à propos du satellite SPOT 4

Bac S 2009 Asie (ancien programme) · Exercice 2 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1 Partie I. Nommer le référentiel dans lequel le mouvement du satellite est étudié, puis décrire la trajectoire d'un point de la surface de la Terre dans ce référentiel.

Le mouvement du satellite est étudié dans le **référentiel géocentrique** : son origine est le centre O de la Terre et ses axes pointent vers des étoiles lointaines.

Dans ce référentiel, la Terre tourne sur elle-même autour de l'axe des pôles. Un point de sa surface décrit donc un cercle centré sur cet axe, dans un plan perpendiculaire à l'axe, en un jour environ.

Référentiel géocentrique ; un point du sol y décrit un cercle autour de l'axe des pôles en 24 h environ.

PIÈGE
Répondre « référentiel terrestre » : un point de la surface de la Terre y est immobile, la seconde partie de la question n'aurait alors aucun sens.

2 Exprimer vectoriellement la force $\vec{F}$ exercée par la Terre sur le satellite en fonction des données de l'énoncé et du vecteur unitaire $\vec{u}$.

La Terre attire le satellite : la force est portée par la droite (OC) et dirigée de C vers O. La distance entre les centres est $OC = R_T + h$ et le vecteur $\vec{u}$ est orienté de O vers C, d'où le signe moins :

$$\vec{F} = -\frac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}$$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » (la force est de sens opposé à $\vec{u}$) ou écrire h^2 au dénominateur : la distance se compte depuis le centre de la Terre.

3 Quelle propriété doit avoir le référentiel pour pouvoir appliquer la deuxième loi de Newton ?

Le référentiel doit être **galiléen**.

COMPRENDRE
Le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen si l'étude dure peu de temps devant la révolution de la Terre autour du Soleil (un an). C'est le cas ici : $T = 101$ min.

4.1 Énoncer la deuxième loi de Newton appliquée au satellite.

Système : {satellite}, de masse m constante ; référentiel géocentrique, galiléen. Sans frottement, la seule force exercée est la force de gravitation $\vec{F}$.

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées au système est égale au produit de sa masse par l'accélération de son centre d'inertie :

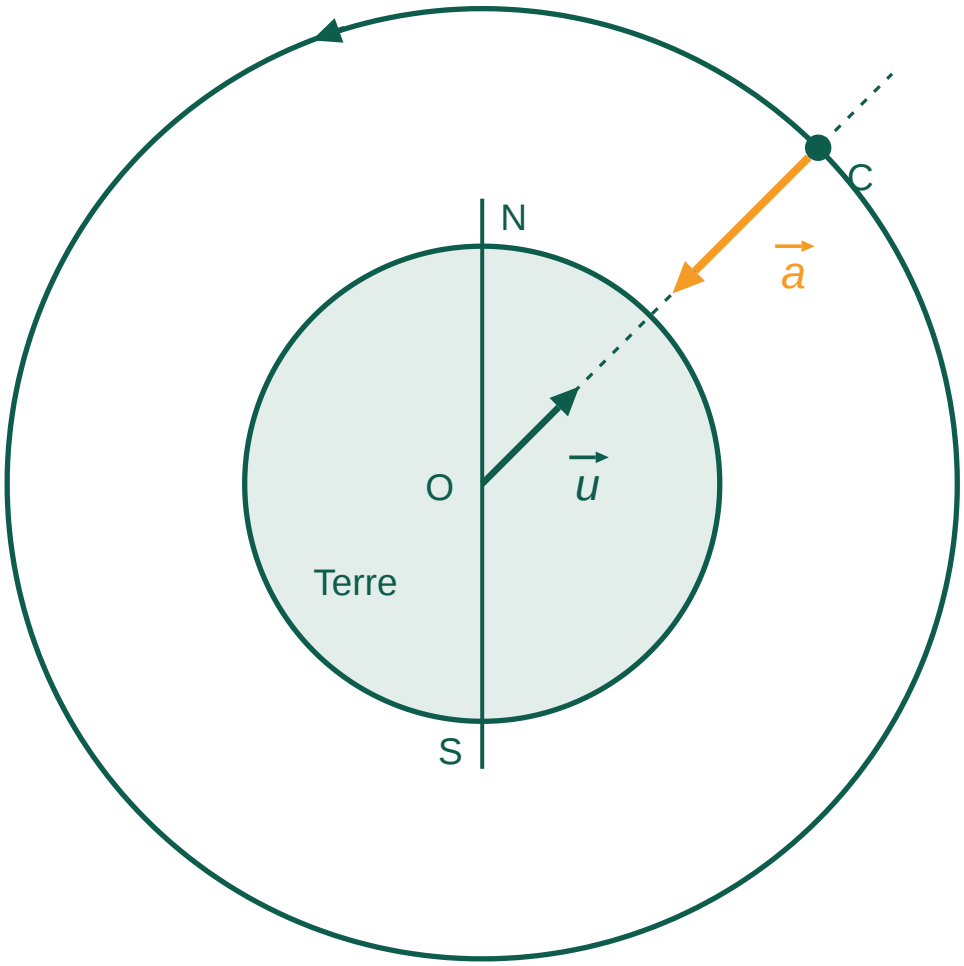
$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

COMPRENDRE
Le « centre d'inertie » du sujet s'appelle aujourd'hui « centre de masse » : c'est le même point, seul le vocabulaire a changé.

4.2 En déduire une représentation du vecteur accélération $\vec{a}$ (sans souci d'échelle) sur le schéma de l'annexe 1.

$\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$ avec $m > 0$: $\vec{a}$ a la même direction et le même sens que $\vec{F}$.

$\vec{a}$ est tracé à partir de C, le long de la droite (OC), dirigé vers le centre O de la Terre.



Trajectoire du satellite SPOT 4

4.2 · Annexe 1 complétée : vecteur accélération du satellite

4.3 En déduire que la valeur de l'accélération du centre d'inertie C du satellite est $a = G\dfrac{M_T}{(R_T+h)^2}$.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{G\,m\,M_T}{m\,(R_T+h)^2}\,\vec{u} = -\frac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}$$

Le vecteur $\vec{u}$ est unitaire, donc la valeur de $\vec{a}$ est :

$a = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}$, ce qui est bien l'expression attendue.

COMPRENDRE

La masse m se simplifie : l'accélération, donc le mouvement, ne dépend pas de la masse du satellite.

5 Quelles propriétés a le vecteur accélération si le mouvement est circulaire uniforme ? Montrer que ces propriétés sont vérifiées ici.

Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon r, le vecteur accélération est **centripète** (porté par le rayon, dirigé vers le centre du cercle) et sa valeur est **constante** : $a = \dfrac{v^2}{r}$.

Ici, $\vec{a} = -\dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{u}$:

- il est porté par (OC) et dirigé vers O, centre de la trajectoire : il est centripète ;
- G, M_T, R_T et h sont constants : sa valeur est constante.

Le vecteur accélération du satellite est centripète et de valeur constante : les deux propriétés sont vérifiées.

PIÈGE
Dire que « $\vec{a}$ est constant » : sa valeur l'est, mais sa direction change à chaque instant.

MÉTHODE
Dans le repère de Frenet, $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$. Une accélération sans composante tangentielle impose $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: c'est l'argument attendu aujourd'hui pour prouver qu'un mouvement circulaire est uniforme.

6 Donner l'expression de la vitesse v, supposée constante, du centre d'inertie C du satellite en fonction de R_T, h et T.

Pendant une période T, le satellite parcourt à vitesse constante la circonférence de son orbite, de rayon $R_T + h$:

$$v = \frac{2\pi\,(R_T+h)}{T}$$

7 Donner l'expression de l'accélération a en fonction de v, R_T et h. En déduire son expression en fonction de R_T, h et T.

Mouvement circulaire uniforme de rayon $R_T + h$: $a = \dfrac{v^2}{R_T+h}$.

Avec l'expression de v (question 6) :

$$a = \frac{4\pi^2\,(R_T+h)^2}{T^2\,(R_T+h)}$$

$$a = \frac{4\pi^2\,(R_T+h)}{T^2}$$

8 En identifiant les expressions de l'accélération des questions 4.3 et 7, exprimer la masse M_T de la Terre et calculer sa valeur, avec un seul chiffre significatif.

Données utiles $R_T = 6{,}38 \times 10^6$ m ; $h = 830$ km ; $T = 101$ min ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2} ; aides au calcul : $\dfrac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} \approx 6 \times 10^{11}$; $(7{,}21 \times 10^6)^3 \approx 4 \times 10^{20}$; $(6{,}06 \times 10^3)^2 \approx 4 \times 10^7$

$\dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2} = \dfrac{4\pi^2\,(R_T+h)}{T^2}$, donc

$$M_T = \frac{4\pi^2\,(R_T+h)^3}{G\,T^2}$$

Conversions : $R_T + h = 6{,}38 \times 10^6 + 0{,}830 \times 10^6 = 7{,}21 \times 10^6$ m et $T = 101 \times 60 = 6{,}06 \times 10^3$ s.

$$M_T = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} \times \frac{(7{,}21 \times 10^6)^3}{(6{,}06 \times 10^3)^2} \approx 6 \times 10^{11} \times \frac{4 \times 10^{20}}{4 \times 10^7}$$

$M_T \approx 6 \times 10^{24}$ kg

PIÈGE
Laisser h en kilomètres ou T en minutes : G est donnée en unités SI, il faut des mètres et des secondes.

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, car chaque aide au calcul est arrondie à un chiffre. Sans calculatrice, on regroupe les facteurs pour faire apparaître ces aides. Le calcul complet donne $6{,}0 \times 10^{24}$ kg.

9 Le satellite est-il géostationnaire ? Justifier la réponse.

Un satellite géostationnaire reste à la verticale d'un même point du sol : son orbite est dans le plan de l'équateur et sa période est celle de la rotation de la Terre (environ 24 h).

SPOT 4 a une orbite polaire, perpendiculaire au plan de l'équateur, et une période $T = 101$ min.

SPOT 4 n'est pas géostationnaire.

COMPRENDRE
Un seul des deux arguments suffit. L'orbite polaire est voulue : comme la Terre tourne sous le satellite, il survole peu à peu toute sa surface, ce qui convient à l'observation.

1 Partie II. Sachant que du cadmium solide se forme, écrire l'équation globale lors de la charge de l'accumulateur.

Données utiles $NiO(OH)\,(s) + H_2O\,(l) + e^- = Ni(OH)_2\,(s) + HO^-\,(aq)$; $Cd(OH)_2\,(s) + 2\,e^- = Cd\,(s) + 2\,HO^-\,(aq)$

Du cadmium se forme : la seconde demi-équation a lieu dans le sens direct (réduction), donc la première a lieu en sens inverse (oxydation), multipliée par 2 pour échanger autant d'électrons.

$Cd(OH)_2\,(s) + 2\,e^- = Cd\,(s) + 2\,HO^-\,(aq)$

$2\,Ni(OH)_2\,(s) + 2\,HO^-\,(aq) = 2\,NiO(OH)\,(s) + 2\,H_2O\,(l) + 2\,e^-$

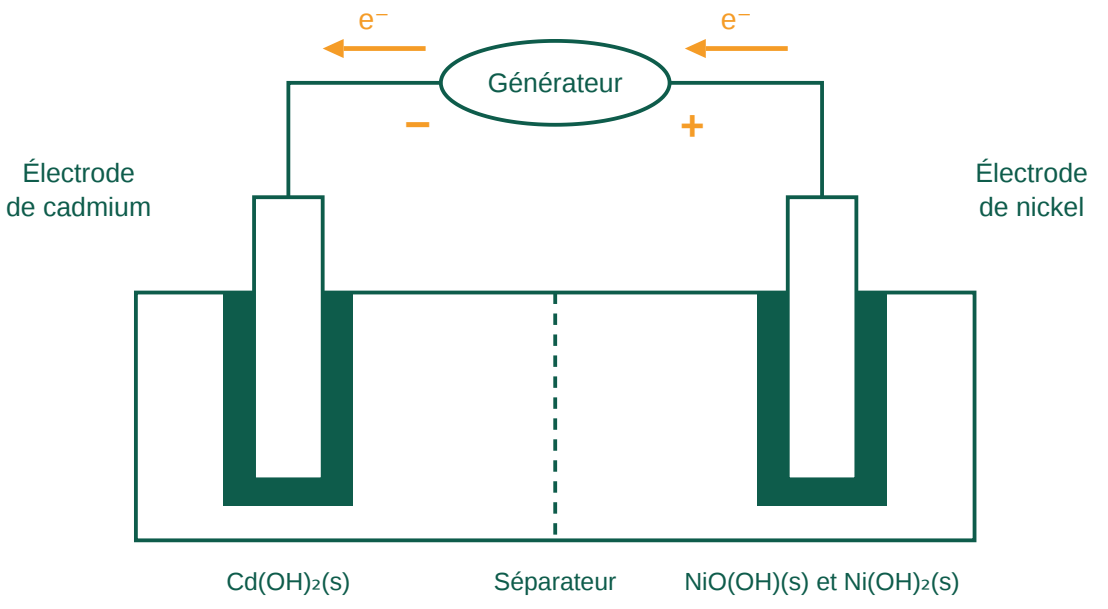
$$Cd(OH)_2\,(s) + 2\,Ni(OH)_2\,(s) \longrightarrow Cd\,(s) + 2\,NiO(OH)\,(s) + 2\,H_2O\,(l)$$

PIÈGE
Oublier le coefficient 2 devant la demi-équation du nickel : les électrons, puis les ions HO^-, doivent disparaître du bilan.

2.1 Indiquer sur le schéma de l'annexe 2 le sens de déplacement des électrons lors de la charge de l'accumulateur.

À l'électrode de cadmium, la réduction consomme des électrons : ils y arrivent par le fil. À l'électrode de nickel, l'oxydation en libère : ils en repartent par le fil.

Dans les fils, les électrons vont de l'électrode de nickel vers l'électrode de cadmium, en traversant le générateur.



Structure simplifiée de l'accumulateur Ni/Cd (en charge)

2.1 · Annexe 2 complétée : sens des électrons et polarité du générateur

2.2 Indiquer sur le schéma de l'annexe 2 la polarité des bornes du générateur relié à l'accumulateur.

Un générateur fait sortir les électrons par sa borne négative et les reçoit par sa borne positive (le courant, de sens opposé, sort par la borne positive).

La borne $-$ du générateur est reliée à l'électrode de cadmium, la borne $+$ à l'électrode de nickel (voir le schéma de la question 2.1).

COMPRENDRE
Pendant la charge, l'accumulateur est un récepteur : le générateur force la transformation inverse de celle qui se produit spontanément à la décharge. C'est une électrolyse.

3 À quelle électrode (nickel ou cadmium) se produit la réduction lors de la charge de cet accumulateur ?

Une réduction est un gain d'électrons. Pendant la charge : $\mathrm{Cd(OH)_2\,(s) + 2\,e^- \longrightarrow Cd\,(s) + 2\,HO^-\,(aq)}$.

La réduction se produit à l'électrode de cadmium (c'est la cathode).

4 La masse de métal nickel va-t-elle augmenter, diminuer ou rester constante durant la charge ? Justifier.

Le nickel métallique $\mathrm{Ni\,(s)}$ n'apparaît ni dans les demi-équations ni dans l'équation de charge : à cette électrode, seul $\mathrm{Ni(OH)_2\,(s)}$ est transformé en $\mathrm{NiO(OH)\,(s)}$. Le métal ne fait que conduire les électrons.

La masse de métal nickel reste constante.

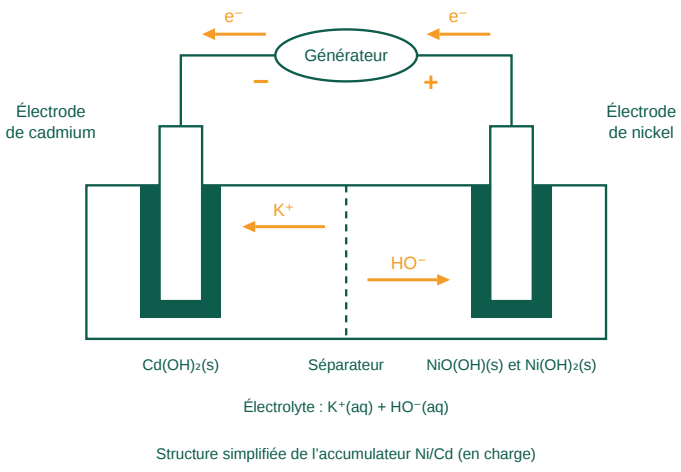
PIÈGE
Raisonner comme pour le cadmium, dont la masse de métal augmente pendant la charge : le nickel métallique, lui, n'est ni réactif ni produit.

5 L'électrolyte étant formé d'ions $\mathrm{K^+\,(aq)}$ et $\mathrm{HO^-\,(aq)}$, indiquer le sens de déplacement de ces ions lors de la charge, en complétant le schéma de l'annexe 2.

Dans la solution, le courant est assuré par les ions. Les cations vont vers l'électrode où a lieu la réduction (cathode), les anions vers celle où a lieu l'oxydation (anode).

Les ions $\mathrm{K^+}$ se déplacent vers l'électrode de cadmium, les ions $\mathrm{HO^-}$ vers l'électrode de nickel.

COMPRENDRE
C'est cohérent avec les demi-équations : des ions $\mathrm{HO^-}$ sont produits du côté du cadmium et consommés du côté du nickel.



Structure simplifiée de l'accumulateur Ni/Cd (en charge)

5 · Annexe 2 complétée : électrons, polarité et déplacement des ions

6 Exprimer la charge électrique Q de 40 ampères-heures indiquée dans le texte, dans l'unité du système international.

$Q = I\,\Delta t$: un ampère-heure est la charge transportée par un courant de 1 A pendant 1 h, soit $1 \times 3600 = 3600$ C.

$Q = 40 \times 3600 = 144\,000$ C

$\boxed{Q = 1{,}4 \times 10^5 \text{ C}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme « 40 ». L'unité SI de charge est le coulomb : $1\ \text{C} = 1\ \text{A} \cdot \text{s}$.

7 Calculer la durée minimale théorique de charge d'une batterie complètement déchargée lorsque le courant de charge est maintenu constant à 10 A.

Données utiles $Q = 40\ \text{A} \cdot \text{h}$; $I = 10\ \text{A}$

À courant constant, $Q = I\,\Delta t$, donc $\Delta t = \dfrac{Q}{I}$. En gardant Q en ampères-heures, la durée s'obtient en heures :

$\Delta t = \dfrac{40}{10} = 4{,}0$ h

$\boxed{\Delta t = 4{,}0 \text{ h, soit } 1{,}4 \times 10^4 \text{ s.}}$

COMPRENDRE
Durée « minimale théorique » : on suppose que toute la charge fournie par le générateur est stockée, sans aucune perte.