Corrigé complet — Bac S 2009 Asie (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Titrage du dioxyde de soufre présent dans un échantillon d'air** Titrage colorimétrique · Demi-équations d'oxydoréduction · Équivalence · Quotient de réaction · Concentration et masse molaire	4 pts	52 min	9 questions	p. 2
Ex 2	**à propos du satellite SPOT 4** Référentiel géocentrique · Deuxième loi de Newton · Mouvement circulaire uniforme · Masse de la Terre · Accumulateur en charge · Quantité d'électricité	7 pts	1 h 31	19 questions	p. 4
Ex 3	**Détermination de la capacité d'un condensateur** Charge d'un condensateur · Constante de temps du circuit RC · Analyse dimensionnelle · Exploitation d'un graphique · Oscillations du circuit LC · Période propre	5 pts	1 h 05	7 questions	p. 10
Ex 4	**Spécialité : titrage des ions nitrate contenus dans un engrais liquide** Préparation d'une solution par dissolution · Chauffage à reflux · Demi-équations d'oxydoréduction · Équivalence d'un titrage · Titrage indirect (en retour) · Pourcentage massique	4 pts	52 min	9 questions	p. 13

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Titrage du dioxyde de soufre présent dans un échantillon d'air

Bac S 2009 Asie (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Quelle verrerie choisir pour prélever avec précision 10,0 mL de solution S ?

Le prélèvement doit être précis : on utilise une verrerie jaugée.

Une **pipette jaugée de 10,0 mL**, munie d'une propipette.

PIÈGE
Répondre « éprouvette graduée » ou « bécher » : ces récipients ne sont pas assez précis pour un volume écrit avec trois chiffres significatifs.

2 À partir des couples $SO_4^{2-}(aq)/SO_2(aq)$ et $MnO_4^-(aq)/Mn^{2+}(aq)$, retrouver l'équation de la réaction entre les ions permanganate et le dioxyde de soufre.

Oxydation du dioxyde de soufre (à multiplier par 5) :

$$SO_2 + 2\,H_2O = SO_4^{2-} + 4\,H^+ + 2\,e^-$$

Réduction de l'ion permanganate (à multiplier par 2) :

$$MnO_4^- + 8\,H^+ + 5\,e^- = Mn^{2+} + 4\,H_2O$$

Ainsi 10 électrons sont échangés. On additionne :

$$2\,MnO_4^- + 16\,H^+ + 5\,SO_2 + 10\,H_2O = 2\,Mn^{2+} + 8\,H_2O + 5\,SO_4^{2-} + 20\,H^+$$

On simplifie : il reste $10 - 8 = 2\,H_2O$ à gauche et $20 - 16 = 4\,H^+$ à droite. On retrouve l'équation de l'énoncé :

$$2\,MnO_4^- + 5\,SO_2 + 2\,H_2O = 4\,H^+ + 5\,SO_4^{2-} + 2\,Mn^{2+}$$

PIÈGE
Oublier de vérifier les charges de l'équation finale : -2 à gauche, et $4 - 10 + 4 = -2$ à droite.

MÉTHODE
Demi-équation : 1) équilibrer l'élément principal ; 2) l'oxygène avec H_2O ; 3) l'hydrogène avec H^+ ; 4) les charges avec des électrons. Puis égaliser le nombre d'électrons échangés.

3 Définir l'équivalence d'un titrage.

L'équivalence est l'état du système où le réactif titrant et le réactif titré ont été introduits dans les **proportions stœchiométriques** de la réaction support du titrage : ils sont alors tous deux entièrement consommés.

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, le réactif limitant est le titrant versé ; après, c'est le réactif titré. L'équivalence correspond donc au changement de réactif limitant.

4 Donner l'expression du quotient de réaction initial $Q_{r,i}$, puis le comparer à la constante d'équilibre K, la transformation évoluant spontanément dans le sens direct.

$$Q_{r,i} = \frac{[H^+]_i^4\,[SO_4^{2-}]_i^5\,[Mn^{2+}]_i^2}{[MnO_4^-]_i^2\,[SO_2]_i^5}$$

Un système évolue spontanément dans le sens direct si son quotient de réaction est inférieur à la constante d'équilibre.

$$Q_{r,i} < K$$

PIÈGE
Faire figurer H_2O dans le quotient : l'eau est le solvant, elle n'apparaît pas. Ne pas oublier non plus les exposants, égaux aux nombres stœchiométriques.

COMPRENDRE
Au cours de l'évolution, Q_r augmente jusqu'à atteindre K. Ici, les ions SO_4^{2-} et Mn^{2+} sont absents au départ : $Q_{r,i} = 0$.

5 Donner, en la justifiant, la relation entre la quantité n_1 de dioxyde de soufre initialement présente dans la prise d'essai et la quantité n_2 d'ions permanganate versée à l'équivalence.

D'après l'équation, pour un avancement x, les quantités restantes sont $n_2 - 2x$ pour MnO_4^- et $n_1 - 5x$ pour SO_2.

À l'équivalence, les deux réactifs sont entièrement consommés : $n_2 - 2x_{eq} = 0$ et $n_1 - 5x_{eq} = 0$, donc $x_{eq} = \dfrac{n_2}{2} = \dfrac{n_1}{5}$.

$\dfrac{n_1}{5} = \dfrac{n_2}{2}$, soit $n_1 = \dfrac{5}{2} n_2$

PIÈGE
Inverser les coefficients et écrire $5\,n_1 = 2\,n_2$. Chaque quantité se divise par son propre nombre stœchiométrique.

COMPRENDRE
n_1 est la quantité de SO_2 contenue dans le volume $V_1 = 10{,}0$ mL placé dans le bécher, et non dans le litre entier de solution S.

6 Le volume équivalent étant connu, en déduire la concentration molaire C_1 en dioxyde de soufre dissous de la solution S.

Données utiles $V_{eq} = 8{,}0$ mL ; $V_1 = 10{,}0$ mL ; $C_2 = 1{,}00 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; relation de la question 5

Avec $n_1 = C_1 V_1$ et $n_2 = C_2 V_{eq}$, la relation de la question 5 s'écrit $\dfrac{C_1 V_1}{5} = \dfrac{C_2 V_{eq}}{2}$, d'où

$$C_1 = \frac{5\,C_2\,V_{eq}}{2\,V_1}$$

$$C_1 = \frac{5 \times 1{,}00 \times 10^{-2} \times 8{,}0}{2 \times 10{,}0} = \frac{40 \times 10^{-2}}{20{,}0}$$

$C_1 = 2{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1}

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $V_{eq} = 8{,}0$ mL, la donnée la moins précise. Les deux volumes peuvent rester en mL puisque seul leur rapport intervient.

MÉTHODE
Sans calculatrice, regrouper les nombres entiers avant de traiter la puissance de dix : $5 \times 8{,}0 = 40$, puis $40 \div 20 = 2{,}0$.

7 Calculer la masse m_1 de dioxyde de soufre présente dans le volume V_0 de la solution S.

Données utiles $C_1 = 2{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} (Q6) ; $V_0 = 1{,}00$ L ; $M_S = 32{,}0$ g · mol^{-1} ; $M_O = 16{,}0$ g · mol^{-1}

Masse molaire : $M(SO_2) = M_S + 2\,M_O = 32{,}0 + 2 \times 16{,}0 = 64{,}0$ g · mol^{-1}.

La quantité de SO_2 dans V_0 est $n = C_1 V_0$, donc

$$m_1 = C_1\,V_0\,M(SO_2)$$

$$m_1 = 2{,}0 \times 10^{-2} \times 1{,}00 \times 64{,}0 = 1{,}28 \text{ g}$$

$m_1 \approx 1{,}3$ g

PIÈGE
Utiliser $V_1 = 10{,}0$ mL au lieu de V_0 : la concentration C_1 est la même dans le bécher et dans la fiole, mais la masse demandée est celle du litre entier.

8 En déduire la masse m_2 de dioxyde de soufre gazeux par m^3 d'air pollué.

Données utiles $m_1 = 1{,}3$ g (Q7) ; volume d'air ayant barboté : $V_{air} = 1{,}00 \times 10^4$ m^3

Tout le dioxyde de soufre de la solution S provient des $1{,}00 \times 10^4$ m^3 d'air. Par proportionnalité, pour 1 m^3 :

$$m_2 = \frac{m_1}{V_{air}} \times 1 \text{ m}^3 = \frac{1{,}3}{1{,}00 \times 10^4}$$

$m_2 = 1{,}3 \times 10^{-4}$ g de SO_2 par m^3 d'air

COMPRENDRE
On suppose que la totalité du SO_2 de l'air s'est dissoute lors du barbotage. Diviser par 10^4 revient à retrancher 4 à l'exposant de la puissance de dix.

9 Exprimer cette masse en µg. Le seuil d'alerte est-il atteint ?

Données utiles $m_2 = 1{,}3 \times 10^{-4}$ g (Q8) ; seuil d'alerte : 500 µg par m^3

1 g $= 10^6$ µg, donc $m_2 = 1{,}3 \times 10^{-4} \times 10^6 = 1{,}3 \times 10^2$ µg.

$1{,}3 \times 10^2$ µg < 500 µg par m^3.

$m_2 = 1{,}3 \times 10^2$ µg par m^3 d'air : le seuil d'alerte **n'est pas atteint**.

PIÈGE
Confondre microgramme et milligramme : 1 µg $= 10^{-6}$ g. Avec 10^3 au lieu de 10^6, la conclusion resterait la même mais la valeur serait fausse.

à propos du satellite SPOT 4

Bac S 2009 Asie (ancien programme) · Exercice 2 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1 Partie I. Nommer le référentiel dans lequel le mouvement du satellite est étudié, puis décrire la trajectoire d'un point de la surface de la Terre dans ce référentiel.

Le mouvement du satellite est étudié dans le **référentiel géocentrique** : son origine est le centre O de la Terre et ses axes pointent vers des étoiles lointaines.

Dans ce référentiel, la Terre tourne sur elle-même autour de l'axe des pôles. Un point de sa surface décrit donc un cercle centré sur cet axe, dans un plan perpendiculaire à l'axe, en un jour environ.

Référentiel géocentrique ; un point du sol y décrit un cercle autour de l'axe des pôles en 24 h environ.

PIÈGE
Répondre « référentiel terrestre » : un point de la surface de la Terre y est immobile, la seconde partie de la question n'aurait alors aucun sens.

2 Exprimer vectoriellement la force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur le satellite en fonction des données de l'énoncé et du vecteur unitaire $\vec{u}$.

La Terre attire le satellite : la force est portée par la droite (OC) et dirigée de C vers O. La distance entre les centres est $OC = R_T + h$ et le vecteur $\vec{u}$ est orienté de O vers C, d'où le signe moins :

$$\vec{F} = -\frac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » (la force est de sens opposé à $\vec{u}$) ou écrire h^2 au dénominateur : la distance se compte depuis le centre de la Terre.

3 Quelle propriété doit avoir le référentiel pour pouvoir appliquer la deuxième loi de Newton ?

Le référentiel doit être **galiléen**.

COMPRENDRE
Le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen si l'étude dure peu de temps devant la révolution de la Terre autour du Soleil (un an). C'est le cas ici : $T = 101$ min.

4.1 Énoncer la deuxième loi de Newton appliquée au satellite.

Système : {satellite}, de masse m constante ; référentiel géocentrique, galiléen. Sans frottement, la seule force exercée est la force de gravitation $\vec{F}$.

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées au système est égale au produit de sa masse par l'accélération de son centre d'inertie :

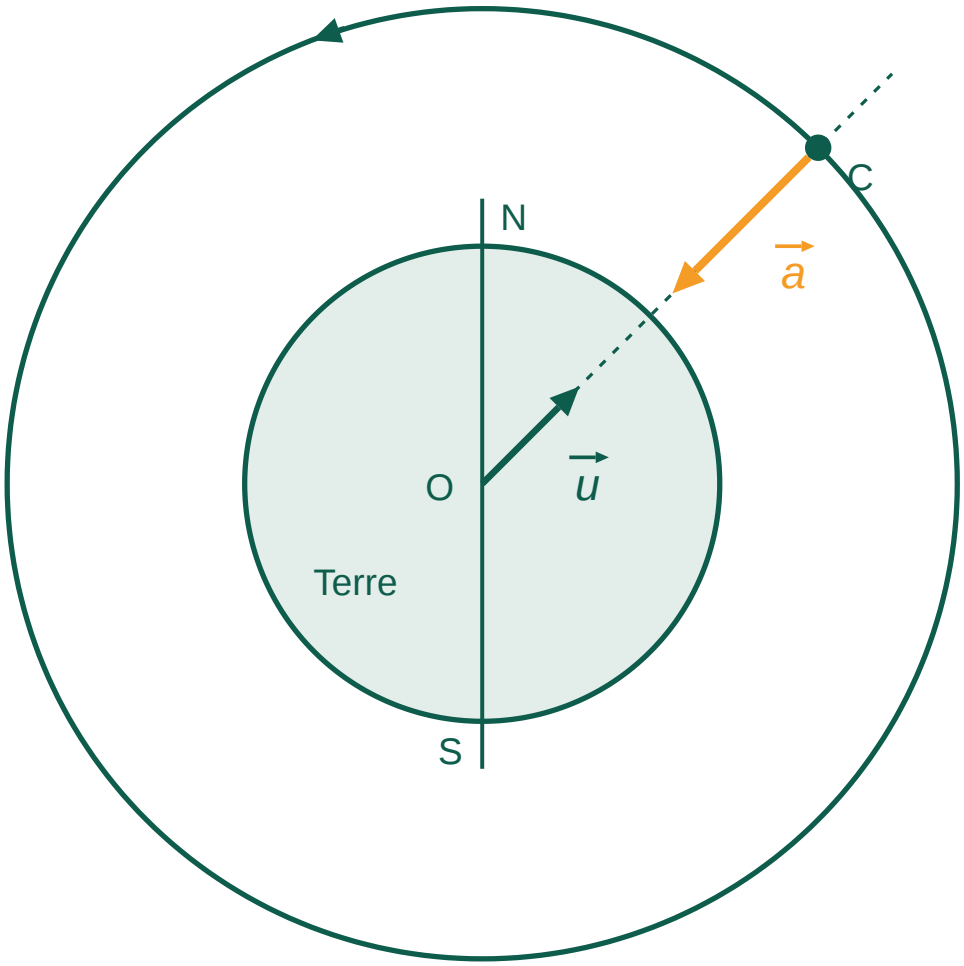
$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

COMPRENDRE
Le « centre d'inertie » du sujet s'appelle aujourd'hui « centre de masse » : c'est le même point, seul le vocabulaire a changé.

4.2 En déduire une représentation du vecteur accélération $\vec{a}$ (sans souci d'échelle) sur le schéma de l'annexe 1.

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$ avec $m > 0$: $\vec{a}$ a la même direction et le même sens que $\vec{F}$.

$\vec{a}$ est tracé à partir de C, le long de la droite (OC), dirigé vers le centre O de la Terre.



Trajectoire du satellite SPOT 4

4.2 · Annexe 1 complétée : vecteur accélération du satellite

4.3 En déduire que la valeur de l'accélération du centre d'inertie C du satellite est $a = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}$.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{G\,m\,M_T}{m\,(R_T+h)^2}\,\vec{u} = -\frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}$$

Le vecteur $\vec{u}$ est unitaire, donc la valeur de $\vec{a}$ est :

$a = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}$, ce qui est bien l'expression attendue.

COMPRENDRE

La masse m se simplifie : l'accélération, donc le mouvement, ne dépend pas de la masse du satellite.

5 Quelles propriétés a le vecteur accélération si le mouvement est circulaire uniforme ? Montrer que ces propriétés sont vérifiées ici.

Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon r, le vecteur accélération est **centripète** (porté par le rayon, dirigé vers le centre du cercle) et sa valeur est **constante** : $a = \dfrac{v^2}{r}$.

Ici, $\vec{a} = -\dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}$:

- il est porté par (OC) et dirigé vers O, centre de la trajectoire : il est centripète ;
- G, M_T, R_T et h sont constants : sa valeur est constante.

Le vecteur accélération du satellite est centripète et de valeur constante : les deux propriétés sont vérifiées.

PIÈGE
Dire que « $\vec{a}$ est constant » : sa valeur l'est, mais sa direction change à chaque instant.

MÉTHODE
Dans le repère de Frenet, $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$. Une accélération sans composante tangentielle impose $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: c'est l'argument attendu aujourd'hui pour prouver qu'un mouvement circulaire est uniforme.

6 Donner l'expression de la vitesse v, supposée constante, du centre d'inertie C du satellite en fonction de R_T, h et T.

Pendant une période T, le satellite parcourt à vitesse constante la circonférence de son orbite, de rayon $R_T + h$:

$$v = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{T}$$

7 Donner l'expression de l'accélération a en fonction de v, R_T et h. En déduire son expression en fonction de R_T, h et T.

Mouvement circulaire uniforme de rayon $R_T + h$: $a = \dfrac{v^2}{R_T+h}$.

Avec l'expression de v (question 6) :

$$a = \frac{4\pi^2\,(R_T+h)^2}{T^2\,(R_T+h)}$$

$$a = \frac{4\pi^2\,(R_T+h)}{T^2}$$

8 En identifiant les expressions de l'accélération des questions 4.3 et 7, exprimer la masse M_T de la Terre et calculer sa valeur, avec un seul chiffre significatif.

Données utiles $R_T = 6{,}38 \times 10^6$ m ; $h = 830$ km ; $T = 101$ min ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2} ; aides au calcul : $\dfrac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} \approx 6 \times 10^{11}$; $(7{,}21 \times 10^6)^3 \approx 4 \times 10^{20}$; $(6{,}06 \times 10^3)^2 \approx 4 \times 10^7$

$\dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2} = \dfrac{4\pi^2\,(R_T+h)}{T^2}$, donc

$$M_T = \frac{4\pi^2\,(R_T+h)^3}{G\,T^2}$$

Conversions : $R_T + h = 6{,}38 \times 10^6 + 0{,}830 \times 10^6 = 7{,}21 \times 10^6$ m et $T = 101 \times 60 = 6{,}06 \times 10^3$ s.

$$M_T = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} \times \frac{(7{,}21 \times 10^6)^3}{(6{,}06 \times 10^3)^2} \approx 6 \times 10^{11} \times \frac{4 \times 10^{20}}{4 \times 10^7}$$

$M_T \approx 6 \times 10^{24}$ kg

PIÈGE
Laisser h en kilomètres ou T en minutes : G est donnée en unités SI, il faut des mètres et des secondes.

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, car chaque aide au calcul est arrondie à un chiffre. Sans calculatrice, on regroupe les facteurs pour faire apparaître ces aides. Le calcul complet donne $6{,}0 \times 10^{24}$ kg.

9 Le satellite est-il géostationnaire ? Justifier la réponse.

Un satellite géostationnaire reste à la verticale d'un même point du sol : son orbite est dans le plan de l'équateur et sa période est celle de la rotation de la Terre (environ 24 h).

SPOT 4 a une orbite polaire, perpendiculaire au plan de l'équateur, et une période $T = 101$ min.

SPOT 4 n'est pas géostationnaire.

COMPRENDRE
Un seul des deux arguments suffit. L'orbite polaire est voulue : comme la Terre tourne sous le satellite, il survole peu à peu toute sa surface, ce qui convient à l'observation.

1 Partie II. Sachant que du cadmium solide se forme, écrire l'équation globale lors de la charge de l'accumulateur.

Données utiles $NiO(OH)\,(s) + H_2O\,(l) + e^- = Ni(OH)_2\,(s) + HO^-\,(aq)$; $Cd(OH)_2\,(s) + 2\,e^- = Cd\,(s) + 2\,HO^-\,(aq)$

Du cadmium se forme : la seconde demi-équation a lieu dans le sens direct (réduction), donc la première a lieu en sens inverse (oxydation), multipliée par 2 pour échanger autant d'électrons.

$Cd(OH)_2\,(s) + 2\,e^- = Cd\,(s) + 2\,HO^-\,(aq)$

$2\,Ni(OH)_2\,(s) + 2\,HO^-\,(aq) = 2\,NiO(OH)\,(s) + 2\,H_2O\,(l) + 2\,e^-$

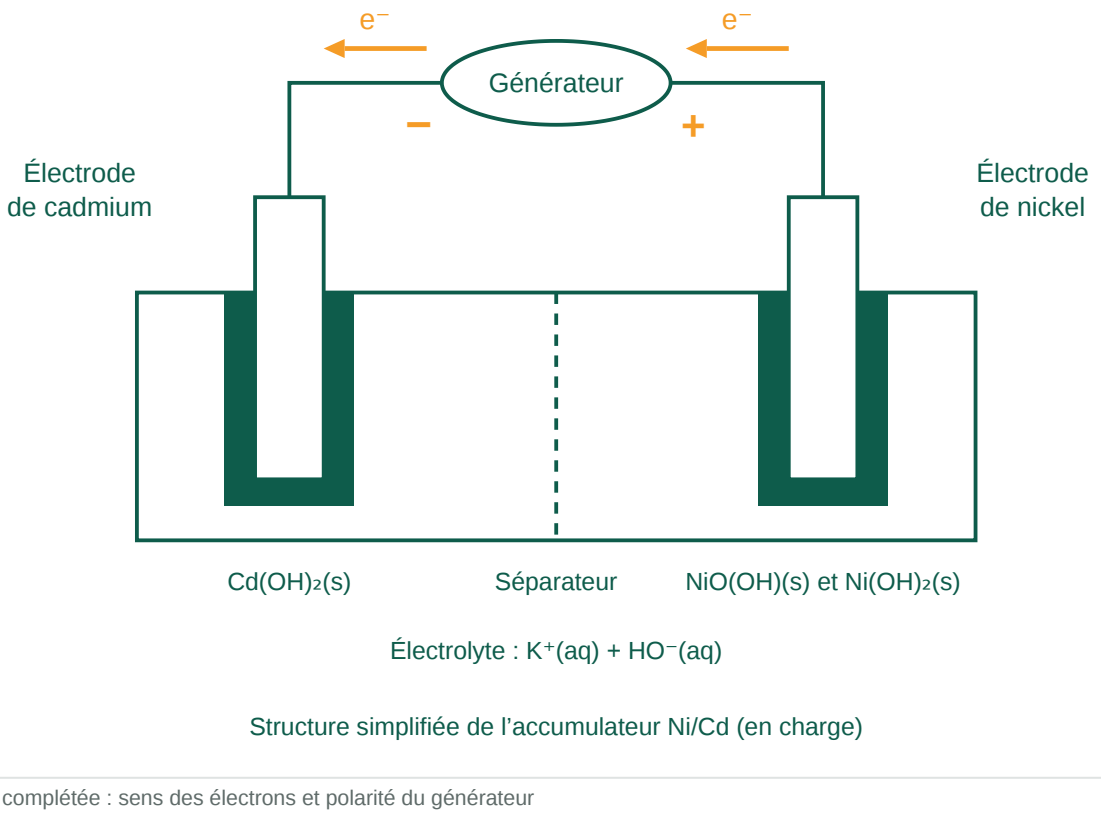
$Cd(OH)_2\,(s) + 2\,Ni(OH)_2\,(s) \longrightarrow Cd\,(s) + 2\,NiO(OH)\,(s) + 2\,H_2O\,(l)$

PIÈGE
Oublier le coefficient 2 devant la demi-équation du nickel : les électrons, puis les ions HO^-, doivent disparaître du bilan.

2.1 Indiquer sur le schéma de l'annexe 2 le sens de déplacement des électrons lors de la charge de l'accumulateur.

À l'électrode de cadmium, la réduction consomme des électrons : ils y arrivent par le fil. À l'électrode de nickel, l'oxydation en libère : ils en repartent par le fil.

Dans les fils, les électrons vont de l'électrode de nickel vers l'électrode de cadmium, en traversant le générateur.



2.1 · Annexe 2 complétée : sens des électrons et polarité du générateur

2.2 Indiquer sur le schéma de l'annexe 2 la polarité des bornes du générateur relié à l'accumulateur.

Un générateur fait sortir les électrons par sa borne négative et les reçoit par sa borne positive (le courant, de sens opposé, sort par la borne positive).

La borne $-$ du générateur est reliée à l'électrode de cadmium, la borne $+$ à l'électrode de nickel (voir le schéma de la question 2.1).

COMPRENDRE
Pendant la charge, l'accumulateur est un récepteur : le générateur force la transformation inverse de celle qui se produit spontanément à la décharge. C'est une électrolyse.

3 À quelle électrode (nickel ou cadmium) se produit la réduction lors de la charge de cet accumulateur ?

Une réduction est un gain d'électrons. Pendant la charge : $\mathrm{Cd(OH)_2\,(s) + 2\,e^- \longrightarrow Cd\,(s) + 2\,HO^-\,(aq)}$.

La réduction se produit à l'électrode de cadmium (c'est la cathode).

4 La masse de métal nickel va-t-elle augmenter, diminuer ou rester constante durant la charge ? Justifier.

Le nickel métallique $\mathrm{Ni\,(s)}$ n'apparaît ni dans les demi-équations ni dans l'équation de charge : à cette électrode, seul $\mathrm{Ni(OH)_2\,(s)}$ est transformé en $\mathrm{NiO(OH)\,(s)}$. Le métal ne fait que conduire les électrons.

La masse de métal nickel reste constante.

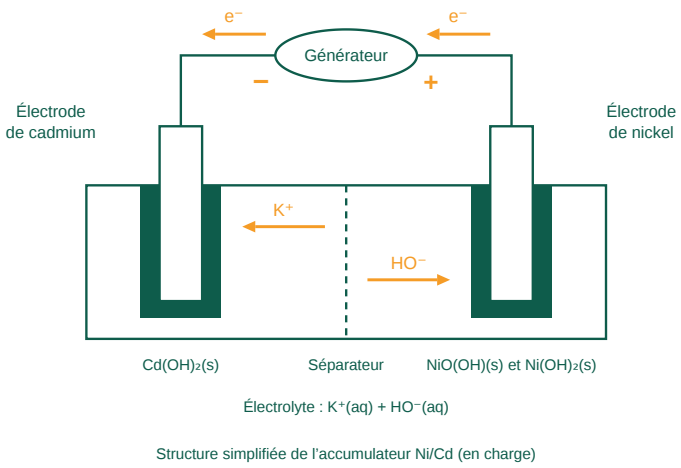
PIÈGE
Raisonner comme pour le cadmium, dont la masse de métal augmente pendant la charge : le nickel métallique, lui, n'est ni réactif ni produit.

5 L'électrolyte étant formé d'ions $\mathrm{K^+\,(aq)}$ et $\mathrm{HO^-\,(aq)}$, indiquer le sens de déplacement de ces ions lors de la charge, en complétant le schéma de l'annexe 2.

Dans la solution, le courant est assuré par les ions. Les cations vont vers l'électrode où a lieu la réduction (cathode), les anions vers celle où a lieu l'oxydation (anode).

Les ions $\mathrm{K^+}$ se déplacent vers l'électrode de cadmium, les ions $\mathrm{HO^-}$ vers l'électrode de nickel.

COMPRENDRE
C'est cohérent avec les demi-équations : des ions $\mathrm{HO^-}$ sont produits du côté du cadmium et consommés du côté du nickel.



Structure simplifiée de l'accumulateur Ni/Cd (en charge)

5 · Annexe 2 complétée : électrons, polarité et déplacement des ions

6 Exprimer la charge électrique Q de 40 ampères-heures indiquée dans le texte, dans l'unité du système international.

$Q = I\,\Delta t$: un ampère-heure est la charge transportée par un courant de 1 A pendant 1 h, soit $1 \times 3600 = 3600$ C.

$Q = 40 \times 3600 = 144\,000$ C

$\boxed{Q = 1{,}4 \times 10^5 \text{ C}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme « 40 ». L'unité SI de charge est le coulomb : $1\text{ C} = 1\text{ A} \cdot \text{s}$.

7 Calculer la durée minimale théorique de charge d'une batterie complètement déchargée lorsque le courant de charge est maintenu constant à 10 A.

Données utiles $Q = 40\text{ A} \cdot \text{h}$; $I = 10\text{ A}$

À courant constant, $Q = I\,\Delta t$, donc $\Delta t = \dfrac{Q}{I}$. En gardant Q en ampères-heures, la durée s'obtient en heures :

$\Delta t = \dfrac{40}{10} = 4{,}0$ h

$\boxed{\Delta t = 4{,}0 \text{ h, soit } 1{,}4 \times 10^4 \text{ s.}}$

COMPRENDRE
Durée « minimale théorique » : on suppose que toute la charge fournie par le générateur est stockée, sans aucune perte.

Détermination de la capacité d'un condensateur

Bac S 2009 Asie (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1 Partie I. Compléter le tableau de l'annexe 3 en indiquant, pour chaque valeur de R, le numéro de la courbe qui représente u_1 et celui de la courbe qui représente u_2.

u_1 est la tension aux bornes du générateur : $u_1 = E = 20$ V à chaque instant, quelle que soit R. C'est la courbe 1.

u_2 est la tension aux bornes du condensateur : elle part de 0 et tend vers E. La charge est d'autant plus lente que $\tau = RC$ est grand, donc que R est grande (C ne change pas) : les courbes 2, 3, 4, 5 correspondent à des résistances croissantes.

R (Ω)	400	800	1200	1600
Courbe de u_1	1	1	1	1
Courbe de u_2	2	3	4	5

u_1 : courbe 1 dans les quatre cas ; u_2 : courbes 2, 3, 4, 5 pour $R = 400, 800, 1200, 1600\ \Omega$.

PIÈGE
Laisser vide la ligne de u_1 ou y mettre quatre numéros différents. L'énoncé prévient qu'un même numéro peut revenir : la tension du générateur idéal ne dépend pas de R.

2 Partie I. Déterminer graphiquement la constante de temps τ de la charge pour $R = 1600\ \Omega$, en expliquant la méthode, puis compléter le tableau de l'annexe 4.

Données utiles courbe 5 de l'annexe 3 (Q1) ; $E = 20$ V

Pour $R = 1600\ \Omega$, u_2 est représentée par la courbe 5.

Méthode : on trace la tangente à cette courbe à l'instant $t = 0$. Elle coupe l'asymptote horizontale $u_2 = E = 20$ V à l'instant $t = \tau$.

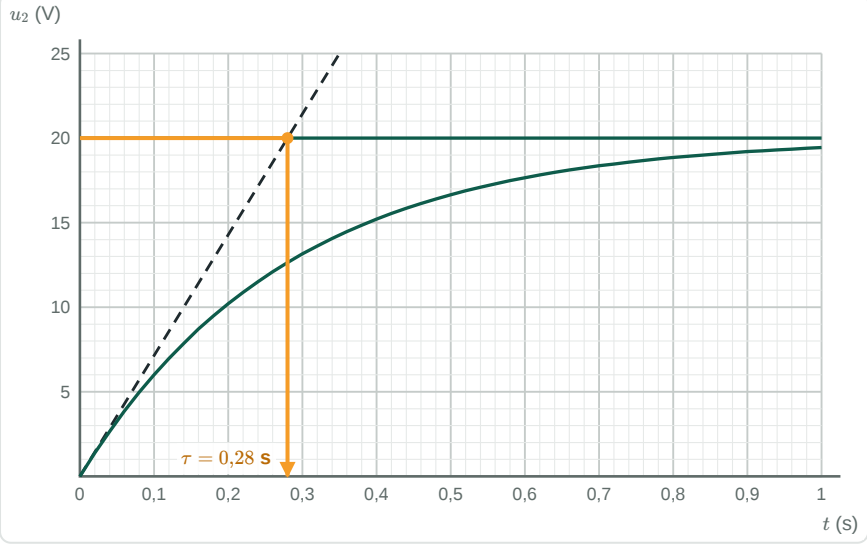
La tangente passe par l'origine et par le point (0,14 s ; 10 V) : elle atteint 20 V à $t = 0{,}28$ s.

R (Ω)	400	800	1200	1600
τ (s)	0,06	0,14	0,21	**0,28**

$\tau = 0{,}28$ s pour $R = 1600\ \Omega$

COMPRENDRE
Vérification : τ est proportionnelle à R. En doublant R de 800 à 1600 Ω, on double τ : $2 \times 0{,}14 = 0{,}28$ s.

MÉTHODE
Autre lecture possible : τ est l'instant où u_2 atteint 63 % de E, soit $0{,}63 \times 20 = 12{,}6$ V. Sur la courbe 5, cette valeur est atteinte vers 0,28 s.



2 · Annexe 3, courbe 5 ($R = 1600\ \Omega$) : tangente à l'origine et asymptote

3 Partie I. Donner l'expression de la constante de temps τ en fonction des caractéristiques du circuit et justifier son unité par une analyse dimensionnelle.

$\tau = RC$

Loi d'Ohm : $u = Ri$, donc $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Pour le condensateur : $q = C\,u$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, donc une charge est une intensité multipliée par une durée : $[C] = \dfrac{[Q]}{[U]} = \dfrac{[I]\cdot T}{[U]}$.

$$[RC] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\cdot T}{[U]} = T$$

$\tau = RC$ a la dimension d'une durée : elle s'exprime en seconde.

PIÈGE
Écrire seulement « $\Omega \times \mathrm{F} = \mathrm{s}$ » n'est pas une justification. Il faut ramener R et C à des grandeurs de base à l'aide de deux relations du cours.

4 Partie I. Tracer sur l'annexe 5 le graphe représentant τ en fonction de R, puis en déduire la valeur de C en expliquant la méthode.

Données utiles tableau de l'annexe 4 complété (Q2) ; échelle : 1 carreau pour 0,02 s et 1 carreau pour 100 Ω

On place les quatre points du tableau. Ils sont pratiquement alignés avec l'origine : on trace la droite passant par l'origine et au plus près des points.

τ est donc proportionnelle à R, en accord avec $\tau = RC$: le coefficient directeur de la droite est égal à C.

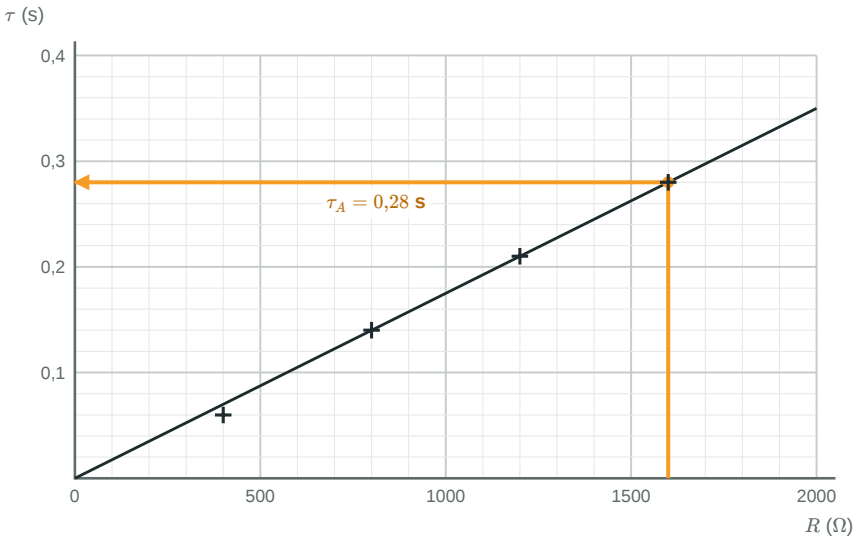
On le calcule avec un point de la droite, A (1600 Ω ; 0,28 s) :

$$C = \frac{\tau_A}{R_A} = \frac{0{,}28}{1600} = 1{,}75 \times 10^{-4}\ \mathrm{F}$$

$C \approx 1{,}8 \times 10^{-4}$ F

PIÈGE
Prendre un point du tableau qui n'est pas sur la droite : celui de 400 Ω est un demi-carreau en dessous. Le coefficient directeur se calcule avec un point de la droite tracée, loin de l'origine.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les valeurs de τ. Sans calculatrice : $\dfrac{0{,}28}{1600} = \dfrac{0{,}07}{400} = \dfrac{7\times10^{-2}}{4\times10^{2}}$.



4 · Annexe 5 complétée : τ en fonction de R

1 Partie II. Compléter le tableau de l'annexe 6 en associant chaque courbe $u_C(t)$ à la valeur de R qui lui correspond et en donnant le nom du régime de décharge.

Plus R est grande, plus l'énergie est dissipée rapidement par effet Joule, donc plus les oscillations s'amortissent vite ; si R est trop grande, il n'y a plus d'oscillation.

- Courbe c : oscillations peu amorties, $R = 2\ \Omega$.
- Courbe a : oscillations vite amorties, $R = 10\ \Omega$.
- Courbe b : aucune oscillation, $R = 1000\ \Omega$.

R	$2\ \Omega$	$10\ \Omega$	$1000\ \Omega$
Courbe	c	a	b
Régime	pseudo-périodique	pseudo-périodique	apériodique

$2\ \Omega$: courbe c et $10\ \Omega$: courbe a (régime pseudo-périodique) ; $1000\ \Omega$: courbe b (régime apériodique).

PIÈGE
Qualifier de « périodique » les courbes a et c. L'amplitude diminue : le régime est pseudo-périodique. Il ne serait périodique que pour une résistance nulle.

COMPRENDRE
La bobine et les oscillations du circuit RLC étaient au programme de Terminale S. Le programme actuel de spécialité se limite au circuit RC : cette partie II sert d'approfondissement.

2 Partie II. Établir l'équation différentielle vérifiée par la fonction $u_C(t)$ si la résistance R est nulle.

Loi des mailles, avec les flèches de la figure 2 : $u_R + u_L + u_C = 0$.

$R = 0$, donc $u_R = Ri = 0$. Il reste $u_L + u_C = 0$.

Bobine idéale : $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$. Condensateur : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $q = C\,u_C$,

donc $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = C\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}$.

D'où $LC\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + u_C = 0$, soit :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

PIÈGE
Une erreur de signe donne $\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} - \dfrac{u_C}{LC} = 0$, qui ne décrit pas des oscillations. Sur la figure 2, les trois dipôles sont fléchés en convention récepteur : aucun signe moins dans les relations.

3 Partie II. Déterminer la période propre T_0 des oscillations, donner son expression en fonction des caractéristiques du circuit, puis en déduire la valeur de C.

Données utiles $L = 0{,}50$ H ; $(0{,}060)^2 = 3{,}6 \times 10^{-3}$; $\pi^2 \approx 10$

a. Sur la courbe, trois périodes séparent les maximums situés à $t = 0$ et $t = 0{,}180$ s : $3\,T_0 = 0{,}180$ s, donc $T_0 = 0{,}060$ **s**.

Expression de la période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

b. En élevant au carré : $T_0^2 = 4\pi^2 LC$, donc $C = \dfrac{T_0^2}{4\pi^2 L}$.

$$C = \frac{(0{,}060)^2}{4 \times 10 \times 0{,}50} = \frac{3{,}6 \times 10^{-3}}{20} = 1{,}8 \times 10^{-4}\ \text{F}$$

$T_0 = 0{,}060$ s et $C = 1{,}8 \times 10^{-4}$ F, en accord avec la première méthode.

PIÈGE
Oublier d'élever 2π au carré, ou garder π^2 au numérateur. Vérifier l'ordre de grandeur : les deux méthodes doivent donner la même capacité.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes puis diviser réduit l'incertitude de lecture : ici trois périodes entre le premier et le dernier maximum visibles.

Spécialité : titrage des ions nitrate contenus dans un engrais liquide

Bac S 2009 Asie (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Quelle masse m de sel de Mohr faut-il peser pour préparer un volume V de solution de concentration molaire c ?

Données utiles $V = 50{,}0$ mL ; $c = 0{,}200\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $M = 392{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Quantité de sel de Mohr à dissoudre : $n = cV$, et $m = nM$, donc $m = cVM$.

$m = 0{,}200 \times 50{,}0 \times 10^{-3} \times 392{,}1 = 1{,}00 \times 10^{-2} \times 392{,}1$

$\boxed{m = 3{,}92\ \text{g}}$

PIÈGE
Laisser V en millilitres : la concentration est en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, il faut écrire $V = 50{,}0 \times 10^{-3}$ L.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c et V, les données les moins précises. Une mole de sel de Mohr dissous libère une mole d'ions Fe^{2+} : la concentration en Fe^{2+} est aussi c.

2 Quelle est la quantité de matière n_1 d'ions Fe^{2+} présente dans le prélèvement de volume V_1 de solution de sel de Mohr ?

Données utiles $V_1 = 45{,}0$ mL ; $c_1 = 0{,}200\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$n_1 = c_1 V_1 = 0{,}200 \times 45{,}0 \times 10^{-3}$

$\boxed{n_1 = 9{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol}}$

3 Quel est le nom du montage utilisé dans le protocole expérimental ?

Le ballon est chauffé à ébullition et surmonté d'un réfrigérant à eau vertical.

C'est un montage de **chauffage à reflux**.

COMPRENDRE
Chauffer accélère la réaction. Les vapeurs se condensent dans le réfrigérant et retombent dans le ballon : on travaille à l'ébullition sans perte de matière, ce qui est indispensable pour un dosage.

4 À partir des couples $\text{Fe}^{3+}\,(\text{aq})$ / $\text{Fe}^{2+}\,(\text{aq})$ et $\text{NO}_3^-\,(\text{aq})$ / $\text{NO}\,(\text{g})$, retrouver l'équation (1) de la réaction entre les ions nitrate et les ions Fe^{2+}.

Oxydation des ions fer(II), à multiplier par 3 :

$$\text{Fe}^{2+}\,(\text{aq}) = \text{Fe}^{3+}\,(\text{aq}) + \text{e}^-$$

Réduction des ions nitrate :

$$\text{NO}_3^-\,(\text{aq}) + 4\,\text{H}^+\,(\text{aq}) + 3\,\text{e}^- = \text{NO}\,(\text{g}) + 2\,\text{H}_2\text{O}\,(\text{l})$$

Les électrons cédés sont aussi nombreux que les électrons captés : on additionne trois fois la première demi-équation et une fois la seconde.

$$4\,\text{H}^+\,(\text{aq}) + \text{NO}_3^-\,(\text{aq}) + 3\,\text{Fe}^{2+}\,(\text{aq}) = \text{NO}\,(\text{g}) + 2\,\text{H}_2\text{O}\,(\text{l}) + 3\,\text{Fe}^{3+}\,(\text{aq})$$

On retrouve bien l'équation (1).

PIÈGE
Laisser des électrons dans l'équation finale, ou additionner les demi-équations sans le facteur 3. Contrôler les charges : $4 - 1 + 6 = +9$ à gauche, $+9$ à droite.

MÉTHODE
Demi-équation en milieu acide : équilibrer l'élément principal, puis O avec H_2O, puis H avec H^+, enfin les charges avec des électrons. Ici 2 H_2O, 4 H^+, 3 e^-.

5 Le volume équivalent du titrage par la solution de dichromate de potassium est $V_{\text{éq}}$. En déduire la quantité de matière n_2 d'ions dichromate versée à l'équivalence.

Données utiles $c_2 = 0{,}100\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{\text{éq}} = 10$ mL, pris égal à $10{,}0$ mL

$n_2 = c_2 V_{\text{éq}} = 0{,}100 \times 10{,}0 \times 10^{-3}$

$\boxed{n_2 = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \text{mol}}$

COMPRENDRE
L'énoncé écrit « 10 mL », soit deux chiffres significatifs, mais attend $n_4 = 3{,}00 \times 10^{-3}$ mol à la question 7. On lit donc $V_{\text{éq}} = 10{,}0$ mL, précision habituelle d'une burette.

6 À partir de l'équation (2), déterminer la quantité de matière n_3 d'ions Fe^{2+} dosée par les ions dichromate.

Données utiles $n_2 = 1{,}00 \times 10^{-3}$ mol (Q5)

À l'équivalence, les réactifs ont été mélangés dans les proportions stœchiométriques de l'équation (2) : 6 mol d'ions Fe^{2+} pour 1 mol d'ions $Cr_2O_7^{2-}$.

$$\frac{n_3}{6} = \frac{n_2}{1} \quad \text{donc} \quad n_3 = 6\,n_2 = 6 \times 1{,}00 \times 10^{-3}$$

$n_3 = 6{,}00 \times 10^{-3}$ mol

PIÈGE
Écrire $n_3 = \frac{n_2}{6}$. Chaque quantité se divise par son propre coefficient stœchiométrique : il faut six fois plus d'ions Fe^{2+} que d'ions dichromate.

MÉTHODE
Avec un tableau d'avancement : à l'équivalence les deux réactifs sont épuisés, donc $n_2 - x_{éq} = 0$ et $n_3 - 6\,x_{éq} = 0$. On retrouve $n_3 = 6\,n_2$.

7 Vérifier que la quantité de matière n_4 d'ions Fe^{2+} qui a réagi avec les ions nitrate est $n_4 = 3{,}00 \times 10^{-3}$ mol.

Données utiles $n_1 = 9{,}00 \times 10^{-3}$ mol (Q2) ; $n_3 = 6{,}00 \times 10^{-3}$ mol (Q6)

Les ions Fe^{2+} introduits (n_1) se partagent en deux : ceux qui ont réagi avec les ions nitrate (n_4) et ceux qui restent, titrés ensuite par les ions dichromate (n_3).

$n_1 = n_4 + n_3$, donc $n_4 = n_1 - n_3 = 9{,}00 \times 10^{-3} - 6{,}00 \times 10^{-3}$

$n_4 = 3{,}00 \times 10^{-3}$ mol : c'est la valeur attendue.

COMPRENDRE
C'est le principe d'un titrage indirect (en retour) : on ne dose pas l'espèce cherchée, mais l'excès d'un réactif introduit en quantité connue. Tout le milieu réactionnel a été transvasé, donc n_3 est bien la totalité du reste.

8 À partir de l'équation (1), déterminer la quantité de matière n_5 d'ions nitrate présente dans 1,00 g d'engrais liquide.

Données utiles $n_4 = 3{,}00 \times 10^{-3}$ mol (Q7)

Les ions Fe^{2+} sont en excès : les ions nitrate, réactif limitant, sont entièrement consommés. D'après l'équation (1), 1 mol d'ions NO_3^- réagit avec 3 mol d'ions Fe^{2+} :

$$n_5 = \frac{n_4}{3} = \frac{3{,}00 \times 10^{-3}}{3}$$

$n_5 = 1{,}00 \times 10^{-3}$ mol

PIÈGE
Utiliser n_1 à la place de n_4 : seuls les ions Fe^{2+} réellement consommés par la réaction (1) renseignent sur les ions nitrate.

9 En déduire la masse $m_{nitrate}$ d'ions nitrate présente dans 1,00 g d'engrais liquide, puis le pourcentage massique $p_{nitrate}$ en ions nitrate de l'engrais.

Données utiles $n_5 = 1{,}00 \times 10^{-3}$ mol (Q8) ; $M(N) = 14{,}0$ g · mol^{-1} ; $M(O) = 16{,}0$ g · mol^{-1} ; $m_{engrais} = 1{,}00$ g

Masse molaire de l'ion nitrate : $M(NO_3^-) = 14{,}0 + 3 \times 16{,}0 = 62{,}0$ g · mol^{-1}.

$m_{nitrate} = n_5\,M(NO_3^-) = 1{,}00 \times 10^{-3} \times 62{,}0 = 6{,}20 \times 10^{-2}$ g

$$p_{nitrate} = \frac{m_{nitrate}}{m_{engrais}} \times 100 = \frac{6{,}20 \times 10^{-2}}{1{,}00} \times 100$$

$m_{nitrate} = 6{,}20 \times 10^{-2}$ g et $p_{nitrate} = 6{,}20\ \%$

COMPRENDRE
La masse des électrons est négligeable : la masse molaire d'un ion se calcule comme celle de l'espèce neutre. L'engrais contient donc 6,20 g d'ions nitrate pour 100 g.