U_S}$$

Si $x_{éq} \ll C_S\,U_S$, alors $C_S\,U_S - x_{éq} \approx C_S\,U_S$:

$$K \approx \frac{x_{éq}^2}{C_S\,U_S \times U_S} = \frac{x_{éq}^2}{C_S\,U_S^2}$$

c) $x_{éq}$ est positif, donc $x_{éq} = \sqrt{K\,C_S\,U_S^2}$:

$$x_{éq} = \sqrt{1{,}6 \times 10^{-5} \times 1{,}1 \times 10^{-2} \times 1{,}0^2} = 4{,}2 \times 10^{-4}\ \text{mol}$$

Or $C_S\,U_S = 1{,}1 \times 10^{-2}$ mol : $\dfrac{x_{éq}}{C_S\,U_S} = \dfrac{4{,}2 \times 10^{-4}}{1{,}1 \times 10^{-2}} \approx 0{,}04$, soit environ 4 %.

$x_{éq} = 4{,}2 \times 10^{-4}$ mol, environ 26 fois plus petit que $C_S\,U_S$: l'hypothèse est justifiée.

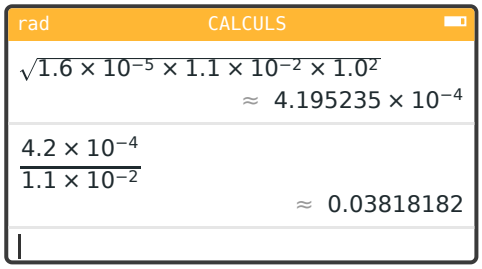
PIÈGE

La remarque de l'énoncé impose $C_S = \dfrac{1{,}1}{100}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$, et non la valeur $1{,}05 \times 10^{-2}$ issue du titrage. Dans le tableau, on écrit des quantités de matière ($C_S\,U_S$), pas des concentrations.

MÉTHODE

Valider une approximation : calculer le rapport de la grandeur négligée à celle qui est conservée. En dessous de quelques pour cent, l'hypothèse est acceptable.

À LA CALCULATRICE



1.3.3 a) Déduire de la conductivité la valeur commune de la concentration (en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) des ions NH_4^+ et HO^- dans S. b) Déterminer le pH de S. Ce résultat est-il en accord avec les données expérimentales ?

Données utiles $\sigma = 8{,}52 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$; $\lambda(\text{HO}^-) = 199 \times 10^{-4}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $\lambda(\text{NH}_4^+) = 73{,}4 \times 10^{-4}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $K_e = 1{,}0 \times 10^{-14}$

a) Les seuls ions en quantité notable sont NH_4^+ et HO^-, de même concentration c d'après (2) :

$$\sigma = \lambda(\text{HO}^-)\,[\text{HO}^-]_{\text{éq}} + \lambda(\text{NH}_4^+)\,[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} = \left(\lambda(\text{HO}^-) + \lambda(\text{NH}_4^+)\right) c$$

$$c = \frac{\sigma}{\lambda(\text{HO}^-) + \lambda(\text{NH}_4^+)} = \frac{8{,}52 \times 10^{-3}}{(199 + 73{,}4) \times 10^{-4}} = 0{,}313\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} = [\text{HO}^-]_{\text{éq}} = 3{,}13 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

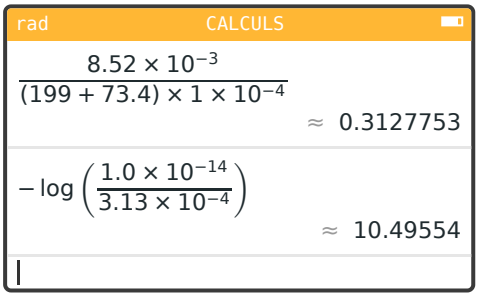
b) $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \dfrac{K_e}{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}}$, donc

$$pH = -\log\left(\frac{K_e}{[\text{HO}^-]_{\text{éq}}}\right) = -\log\left(\frac{1{,}0 \times 10^{-14}}{3{,}13 \times 10^{-4}}\right) = 10{,}5$$

Sur la courbe de titrage, pour $V_a = 0$ mL (solution S seule), on lit un pH compris entre 10 et 11, proche de 10,5.

$pH = 10{,}5$: résultat en accord avec le pH initial de la courbe de titrage.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

La loi donne des concentrations en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$. Comme $1\ \text{m}^3 = 10^3$ L, on divise par 1000 pour passer en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$: oublier cette conversion donne un pH de 13,5.

COMPRENDRE

Le modèle de la question 1.3.2 donne $\frac{x_{\text{éq}}}{U_S} = 4{,}2 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, soit $pH \approx 10{,}6$: même ordre de grandeur que la mesure conductimétrique, les deux étant compatibles avec la courbe.

Spécialité : Quelques propriétés de la flûte de Pan

Bac S 2008 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

3.1 Rappeler la définition de deux sons à l'octave et déterminer les fréquences de do_4 et mi_4. Puis (3.2.a et 3.2.b) définir nœud et ventre de vibration et nommer le type d'ondes où on les observe.

Données utiles $f(\mathrm{do}_3) = 262$ Hz ; $f(\mathrm{mi}_3) = 328$ Hz

Deux sons sont à l'octave lorsque la fréquence du plus aigu est le double de celle du plus grave.

$f(\mathrm{do}_4) = 2\,f(\mathrm{do}_3) = 2 \times 262 = 524$ Hz

$f(\mathrm{mi}_4) = 2\,f(\mathrm{mi}_3) = 2 \times 328 = 656$ Hz

$f(\mathrm{do}_4) = 524$ Hz et $f(\mathrm{mi}_4) = 656$ Hz

3.2.a

Nœud de vibration : point de la colonne d'air où l'amplitude de vibration est nulle, l'air y reste immobile.

Ventre de vibration : point de la colonne d'air où l'amplitude de vibration est maximale.

Nœud : amplitude nulle ; ventre : amplitude maximale.

3.2.b

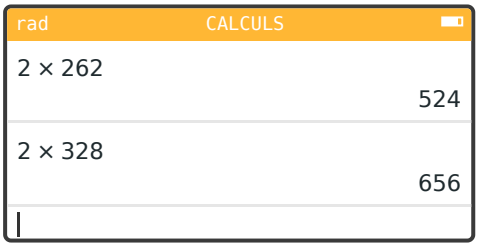
Les nœuds et les ventres s'observent avec des **ondes stationnaires**.

PIÈGE
Une octave correspond à un rapport de fréquences, pas à un écart : on multiplie par 2, on n'ajoute pas une valeur fixe.

COMPRENDRE
Le facteur 2 est un nombre exact : les résultats gardent les trois chiffres significatifs des fréquences du tableau.

COMPRENDRE
L'onde sonore se réfléchit aux extrémités du tuyau. L'onde incidente et l'onde réfléchie se superposent : certains points ne vibrent jamais, d'autres vibrent toujours au maximum, à des positions fixes.

À LA CALCULATRICE



3.3 Exprimer λ en fonction de f (a) ; montrer que $L = n\,\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{\lambda}{4}$ pour un tuyau accordé (b) ; définir le mode fondamental et donner L (c) ; calculer la longueur des 5 tuyaux (d).

Données utiles $c = 340\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; nœud au fond fermé, ventre à l'extrémité ouverte ; nœud et ventre consécutifs distants de $\dfrac{\lambda}{4}$; fréquences : 262 Hz, 328 Hz, 393 Hz, puis 524 Hz et 656 Hz (3.1)

3.3.a

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde, à la célérité c, pendant une période $T = \dfrac{1}{f}$: $\lambda = cT$.

$\lambda = \dfrac{c}{f}$

3.3.b

Le tuyau porte un ventre à son extrémité ouverte et un nœud à son fond.

PIÈGE
Saisir « 340÷4×262 » sans parenthèses multiplie par la fréquence au lieu de diviser. Garder le zéro final de 13,0 cm : trois chiffres significatifs.

COMPRENDRE
Plus le tuyau est court, plus la note est aiguë : le tuyau 1, le plus long sur la figure, joue le do_3. Une octave plus haut, la longueur est divisée par 2.

Cas le plus simple : aucun autre nœud ni ventre entre les deux. La longueur est la distance ventre-nœud : $L = \frac{\lambda}{4}$.

Autres cas : en partant de l'ouverture, on rencontre d'abord n autres ventres avant le dernier quart de longueur d'onde. Deux ventres consécutifs sont distants de $2 \times \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$, donc on ajoute n fois $\frac{\lambda}{2}$.

$$L = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \text{ avec } n = 0, 1, 2, \ldots$$

3.3.c

Le mode fondamental est le mode de vibration de plus basse fréquence, donc de plus grande longueur d'onde. Il correspond à la plus petite valeur de n : $n = 0$.

$$L = \frac{\lambda}{4}$$

3.3.d

Pour le fondamental, $L = \frac{\lambda}{4}$ (3.3.c) et $\lambda = \frac{c}{f}$ (3.3.a), donc $L = \frac{c}{4f}$.

Tuyau 1 (do_3) : $L_1 = \frac{340}{4 \times 262} = 0{,}324$ m

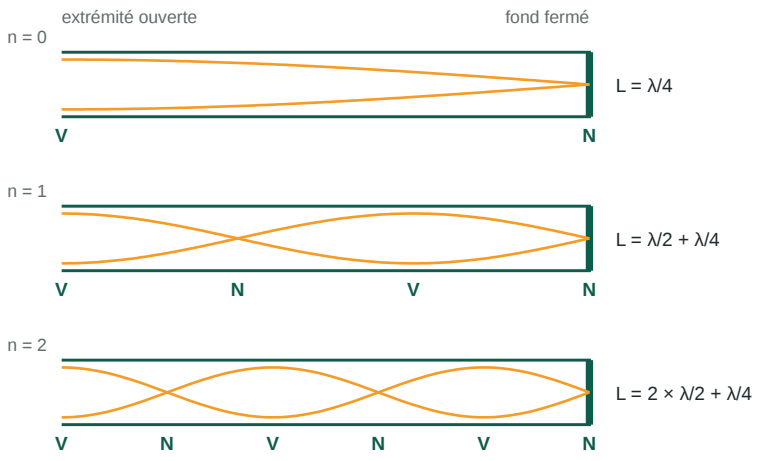
Tuyau 2 (mi_3) : $L_2 = \frac{340}{4 \times 328} = 0{,}259$ m

Tuyau 3 (sol_3) : $L_3 = \frac{340}{4 \times 393} = 0{,}216$ m

Tuyau 4 (do_4) : $L_4 = \frac{340}{4 \times 524} = 0{,}162$ m

Tuyau 5 (mi_4) : $L_5 = \frac{340}{4 \times 656} = 0{,}130$ m

$L_1 = 32{,}4$ cm ; $L_2 = 25{,}9$ cm ; $L_3 = 21{,}6$ cm ; $L_4 = 16{,}2$ cm ; $L_5 = 13{,}0$ cm



3.3 · Les trois premiers modes : un ventre (V) à l'ouverture, un nœud (N) au fond

MÉTHODE

Dessiner le tuyau avec ses conditions aux extrémités, placer les nœuds et les ventres en alternance, puis compter les quarts de longueur d'onde : ici il y en a toujours un nombre impair.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{340}{4 \times 262} \approx 0.3244275$

$\frac{340}{4 \times 328} \approx 0.2591463$

$\frac{340}{4 \times 393} \approx 0.216285$

$\frac{340}{4 \times 524} \approx 0.1622137$

$\frac{340}{4 \times 656} \approx 0.1295732$

3.4 Justifier l'affirmation : « les seuls sons possibles pour une flûte de Pan sont les harmoniques impairs ».

Pour un tuyau de longueur L fixée : $L = n\,\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = (2n+1)\,\frac{\lambda}{4}$, soit $\lambda_n = \frac{4L}{2n+1}$.

La fréquence du mode n est $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = (2n+1)\,\frac{c}{4L}$.

Or la fréquence du fondamental ($n = 0$) est $f_0 = \frac{c}{4L}$.

$f_n = (2n+1)\,f_0$: les fréquences possibles sont f_0, $3f_0$, $5f_0$, $7f_0\ldots$, uniquement des multiples impairs du fondamental.

PIÈGE
Le mode $n = 1$ n'est pas l'harmonique de fréquence $2f_0$: il vaut $3f_0$. L'entier n numérote les modes, le multiple de f_0 est $2n+1$.

COMPRENDRE
Les harmoniques d'un son (fréquences multiples du fondamental) et le lien entre spectre et timbre ne figurent plus au programme actuel de la spécialité de Terminale.

3.5 Représenter le spectre fréquentiel du son produit par le tuyau n°3, avec au moins 4 harmoniques (amplitudes arbitraires).

Données utiles tuyau n°3 : sol_3, $f_0 = 393$ Hz ; $f_n = (2n+1)\,f_0$ (3.4)

Le tuyau n°3 joue le sol_3 : son fondamental a pour fréquence $f_0 = 393$ Hz.

Les modes suivants ont pour fréquences :

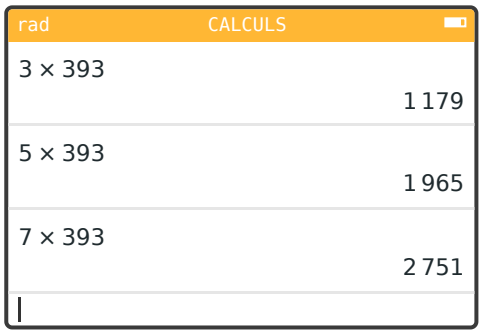
$3f_0 = 3 \times 393 = 1\,179$ Hz ; $5f_0 = 5 \times 393 = 1\,965$ Hz ; $7f_0 = 7 \times 393 = 2\,751$ Hz.

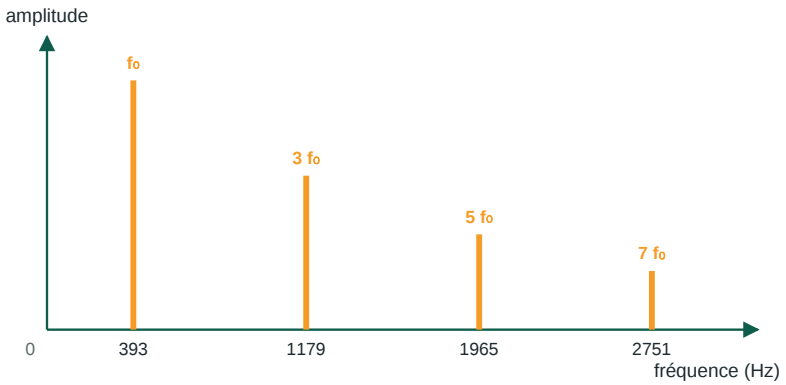
Le spectre comporte un pic vertical à chacune de ces fréquences, et aucun pic à $2f_0$, $4f_0$ ou $6f_0$.

Pics à 393 Hz, 1 179 Hz, 1 965 Hz et 2 751 Hz (voir le spectre).

MÉTHODE
Un spectre se trace en bâtons : un trait vertical par fréquence présente, axe des fréquences gradué et légendé avec son unité. Ici les pics sont régulièrement espacés de $2f_0 = 786$ Hz.

À LA CALCULATRICE





3.5 · Spectre du son du tuyau n°3 : seuls les multiples impairs de $f_0 = 393$ Hz (hauteurs des pics arbitraires)

3.6 La célérité du son augmente avec la température. Prévoir si les notes jouées sont plus aiguës ou plus graves quand la température augmente (mode fondamental, dilatation des tuyaux négligée).

Pour le fondamental, $L = \frac{\lambda}{4}$, donc $\lambda = 4L$. La longueur L du tuyau ne change pas (dilatation négligée) : la longueur d'onde reste la même.

La fréquence émise est $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{4L}$: elle est proportionnelle à la célérité c.

Quand la température augmente, c augmente, donc f augmente pour chaque tuyau.

Toutes les notes jouées sont légèrement **plus aiguës**.

COMPRENDRE
C'est la géométrie du tuyau qui impose la longueur d'onde, et le milieu qui impose la célérité : la fréquence s'ajuste. Un instrument à vent s'accorde donc à la température de la salle.

Quelques propriétés du plutonium 241

Bac S 2008 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

2.1.1 Définir les termes : a. noyaux isotopes ; b. fission nucléaire ; c. demi-vie.

a. Deux noyaux isotopes ont le même numéro atomique Z (même nombre de protons, donc même élément chimique) mais des nombres de neutrons différents, donc des nombres de masse A différents. Exemple : l'uranium 235 et l'uranium 238.

b. Une fission nucléaire est une réaction provoquée au cours de laquelle un noyau lourd, percuté par un neutron, se casse en deux noyaux plus légers en libérant des neutrons et de l'énergie.

c. La demi-vie $t_{1/2}$ d'un noyau radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents dans un échantillon s'est désintégrée.

Isotopes : même Z, A différents ; fission : noyau lourd + neutron → deux noyaux plus légers ; demi-vie : durée pour que N soit divisé par 2.

PIÈGE
Dire que des isotopes ont « le même nombre de nucléons » : c'est l'inverse. Pour la fission, oublier le neutron incident : sans lui, on décrirait une désintégration spontanée.

2.1.2 Préciser le nombre de masse et le numéro atomique du neutron et de la particule β^-. Expliciter pour chacune la notation ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$.

Dans la notation ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$, A est le nombre de masse (nombre de nucléons) et Z le numéro atomique (nombre de charge : charge de la particule exprimée en nombre de charges élémentaires e).

Neutron : c'est un nucléon, donc $A = 1$; il est électriquement neutre, donc $Z = 0$.

Particule β^- : c'est un électron. Ce n'est pas un nucléon, donc $A = 0$; sa charge vaut $-e$, donc $Z = -1$.

Neutron : ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$; particule β^- : ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

COMPRENDRE
Pour une particule qui n'est pas un noyau, Z ne compte plus des protons : il indique la charge en unités de e. C'est ce qui permet d'écrire la conservation de la charge dans une équation nucléaire.

2.1.3 Déterminer les valeurs de x et de y dans l'équation (1).

L'équation (1) s'écrit : ${}^{238}_{92}\mathrm{U} + x\ {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{241}_{94}\mathrm{Pu} + y\ {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

Conservation du nombre de masse : $238 + x \times 1 = 241 + y \times 0$, donc $x = 3$.

Conservation du nombre de charge : $92 + x \times 0 = 94 + y \times (-1)$, donc $y = 94 - 92 = 2$.

$x = 3$ et $y = 2$: ${}^{238}_{92}\mathrm{U} + 3\ {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{241}_{94}\mathrm{Pu} + 2\ {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

MÉTHODE
Dans toute équation nucléaire, écrire deux égalités : somme des A à gauche = somme des A à droite, puis la même chose pour les Z. Chaque égalité donne ici une inconnue.

2.2.1 a. Déterminer en MeV l'énergie E_F libérée lors de la fission d'un noyau de plutonium 241. b. Justifier le terme de « réaction en chaîne ».

Données utiles $m(\text{Pu}) = 241{,}00514$ u ; $m(\text{Cs}) = 140{,}79352$ u ; $m(\text{Y}) = 97{,}90070$ u ; $m(\text{n}) = 1{,}00866$ u ; 1 u correspond à $931{,}494$ MeV

a. La masse diminue au cours de la fission ; l'énergie libérée correspond à cette perte de masse :

$$E_F = \left[m(\text{Pu}) + m(\text{n}) - m(\text{Cs}) - m(\text{Y}) - 3\,m(\text{n})\right] c^2$$

soit, après simplification d'un neutron : $E_F = \left[m(\text{Pu}) - m(\text{Cs}) - m(\text{Y}) - 2\,m(\text{n})\right] c^2$.

Perte de masse : $241{,}00514 - 140{,}79352 - 97{,}90070 - 2 \times 1{,}00866 = 0{,}29360$ u.

Comme 1 u correspond à $931{,}494$ MeV : $E_F = 0{,}29360 \times 931{,}494 = 273{,}49$ MeV.

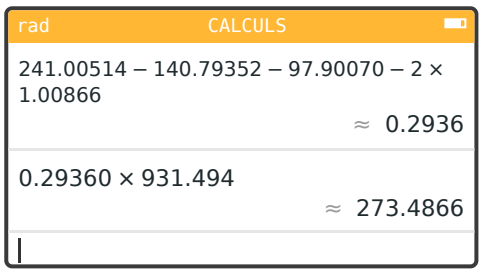
b. Chaque fission consomme un neutron et en libère trois. Ces neutrons peuvent à leur tour provoquer la fission d'autres noyaux de plutonium 241, qui libèrent de nouveaux neutrons, et ainsi de suite : la réaction s'entretient et s'amplifie d'elle-même.

$E_F = 273{,}49$ MeV ; les neutrons produits provoquent de nouvelles fissions : réaction en chaîne.

PIÈGE
Passer par les kilogrammes, $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} et les joules : c'est plus long et la valeur de c limite alors le résultat à 3 chiffres significatifs (274 MeV).

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : une différence garde les décimales des données (5 ici), donc $0{,}29360$ u a 5 chiffres significatifs, et E_F aussi. L'énergie « libérée » se donne positive ; la variation d'énergie du système vaut $-273{,}49$ MeV.

À LA CALCULATRICE



2.2.2 Déterminer en MeV l'énergie E_D libérée lors de la désintégration β^- d'un noyau de plutonium 241.

Données utiles $m(\text{Pu}) = 241{,}00514$ u ; $m(\text{Am}) = 241{,}00457$ u ; $m(\beta) = 0{,}00055$ u ; 1 u correspond à $931{,}494$ MeV

$$E_D = \left[m(\text{Pu}) - m(\text{Am}) - m(\beta)\right] c^2$$

Perte de masse : $241{,}00514 - 241{,}00457 - 0{,}00055 = 0{,}00002$ u.

$E_D = 0{,}00002 \times 931{,}494 = 1{,}9 \times 10^{-2}$ MeV.

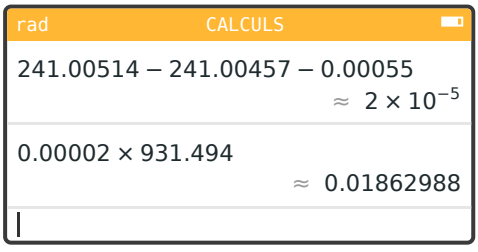
La perte de masse n'est connue qu'avec un seul chiffre significatif : on ne peut annoncer qu'un ordre de grandeur.

$E_D \approx 2 \times 10^{-2}$ MeV (environ 20 keV)

PIÈGE
Oublier la masse de la particule β^- : on trouverait $0{,}00057$ u, soit $0{,}53$ MeV, près de trente fois trop.

COMPRENDRE
Soustraire des masses presque égales fait perdre la précision : de 8 chiffres significatifs on tombe à un seul. Écrire $1{,}86299 \times 10^{-2}$ MeV n'aurait aucun sens.

À LA CALCULATRICE



2.2.3 a. Comparer E_F et E_D et calculer le rapport E_F/E_D. b. Les termes d'interaction « forte » (fission) et « faible » (désintégration β^-) paraissent-ils justifiés ?

Données utiles $E_F = 273{,}49$ MeV (2.2.1) ; $E_D = 1{,}9 \times 10^{-2}$ MeV (2.2.2)

a. $\dfrac{E_F}{E_D} = \dfrac{273{,}49}{1{,}9 \times 10^{-2}} \approx 1 \times 10^4$

L'énergie libérée par la fission est de l'ordre de dix mille fois plus grande que celle libérée par la désintégration β^- : $E_F \gg E_D$.

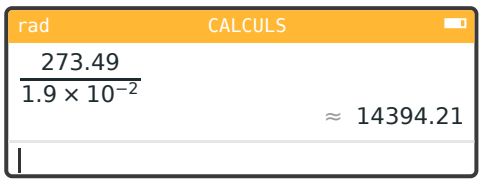
b. Oui. Plus une interaction est intense, plus les énergies qu'elle met en jeu sont grandes. La fission libère environ 10^4 fois plus d'énergie que la désintégration β^- : il est cohérent de qualifier de « forte » l'interaction responsable de la première et de « faible » celle responsable de la seconde.

$\dfrac{E_F}{E_D} \approx 10^4$: $E_F \gg E_D$, ce qui justifie les termes « forte » et « faible ».

COMPRENDRE

E_D n'ayant qu'un chiffre significatif, le rapport n'en a qu'un aussi : seul l'ordre de grandeur 10^4 est fiable. C'est suffisant pour conclure.

À LA CALCULATRICE



2.3.1 Rappeler la loi de décroissance radioactive.

Le nombre moyen $N(t)$ de noyaux radioactifs encore présents à la date t décroît exponentiellement, avec N_0 le nombre de noyaux à $t = 0$ et λ la constante radioactive (en an^{-1} si t est en années) :

$N(t) = N_0\,\text{e}^{-\lambda t}$

2.3.2 Par une méthode au choix, graphique ou numérique, déterminer la demi-vie $t_{1/2}$ du plutonium 241.

Données utiles t (ans) : 0 ; 3 ; 6 ; 9 ; 12 et N/N_0 : 1 ; 0,85 ; 0,73 ; 0,62 ; 0,53

D'après la loi de décroissance : $\dfrac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-\lambda t}$, donc $-\ln\left(\dfrac{N}{N_0}\right) = \lambda\, t$.

On calcule $-\ln(N/N_0)$ pour chaque date : 0 ; 0,16 ; 0,31 ; 0,48 ; 0,63, puis on trace ces valeurs en fonction de t. Les points sont alignés sur une droite passant par l'origine, de coefficient directeur λ.

Lecture d'un point de la droite : pour $t = 10$ ans, $-\ln(N/N_0) = 0{,}53$, donc $\lambda = \dfrac{0{,}53}{10} = 0{,}053$ an^{-1}.

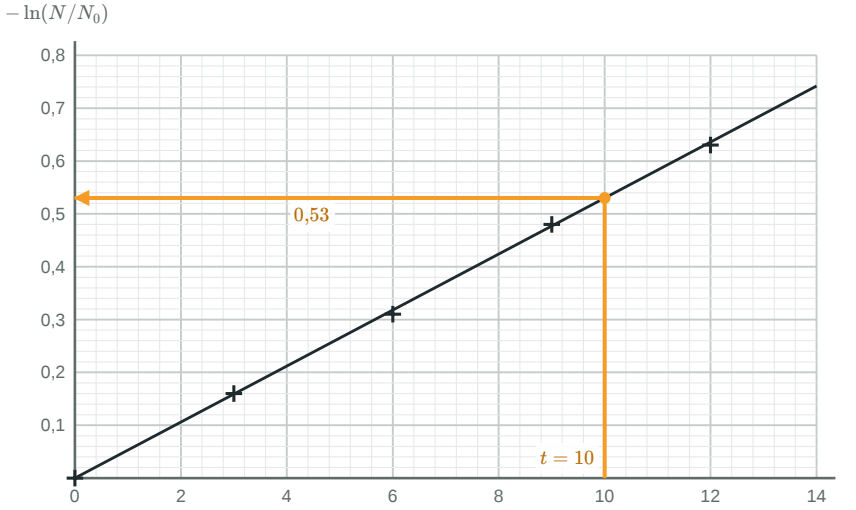
À $t = t_{1/2}$, $\dfrac{N}{N_0} = \dfrac{1}{2}$, donc $\lambda\, t_{1/2} = \ln 2$:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0{,}053} = 13 \text{ ans}$$

$t_{1/2} \approx 13$ ans, en accord avec « une dizaine d'années » annoncé par le texte.

PIÈGE
Lire directement $t_{1/2}$ dans le tableau est impossible : à 12 ans, $N/N_0 = 0{,}53$, la moitié n'est pas encore atteinte. Deux chiffres significatifs au plus, comme les mesures.

MÉTHODE
Linéariser une exponentielle avec le logarithme, puis exploiter la droite moyenne : elle compense les écarts de mesure de chaque point. Prendre le point de lecture sur la droite, loin de l'origine, et non dans le tableau.



2.3.2 · Droite moyenne passant par l'origine et lecture d'un point de la droite

À LA CALCULATRICE

