Spécialité : Quelques propriétés de la flûte de Pan

Bac S 2008 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

3.1 Rappeler la définition de deux sons à l'octave et déterminer les fréquences de do_4 et mi_4. Puis (3.2.a et 3.2.b) définir nœud et ventre de vibration et nommer le type d'ondes où on les observe.

Données utiles $f(\mathrm{do}_3) = 262$ Hz ; $f(\mathrm{mi}_3) = 328$ Hz

Deux sons sont à l'octave lorsque la fréquence du plus aigu est le double de celle du plus grave.

$f(\mathrm{do}_4) = 2\,f(\mathrm{do}_3) = 2 \times 262 = 524$ Hz

$f(\mathrm{mi}_4) = 2\,f(\mathrm{mi}_3) = 2 \times 328 = 656$ Hz

$f(\mathrm{do}_4) = 524$ Hz et $f(\mathrm{mi}_4) = 656$ Hz

3.2.a

Nœud de vibration : point de la colonne d'air où l'amplitude de vibration est nulle, l'air y reste immobile.

Ventre de vibration : point de la colonne d'air où l'amplitude de vibration est maximale.

Nœud : amplitude nulle ; ventre : amplitude maximale.

3.2.b

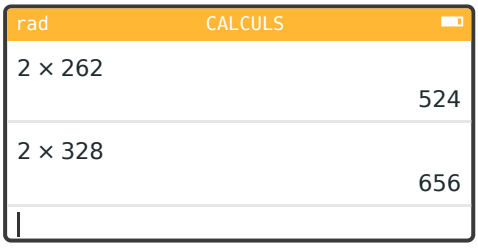
Les nœuds et les ventres s'observent avec des **ondes stationnaires**.

PIÈGE
Une octave correspond à un rapport de fréquences, pas à un écart : on multiplie par 2, on n'ajoute pas une valeur fixe.

COMPRENDRE
Le facteur 2 est un nombre exact : les résultats gardent les trois chiffres significatifs des fréquences du tableau.

COMPRENDRE
L'onde sonore se réfléchit aux extrémités du tuyau. L'onde incidente et l'onde réfléchie se superposent : certains points ne vibrent jamais, d'autres vibrent toujours au maximum, à des positions fixes.

À LA CALCULATRICE



3.3 Exprimer λ en fonction de f (a) ; montrer que $L = n\,\dfrac{\lambda}{2} + \dfrac{\lambda}{4}$ pour un tuyau accordé (b) ; définir le mode fondamental et donner L (c) ; calculer la longueur des 5 tuyaux (d).

Données utiles $c = 340\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; nœud au fond fermé, ventre à l'extrémité ouverte ; nœud et ventre consécutifs distants de $\dfrac{\lambda}{4}$; fréquences : 262 Hz, 328 Hz, 393 Hz, puis 524 Hz et 656 Hz (3.1)

3.3.a

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde, à la célérité c, pendant une période $T = \dfrac{1}{f}$: $\lambda = cT$.

$\lambda = \dfrac{c}{f}$

3.3.b

Le tuyau porte un ventre à son extrémité ouverte et un nœud à son fond.

PIÈGE
Saisir « 340÷4×262 » sans parenthèses multiplie par la fréquence au lieu de diviser. Garder le zéro final de 13,0 cm : trois chiffres significatifs.

COMPRENDRE
Plus le tuyau est court, plus la note est aiguë : le tuyau 1, le plus long sur la figure, joue le do_3. Une octave plus haut, la longueur est divisée par 2.

Cas le plus simple : aucun autre nœud ni ventre entre les deux. La longueur est la distance ventre-nœud : $L = \frac{\lambda}{4}$.

Autres cas : en partant de l'ouverture, on rencontre d'abord n autres ventres avant le dernier quart de longueur d'onde. Deux ventres consécutifs sont distants de $2 \times \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$, donc on ajoute n fois $\frac{\lambda}{2}$.

$$L = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \text{ avec } n = 0, 1, 2, \ldots$$

3.3.c

Le mode fondamental est le mode de vibration de plus basse fréquence, donc de plus grande longueur d'onde. Il correspond à la plus petite valeur de n : $n = 0$.

$$L = \frac{\lambda}{4}$$

3.3.d

Pour le fondamental, $L = \frac{\lambda}{4}$ (3.3.c) et $\lambda = \frac{c}{f}$ (3.3.a), donc $L = \frac{c}{4f}$.

Tuyau 1 (do_3) : $L_1 = \frac{340}{4 \times 262} = 0{,}324$ m

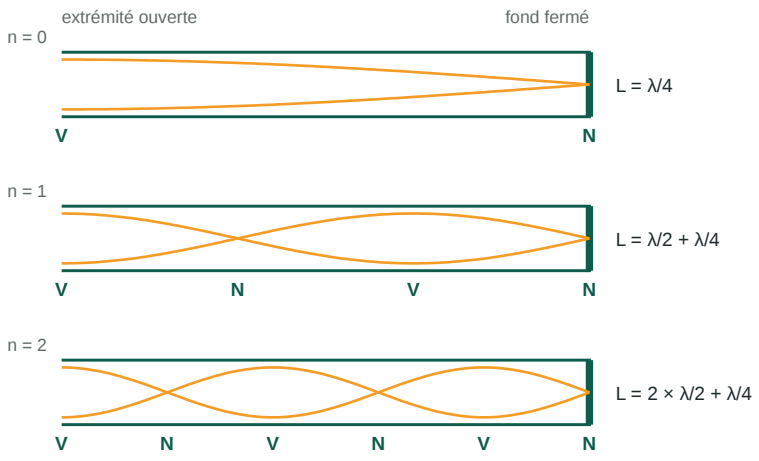
Tuyau 2 (mi_3) : $L_2 = \frac{340}{4 \times 328} = 0{,}259$ m

Tuyau 3 (sol_3) : $L_3 = \frac{340}{4 \times 393} = 0{,}216$ m

Tuyau 4 (do_4) : $L_4 = \frac{340}{4 \times 524} = 0{,}162$ m

Tuyau 5 (mi_4) : $L_5 = \frac{340}{4 \times 656} = 0{,}130$ m

$L_1 = 32{,}4$ cm ; $L_2 = 25{,}9$ cm ; $L_3 = 21{,}6$ cm ; $L_4 = 16{,}2$ cm ; $L_5 = 13{,}0$ cm



3.3 · Les trois premiers modes : un ventre (V) à l'ouverture, un nœud (N) au fond

MÉTHODE

Dessiner le tuyau avec ses conditions aux extrémités, placer les nœuds et les ventres en alternance, puis compter les quarts de longueur d'onde : ici il y en a toujours un nombre impair.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{340}{4 \times 262} \approx 0.3244275$

$\frac{340}{4 \times 328} \approx 0.2591463$

$\frac{340}{4 \times 393} \approx 0.216285$

$\frac{340}{4 \times 524} \approx 0.1622137$

$\frac{340}{4 \times 656} \approx 0.1295732$

3.4 Justifier l'affirmation : « les seuls sons possibles pour une flûte de Pan sont les harmoniques impairs ».

Pour un tuyau de longueur L fixée : $L = n\,\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = (2n+1)\,\frac{\lambda}{4}$, soit $\lambda_n = \frac{4L}{2n+1}$.

La fréquence du mode n est $f_n = \frac{c}{\lambda_n} = (2n+1)\,\frac{c}{4L}$.

Or la fréquence du fondamental ($n = 0$) est $f_0 = \frac{c}{4L}$.

$f_n = (2n+1)\,f_0$: les fréquences possibles sont f_0, $3f_0$, $5f_0$, $7f_0\ldots$, uniquement des multiples impairs du fondamental.

PIÈGE
Le mode $n = 1$ n'est pas l'harmonique de fréquence $2f_0$: il vaut $3f_0$. L'entier n numérote les modes, le multiple de f_0 est $2n+1$.

COMPRENDRE
Les harmoniques d'un son (fréquences multiples du fondamental) et le lien entre spectre et timbre ne figurent plus au programme actuel de la spécialité de Terminale.

3.5 Représenter le spectre fréquentiel du son produit par le tuyau n°3, avec au moins 4 harmoniques (amplitudes arbitraires).

Données utiles tuyau n°3 : sol_3, $f_0 = 393$ Hz ; $f_n = (2n+1)\,f_0$ (3.4)

Le tuyau n°3 joue le sol_3 : son fondamental a pour fréquence $f_0 = 393$ Hz.

Les modes suivants ont pour fréquences :

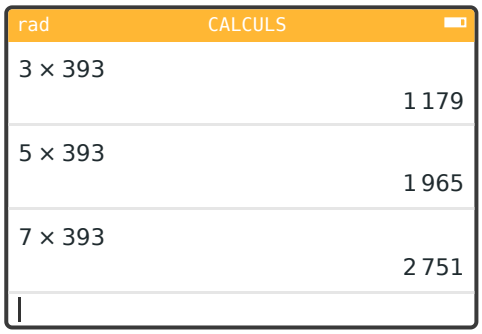
$3f_0 = 3 \times 393 = 1\,179$ Hz ; $5f_0 = 5 \times 393 = 1\,965$ Hz ; $7f_0 = 7 \times 393 = 2\,751$ Hz.

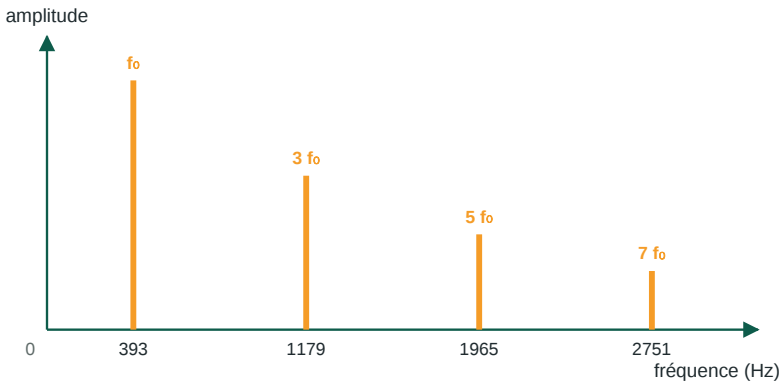
Le spectre comporte un pic vertical à chacune de ces fréquences, et aucun pic à $2f_0$, $4f_0$ ou $6f_0$.

Pics à 393 Hz, 1 179 Hz, 1 965 Hz et 2 751 Hz (voir le spectre).

MÉTHODE
Un spectre se trace en bâtons : un trait vertical par fréquence présente, axe des fréquences gradué et légendé avec son unité. Ici les pics sont régulièrement espacés de $2f_0 = 786$ Hz.

À LA CALCULATRICE





3.5 · Spectre du son du tuyau n°3 : seuls les multiples impairs de $f_0 = 393$ Hz (hauteurs des pics arbitraires)

3.6 La célérité du son augmente avec la température. Prévoir si les notes jouées sont plus aiguës ou plus graves quand la température augmente (mode fondamental, dilatation des tuyaux négligée).

Pour le fondamental, $L = \frac{\lambda}{4}$, donc $\lambda = 4L$. La longueur L du tuyau ne change pas (dilatation négligée) : la longueur d'onde reste la même.

La fréquence émise est $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{4L}$: elle est proportionnelle à la célérité c.

Quand la température augmente, c augmente, donc f augmente pour chaque tuyau.

Toutes les notes jouées sont légèrement **plus aiguës**.

COMPRENDRE
C'est la géométrie du tuyau qui impose la longueur d'onde, et le milieu qui impose la célérité : la fréquence s'ajuste. Un instrument à vent s'accorde donc à la température de la salle.