Le radon et ses descendants

Bac S 2008 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Donner la définition d'un noyau radioactif.

Un noyau radioactif est un noyau **instable** : il se transforme **spontanément** en un autre noyau (le noyau fils) en émettant une particule, souvent accompagnée d'un rayonnement γ.

Noyau radioactif : noyau instable qui se désintègre spontanément, de façon aléatoire, en émettant une particule.

COMPRENDRE
Trois mots sont attendus : instable, spontané, aléatoire. On ne peut pas prévoir l'instant où un noyau donné se désintègre ; seule l'évolution d'un grand nombre de noyaux suit une loi.

1.2 En s'aidant du texte, écrire les équations des désintégrations successives qui donnent les trois premiers descendants du radon 222.

Données utiles descendants successifs d'après le texte : polonium 218, plomb 214, bismuth 214 ; Z : Pb 82, Bi 83, Po 84, Rn 86

Dans chaque équation, le nombre de nucléons A et le nombre de charge Z se conservent (lois de Soddy).

Radon 222 → polonium 218 : $222 = 218 + A$ donc $A = 4$; $86 = 84 + Z$ donc $Z = 2$. La particule émise est un noyau d'hélium 4.

$$^{222}_{86}\text{Rn} \longrightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

Polonium 218 → plomb 214 : $218 = 214 + 4$ et $84 = 82 + 2$.

$$^{218}_{84}\text{Po} \longrightarrow {}^{214}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

Plomb 214 → bismuth 214 : A ne change pas et $82 = 83 - 1$. La particule émise est un électron.

$$^{214}_{82}\text{Pb} \longrightarrow {}^{214}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}\text{e}$$

$^{222}_{86}\text{Rn} \longrightarrow {}^{218}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He}$; $^{218}_{84}\text{Po} \longrightarrow {}^{214}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$; $^{214}_{82}\text{Pb} \longrightarrow {}^{214}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}\text{e}$

PIÈGE
Les « trois premiers descendants » sont le polonium 218, le plomb 214 et le bismuth 214. Chaque équation part du descendant précédent, pas à nouveau du radon.

MÉTHODE
Écrire d'abord le noyau père et le noyau fils avec leurs A et Z, puis déduire la particule par différence : $(4\,;2)$ donne un noyau d'hélium, $(0\,;-1)$ un électron.

1.3 Indiquer dans chaque cas le type de radioactivité.

- Radon 222 → polonium 218 : émission d'un noyau d'hélium $^{4}_{2}\text{He}$, radioactivité α.
- Polonium 218 → plomb 214 : émission d'un noyau d'hélium, radioactivité α.
- Plomb 214 → bismuth 214 : émission d'un électron $^{0}_{-1}\text{e}$, radioactivité β^-.

Deux désintégrations α (Rn 222 et Po 218), puis une désintégration β^- (Pb 214).

COMPRENDRE
L'électron émis en β^- ne vient pas du cortège électronique : dans le noyau, un neutron se transforme en proton. C'est pourquoi Z augmente de 1 alors que A reste égal à 214.

2.1 Donner l'expression de la variation d'énergie lors de la désintégration du bismuth 214 ($^{214}_{83}\text{Bi} \longrightarrow {}^{214}_{84}\text{Po} + {}^{0}_{-1}\text{e}$) et préciser les unités des grandeurs dans le Système international.

La variation d'énergie est liée à la variation de masse du système par la relation d'Einstein :

$$\Delta E = (m_{\text{produits}} - m_{\text{réactif}})\, c^2$$

$\Delta E = (m_{\text{Po}} + m_e - m_{\text{Bi}})\, c^2$, avec ΔE en joules (J), les masses en kilogrammes (kg) et c en mètres par seconde ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).

PIÈGE
L'ordre compte : masse finale moins masse initiale. Dans l'ordre inverse, le signe de ΔE est faux et l'interprétation (énergie cédée ou reçue) aussi.

2.2 Calculer l'énergie émise, en MeV, lors de cette désintégration, en faisant apparaître toutes les étapes du calcul.

Données utiles $m_{\text{Po}} = 213{,}995176$ u ; $m_{\text{Bi}} = 213{,}998691$ u ; $m_e = 5{,}49 \times 10^{-4}$ u ; $1\text{ u} = 1{,}6605402 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $1\text{ eV} = 1{,}60210 \times 10^{-19}$ J

Variation de masse : $\Delta m = m_{\text{Po}} + m_e - m_{\text{Bi}}$

$$\Delta m = 213{,}995176 + 5{,}49 \times 10^{-4} - 213{,}998691 = -2{,}966 \times 10^{-3}\ \text{u}$$

Conversion en kilogrammes, puis énergie en joules :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = -2{,}966 \times 10^{-3} \times 1{,}6605402 \times 10^{-27} \times \left(3{,}00 \times 10^{8}\right)^2$$

$$\Delta E = -4{,}43 \times 10^{-13}\ \text{J}$$

Conversion en MeV, avec $1\text{ MeV} = 1{,}60210 \times 10^{-13}$ J :

$$\Delta E = \frac{-4{,}43 \times 10^{-13}}{1{,}60210 \times 10^{-13}} = -2{,}77\ \text{MeV}$$

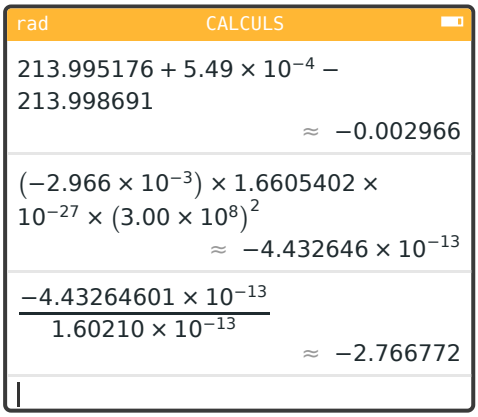
$\Delta E < 0$: la masse diminue et le système cède de l'énergie à l'extérieur.

Énergie émise : $|\Delta E| = 2{,}77\ \text{MeV}$

PIÈGE
Oublier de convertir les unités de masse atomique en kilogrammes avant de multiplier par c^2, ou confondre eV et MeV : $1\text{ MeV} = 10^6\text{ eV}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c, la donnée la moins précise. La différence de masses, elle, se calcule avec toutes les décimales : arrondir les masses à 214 u donnerait un résultat nul.

À LA CALCULATRICE



3.1 Calculer la valeur de la constante radioactive λ du radon 222.

Données utiles $t_{1/2} = 3{,}82$ jours ; $\lambda \cdot t_{1/2} = \ln 2$

$\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$, avec $t_{1/2} = 3{,}82 \times 24 \times 3600 = 3{,}30 \times 10^{5}$ s.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{3{,}82 \times 24 \times 3600} = 2{,}10 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

$\lambda = 2{,}10 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$ (soit $0{,}181\ \text{jour}^{-1}$)

COMPRENDRE
L'unité de λ est l'inverse de celle de $t_{1/2}$. La valeur en s^{-1} est indispensable dès qu'une activité en becquerels intervient, car 1 Bq correspond à une désintégration par seconde.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3.82 \times 24 \times 3600 \approx 330048$

$\dfrac{\ln(2)}{3.82 \times 24 \times 3600} \approx 2.100141 \times 10^{-6}$

$\dfrac{\ln(2)}{3.82} \approx 0.1814521$

3.2 Déterminer la masse de radon 222 contenue dans 1,0 m³ d'air de cette cave, en donnant d'abord le résultat sous forme littérale.

Données utiles activité : 6000 Bq par mètre cube ; $A = \lambda N$; $t_{1/2} = 3{,}82$ jours ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $M = 222{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Dans $1{,}0\ \text{m}^3$ d'air, l'activité du radon est $A = 6000$ Bq.

Nombre de noyaux : $A = \lambda N$ donc $N = \dfrac{A}{\lambda}$.

Quantité de matière : $n = \dfrac{N}{N_A}$, et masse : $m = n\,M$.

$$m = \frac{A\,M}{\lambda\,N_A} = \frac{A\,t_{1/2}\,M}{\ln 2 \cdot N_A}$$

$$m = \frac{6000 \times 3{,}82 \times 24 \times 3600 \times 222{,}0}{\ln 2 \times 6{,}02 \times 10^{23}} = 1{,}05 \times 10^{-12}\ \text{g}$$

$$\boxed{m = \frac{A\,t_{1/2}\,M}{\ln 2 \cdot N_A} \approx 1{,}1 \times 10^{-12}\ \text{g}}$$

PIÈGE
Laisser $t_{1/2}$ en jours alors que A est en becquerels : le résultat serait 86 400 fois trop petit.

COMPRENDRE
Environ $2{,}9 \times 10^9$ noyaux, soit un millième de milliardième de gramme, suffisent pour 6000 désintégrations par seconde. Résultat arrondi à deux chiffres significatifs, comme le volume $1{,}0\ \text{m}^3$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{6000 \times 3.82 \times 24 \times 3600}{\ln(2)} \approx 2.856952 \times 10^9$

$\dfrac{6000 \times 3.82 \times 24 \times 3600 \times 222.0}{\ln(2) \times 6.02 \times 10^{23}} \approx 1.05356 \times 10^{-12}$

3.3 Le radon ne s'infiltrant plus et ne s'échappant pas, au bout de combien de jours son activité sera-t-elle de $400\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$?

Données utiles $A(t) = A_0\,e^{-\lambda t}$; $A_0 = 6000\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$; $A(t) = 400\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$; $t_{1/2} = 3{,}82$ jours

$A(t) = A_0\,e^{-\lambda t}$ donc $\dfrac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$, soit $\ln\left(\dfrac{A(t)}{A_0}\right) = -\lambda t$.

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{A_0}{A(t)}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{A_0}{A(t)}\right)$$

En gardant $t_{1/2}$ en jours, t est directement en jours :

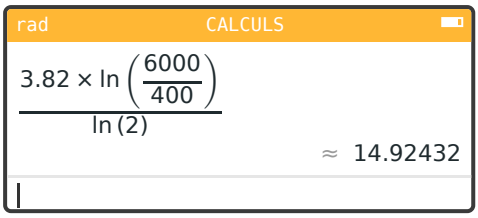
$$t = \frac{3{,}82}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{6000}{400}\right) = 14{,}9\ \text{jours}$$

$t = 14{,}9$ jours : l'activité descend à $400\ \text{Bq} \cdot \text{m}^{-3}$ au bout d'environ 15 jours.

COMPRENDRE
Vérification rapide : diviser l'activité par 15, c'est un peu moins que la diviser par $2^4 = 16$. Il faut donc un peu moins de 4 demi-vies, soit un peu moins de 15,3 jours.

MÉTHODE
Pour isoler t dans une exponentielle : isoler $e^{-\lambda t}$, prendre le logarithme népérien des deux membres, puis utiliser $-\ln(x) = \ln(1/x)$ pour obtenir un temps positif.

À LA CALCULATRICE



3.4 Quelles mesures simples faut-il prendre pour diminuer la concentration en radon dans cette cave ?

D'après le texte, le radon vient du sol et s'accumule dans les lieux clos et peu ventilés. Deux mesures simples en découlent :

- **aérer et ventiler** la cave, pour évacuer le radon vers l'extérieur ;
- **améliorer l'étanchéité** des murs et du plancher, pour limiter son infiltration depuis le sol.

Aérer et ventiler la cave ; rendre les murs et le plancher plus étanches.

COMPRENDRE

Attendre ne suffit pas : le calcul de la question 3.3 suppose que le radon n'entre plus, alors que le sol en produit en permanence par la filiation de l'uranium 238.