Corrigé complet — Bac S 2009 Antilles-Guyane (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Un toboggan de plage** Énergie potentielle de pesanteur · Conservation de l'énergie mécanique · Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équation de la trajectoire	5,5 pts	1 h 05	13 questions	p. 2
Ex 2	**Un cycliste écologiste** Pile saline et réactions aux électrodes · Quantité d'électricité et constante de Faraday · Décharge d'un condensateur · Constante de temps RC · Équation différentielle du premier ordre · Énergie stockée dans un condensateur	6,5 pts	1 h 18	21 questions	p. 6
Ex 3	**L'eau distillée et son pH** Autoprotolyse et produit ionique de l'eau · Constante d'acidité et pKA · Diagramme de prédominance · Tableau d'avancement · pH et concentration en ions oxonium · Dissolution d'un gaz dans l'eau	4 pts	52 min	16 questions	p. 13
Ex 4	**Spécialité : Une carafe filtrante permet-elle de diminuer la dureté d'une eau?** Titrage direct · Équivalence d'un titrage · Verrerie de précision · Concentration en quantité de matière · Concentration en masse · Dureté d'une eau	4 pts	52 min	9 questions	p. 18

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Un toboggan de plage

Bac S 2009 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 1 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{ppD} de l'enfant au point D.

Données utiles référence : $E_{ppO} = 0$ pour $y_O = 0$; D est à la hauteur h au-dessus de O

L'axe (Oy) est vertical, orienté vers le haut, et l'énergie potentielle est nulle en O : $E_{pp} = m\,g\,y$.

Le point D a pour ordonnée $y_D = h$.

$$\boxed{E_{ppD} = m\,g\,h}$$

PIÈGE
Écrire $m\,g\,(h + H)$: la référence est prise au point O, pas à la surface de l'eau.

1.2 Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{mD} de l'enfant au point D.

$$E_{mD} = E_{cD} + E_{ppD} = \frac{1}{2}\,m\,v_D^2 + m\,g\,h$$

L'enfant part de D sans vitesse initiale : $v_D = 0$, donc $E_{cD} = 0$.

$$\boxed{E_{mD} = m\,g\,h}$$

1.3 Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{mO} de l'enfant au point O.

$$E_{mO} = E_{cO} + E_{ppO} = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,y_O$$

Or $y_O = 0$, donc $E_{ppO} = 0$.

$$\boxed{E_{mO} = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2}$$

1.4 En déduire l'expression de la vitesse v_0 en justifiant le raisonnement.

Les frottements et les actions de l'air sont négligés. L'enfant est soumis à son poids, force conservative, et à la réaction de la piste, perpendiculaire au déplacement, qui ne travaille pas. L'énergie mécanique se conserve donc entre D et O :

$$E_{mD} = E_{mO} \quad \Longrightarrow \quad m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 \quad \Longrightarrow \quad v_0^2 = 2\,g\,h$$

Une valeur de vitesse est positive :

$$\boxed{v_0 = \sqrt{2\,g\,h}}$$

PIÈGE
La justification est demandée : sans la phrase « pas de frottement, donc l'énergie mécanique se conserve », l'égalité $E_{mD} = E_{mO}$ n'est pas établie.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : sans frottement, la vitesse en bas ne dépend ni de la masse de l'enfant ni de la forme de la piste, seulement de la dénivellation h.

1.5 Calculer la valeur de la vitesse v_0 de l'enfant en O.

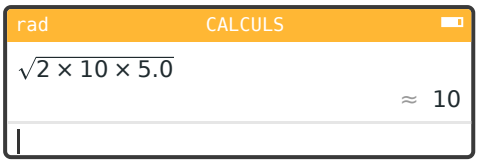
Données utiles $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $h = 5{,}0\ \text{m}$; $v_0 = \sqrt{2\,g\,h}$ (1.4)

$$v_0 = \sqrt{2 \times 10 \times 5{,}0}$$

$$\boxed{v_0 = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

COMPRENDRE
Les données g et h ont deux chiffres significatifs : le résultat en garde deux. Cette vitesse vaut $36\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, ce qui est beaucoup pour un toboggan.

À LA CALCULATRICE



1.6 En réalité, la vitesse en O est nettement inférieure et vaut $5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Comment expliquer cette différence ?

Le modèle néglige les frottements. En réalité, les frottements de la piste sur l'enfant, et dans une moindre mesure ceux de l'air, ne sont pas négligeables. Ces forces ne sont pas conservatives et leur travail est résistant : l'énergie mécanique diminue entre D et O, une partie étant dissipée sous forme de chaleur.

L'énergie cinétique en O est plus faible que $m\,g\,h$, donc la vitesse réelle ($5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$) est inférieure aux $10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ du modèle sans frottement.

COMPRENDRE
Vitesse divisée par 2, donc énergie cinétique divisée par 4 : les trois quarts de l'énergie mécanique de départ ont été dissipés par les frottements.

2.1 Énoncer la deuxième loi de Newton.

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$$

PIÈGE
Oublier « dans un référentiel galiléen » : la loi n'est valable que dans ce cadre, et cette précision fait partie de l'énoncé attendu.

2.2 Appliquer la deuxième loi de Newton à l'enfant une fois qu'il a quitté le point O.

Système : l'enfant, assimilé au point matériel G de masse m.
Référentiel terrestre supposé galiléen.

Après O, l'enfant ne touche plus la piste et les actions de l'air sont négligées : la seule force est son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (chute libre).

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$.

$$\vec{a} = \vec{g}$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, puis la loi. Ces quatre lignes rapportent des points même si la suite est fausse.

2.3 Déterminer l'expression des composantes $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération dans le repère Oxy.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, dirigé vers le bas, alors que l'axe (Oy) est orienté vers le haut. On projette $\vec{a} = \vec{g}$ sur les deux axes :

$$a_x(t) = 0 \qquad a_y(t) = -g$$

PIÈGE
Le signe de a_y dépend de l'orientation de l'axe vertical. Ici (Oy) monte : $a_y = -g$, et non $+g$.

2.4 Déterminer l'expression des composantes $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse dans le repère Oxy.

Données utiles à $t = 0$, l'enfant est en O avec la vitesse $\vec{v}_0$ inclinée de α au-dessus de l'horizontale

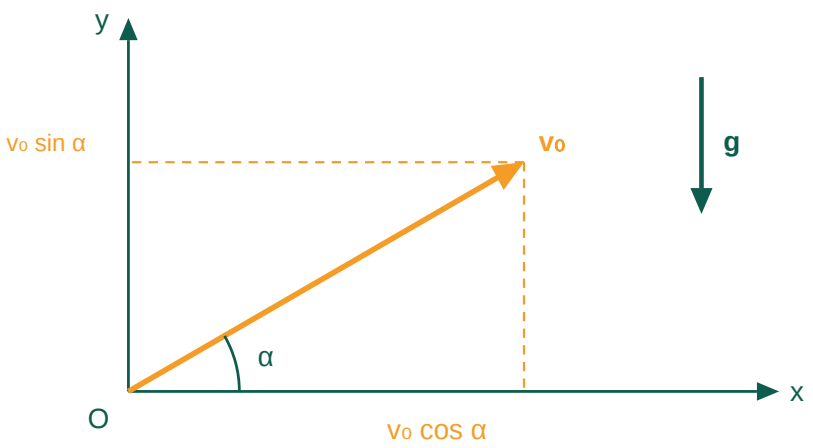
Comme $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de a_x et a_y :

$v_x(t) = C_1 \qquad v_y(t) = -g\,t + C_2$

Conditions initiales : à $t = 0$, $v_x(0) = v_0 \cos\alpha$ et $v_y(0) = v_0 \sin\alpha$, donc $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$.

$$\boxed{v_x(t) = v_0 \cos\alpha \qquad v_y(t) = -g\,t + v_0 \sin\alpha}$$

PIÈGE
Oublier les constantes d'intégration, ou inverser sinus et cosinus : α est mesuré par rapport à l'horizontale, donc le cosinus va avec x.



2.4 · Le vecteur vitesse initiale en O et ses composantes

2.5 Déterminer l'expression des composantes $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur position dans le repère Oxy.

Comme $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, on cherche les primitives de v_x et v_y :

$x(t) = v_0 \cos\alpha\; t + C_3 \qquad y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\; t + C_4$

Conditions initiales : à $t = 0$, l'enfant est en O, donc $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$, d'où $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.

$$\boxed{x(t) = v_0 \cos\alpha\; t \qquad y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\; t}$$

COMPRENDRE
Selon x, le mouvement est uniforme (aucune force horizontale) ; selon y, il est uniformément accéléré. La masse de l'enfant n'apparaît nulle part.

2.6 Montrer que la trajectoire de l'enfant a pour équation $y(x) = -\dfrac{1}{2}\,g\,\dfrac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\tan\alpha$.

On élimine le temps. D'après $x(t)$: $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$.

On remplace dans $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

Avec $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$:

$$\boxed{y(x) = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\tan\alpha}$$: c'est l'expression attendue (arc de parabole).

MÉTHODE
Équation de trajectoire : isoler t dans l'équation horaire la plus simple, celle de $x(t)$, puis le reporter dans $y(t)$. Le temps doit avoir disparu du résultat.

2.7 En déduire la valeur de l'abscisse x_P du point d'impact P de l'enfant dans l'eau.

Données utiles $v_0 = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 30^\circ$; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $H = 0{,}50\ \text{m}$

La surface de l'eau est à la distance H sous O : au point P, $y_P = -H = -0{,}50$ m. Il faut résoudre $y(x_P) = -H$.

Coefficients : $\dfrac{g}{2\,v_0^2\cos^2\alpha} = \dfrac{10}{2\times 5{,}0^2\times\cos^2 30^\circ} = 0{,}267\ \text{m}^{-1}$

et $\tan 30^\circ = 0{,}577$.

L'équation devient : $-0{,}267\,x_P^2 + 0{,}577\,x_P + 0{,}50 = 0$.

Discriminant : $\Delta = 0{,}577^2 + 4\times 0{,}267\times 0{,}50 = 0{,}867$, donc $\sqrt{\Delta} = 0{,}931$.

$$x_1 = \frac{-0{,}577 - 0{,}931}{2\times(-0{,}267)} = 2{,}83\ \text{m}$$

$$x_2 = \frac{-0{,}577 + 0{,}931}{2\times(-0{,}267)} = -0{,}66\ \text{m}$$

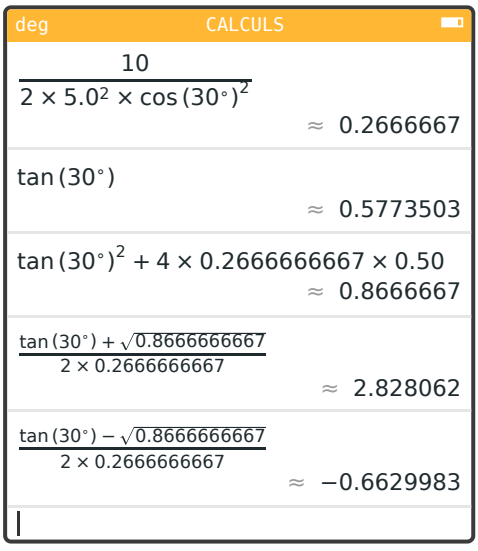
Le point P est en avant de O : on garde la solution positive.

$$\boxed{x_P = 2{,}8\ \text{m}}$$

PIÈGE
Écrire $y_P = +H$ ou $y_P = 0$: l'eau est sous l'origine, donc y_P est négatif. Vérifier aussi que la calculatrice est en degrés.

MÉTHODE
Garder les valeurs non arrondies dans la calculatrice et n'arrondir qu'à la fin, à deux chiffres significatifs comme les données.

À LA CALCULATRICE



Un cycliste écologiste

Bac S 2009 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Partie A, pile saline. La réaction à l'une des électrodes est $\mathrm{Zn} = \mathrm{Zn}^{2+} + 2\,\mathrm{e}^-$. Cette électrode est-elle l'anode ou la cathode ? Justifier.

Le zinc cède des électrons : c'est une oxydation. Or l'électrode où se produit l'oxydation est, par définition, l'anode.

L'électrode de zinc est l'**anode** (siège d'une oxydation).

PIÈGE
Répondre sans justifier. Le moyen sûr : oxydation à l'anode, réduction à la cathode, que ce soit dans une pile ou dans un électrolyseur.

COMPRENDRE
Les électrons libérés par le zinc partent dans le circuit extérieur : dans une pile, l'anode est donc la borne négative.

1.2 Le couple mis en jeu à la seconde électrode est $\mathrm{MnO_2}$ / $\mathrm{MnO_2H}$. Écrire l'équation de la réaction à cette électrode.

La seconde électrode est la cathode : l'oxydant $\mathrm{MnO_2}$ y est réduit.

$$\mathrm{MnO_2} + \mathrm{H}^+ + \mathrm{e}^- = \mathrm{MnO_2H}$$

MÉTHODE
Demi-équation : 1) écrire oxydant et réducteur ; 2) équilibrer l'hydrogène avec H^+ ; 3) équilibrer les charges avec des électrons. Ici un seul H^+ et un seul électron suffisent.

1.3 En déduire l'équation globale de fonctionnement de la pile.

Le zinc cède 2 électrons, $\mathrm{MnO_2}$ n'en capte qu'un : on multiplie la demi-équation de la cathode par 2, puis on additionne.

$$\mathrm{Zn} + 2\,\mathrm{MnO_2} + 2\,\mathrm{H}^+ \longrightarrow \mathrm{Zn}^{2+} + 2\,\mathrm{MnO_2H}$$

PIÈGE
Laisser des électrons dans le bilan. Vérifier aussi les charges : $2+$ à gauche (deux H^+), $2+$ à droite (Zn^{2+}).

2.1 Partie A, usure de la pile. Déterminer la durée maximale t_{max} de fonctionnement de la pile si elle débite un courant d'intensité I.

Données utiles $Q_{max} = 1{,}35$ Ah ; 1 Ah correspond à $3{,}60 \times 10^3$ C ; $I = 90{,}0$ mA

Pour un courant constant, $Q_{max} = I \times t_{max}$, donc $t_{max} = \dfrac{Q_{max}}{I}$.

$Q_{max} = 1{,}35 \times 3{,}60 \times 10^3 = 4{,}86 \times 10^3$ C et $I = 90{,}0 \times 10^{-3}$ A :

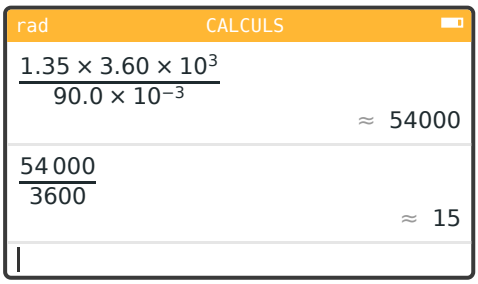
$$t_{max} = \frac{4{,}86 \times 10^3}{90{,}0 \times 10^{-3}} = 5{,}40 \times 10^4 \text{ s}$$

$t_{max} = 5{,}40 \times 10^4$ s, soit 15,0 h

PIÈGE
Diviser des ampères-heures par des milliampères sans conversion : on trouverait une durée mille fois trop petite.

COMPRENDRE
Les données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois. On peut aussi rester en heures : $1{,}35\ \text{Ah} \div 0{,}0900\ \text{A} = 15{,}0$ h.

À LA CALCULATRICE



2.2 Déterminer la quantité d'électrons $n(\mathrm{e}^-)$ mise en jeu pendant la durée t_{max}.

Données utiles $F = 9{,}65 \times 10^4$ C · mol^{-1} ; $Q_{max} = 4{,}86 \times 10^3$ C (2.1)

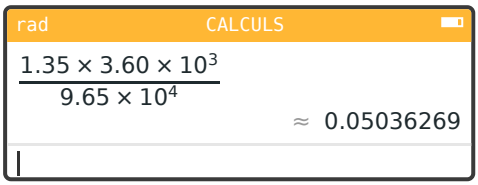
Une mole d'électrons transporte la charge F : $Q_{max} = n(\mathrm{e}^-) \times F$, donc

$$n(\mathrm{e}^-) = \frac{Q_{max}}{F} = \frac{4{,}86 \times 10^3}{9{,}65 \times 10^4} = 5{,}04 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$\boxed{n(\mathrm{e}^-) = 5{,}04 \times 10^{-2} \text{ mol}}$

PIÈGE
Utiliser Q_{max} en ampères-heures : la constante de Faraday est en coulombs par mole, la charge doit être en coulombs.

À LA CALCULATRICE



2.3 En déduire la masse m de zinc consommée pendant cette même durée t_{max}.

Données utiles $M(\mathrm{Zn}) = 65{,}4$ g · mol^{-1} ; $n(\mathrm{e}^-)$ (2.2)

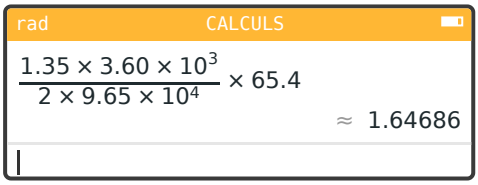
D'après $\mathrm{Zn} = \mathrm{Zn}^{2+} + 2\,\mathrm{e}^-$, un atome de zinc consommé libère deux électrons : $n(\mathrm{Zn}) = \dfrac{n(\mathrm{e}^-)}{2}$.

$$m = \frac{n(\mathrm{e}^-)}{2} \times M(\mathrm{Zn}) = \frac{Q_{max}}{2F} \times M(\mathrm{Zn}) = \frac{4{,}86 \times 10^3}{2 \times 9{,}65 \times 10^4} \times 65{,}4$$

$\boxed{m = 1{,}65 \text{ g}}$

PIÈGE
Oublier le facteur 2 (on trouverait 3,29 g), ou multiplier par 2 au lieu de diviser : il y a deux fois moins de zinc que d'électrons.

À LA CALCULATRICE



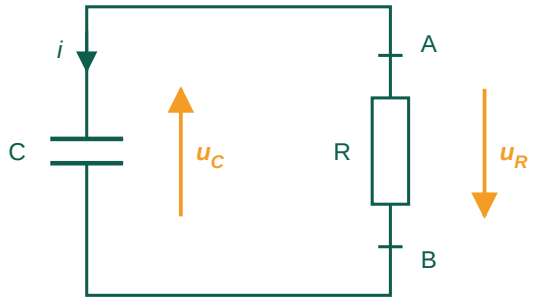
1 Partie B, première partie (décharge expérimentale). Sur le document 1, représenter en convention récepteur la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_C aux bornes du condensateur.

En convention récepteur, la flèche de la tension est de sens opposé à celle du courant qui traverse le dipôle.

Le courant i descend dans le condensateur : la flèche u_C pointe vers le haut. Il traverse ensuite le conducteur ohmique de B vers A : la flèche u_R pointe vers B.

Flèches u_C (vers l'armature du haut) et u_R (vers B) tracées sur le document 1.

PIÈGE
Orienter u_R dans le même sens que u_C « parce que le circuit est symétrique ». Il faut suivre le sens de i tout autour de la maille avant de tracer chaque flèche.



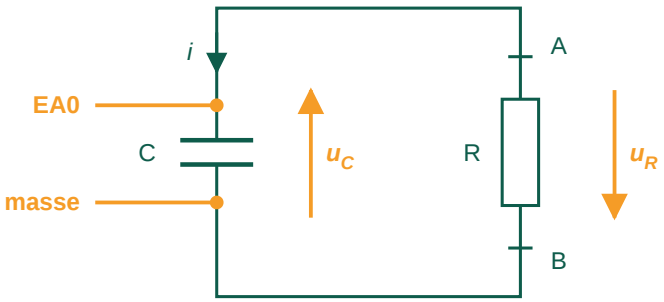
1 · Document 1 complété : tensions en convention récepteur

2 Sur le document 1, indiquer les branchements à réaliser pour enregistrer la courbe $u_C = f(t)$ sur la voie EA0 de l'interface.

L'interface mesure la tension entre sa voie et sa masse. Pour obtenir u_C, la voie EA0 est reliée à l'armature désignée par la pointe de la flèche u_C (en haut) et la masse à l'autre armature (en bas).

EA0 sur l'armature du haut, masse sur l'armature du bas.

PIÈGE
Inverser voie et masse : le logiciel tracerait $-u_C$, une courbe négative qui remonte vers zéro.



2 · Document 1 complété : branchements de l'interface

3.1 À partir du document 2, déterminer la valeur expérimentale de la constante de temps τ du circuit en faisant apparaître les tracés.

Données utiles $u_C(0) = 6{,}0$ V

Lors d'une décharge, à la date $t = \tau$, la tension ne vaut plus que 37 % de sa valeur initiale :

$u_C(\tau) = 0{,}37 \times u_C(0) = 0{,}37 \times 6{,}0 = 2{,}2$ V.

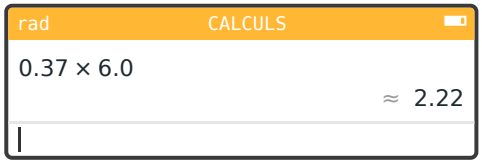
On trace l'horizontale d'ordonnée 2,2 V jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point obtenu : un peu plus de deux petites divisions de 1×10^{-5} s.

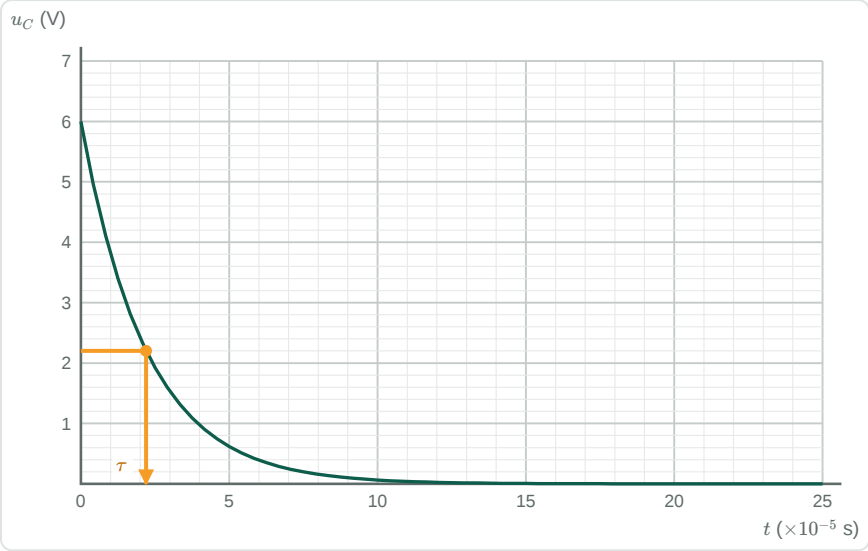
$\tau \approx 2 \times 10^{-5}$ s

COMPRENDRE
Le facteur 0,37 vient de $\mathrm{e}^{-1} \approx 0{,}37$. La lecture ne donne guère plus d'un chiffre significatif : une petite division vaut déjà la moitié de τ.

MÉTHODE
Autre tracé possible : la tangente à la courbe à l'origine coupe l'axe des abscisses (asymptote $u_C = 0$) à la date $t = \tau$. Moins précis ici, car la courbe est très raide.

À LA CALCULATRICE





3.1 · Document 2 : lecture de la constante de temps

3.2.1 Énoncer la relation qui permet de calculer la constante de temps τ de ce type de circuit.

$\tau = R \times C$, avec R en ohms, C en farads et τ en secondes.

3.2.2 Vérifier que τ est homogène à un temps grâce à une analyse dimensionnelle.

Loi d'Ohm, $u = Ri$: $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$.

Pour le condensateur, $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$: $[I] = [C]\dfrac{[U]}{T}$, donc $[C] = \dfrac{[I]\,T}{[U]}$.

$$[\tau] = [R]\,[C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\,T}{[U]} = T$$

$[RC] = T$: τ est bien homogène à un temps.

PIÈGE
Écrire seulement « des ohms fois des farads donnent des secondes » : c'est affirmer le résultat, pas le démontrer.

MÉTHODE
Pour la dimension d'une grandeur, partir d'une relation connue qui la contient (ici $u = Ri$ et $i = C\,\mathrm{d}u_C/\mathrm{d}t$), puis l'isoler. Une dérivée par rapport au temps divise la dimension par T.

3.2.3 Calculer la valeur théorique de la constante de temps τ de ce circuit.

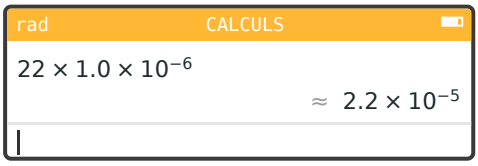
Données utiles $R = 22\ \Omega$; $C = 1{,}0\ \mu\mathrm{F}$

$$\tau = R \times C = 22 \times 1{,}0 \times 10^{-6}$$

$\tau = 2{,}2 \times 10^{-5}$ s

PIÈGE
Laisser la capacité en microfarads : $1{,}0\ \mu\mathrm{F} = 1{,}0 \times 10^{-6}$ F.

À LA CALCULATRICE



3.3 La valeur expérimentale de la constante de temps (3.1) est-elle en accord avec la valeur théorique (3.2.3) ?

La lecture graphique donne $\tau \approx 2 \times 10^{-5}$ s et le calcul $2{,}2 \times 10^{-5}$ s. L'écart est inférieur à la précision de la lecture (une petite division représente 1×10^{-5} s).

Oui : les deux valeurs sont en accord, compte tenu de la précision de la lecture graphique.

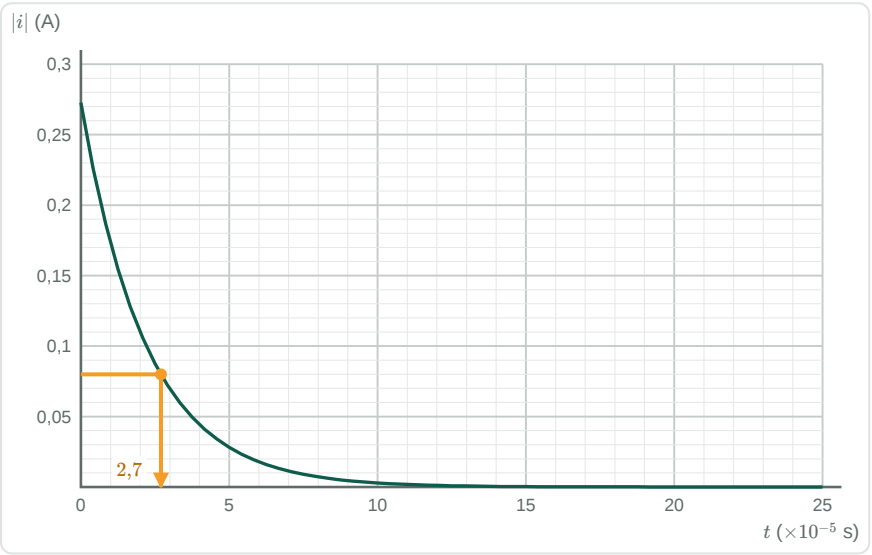
3.4 La lampe doit éclairer au moins 3 minutes à l'arrêt ; elle brille correctement si $|i| \geqslant 80$ mA. À l'aide du document 3, expliquer pourquoi le condensateur utilisé ne convient pas.

On trace l'horizontale $|i| = 80\ \text{mA} = 0{,}080$ A sur le document 3. Elle coupe la courbe à la date $t \approx 2{,}7 \times 10^{-5}$ s : au-delà, l'intensité est trop faible.

La lampe ne brille correctement que pendant quelques centièmes de milliseconde, alors qu'il faudrait $3\ \text{min} = 180$ s.

Durée d'éclairage $\approx 2{,}7 \times 10^{-5}$ s, très inférieure à 180 s : ce condensateur ne convient pas.

PIÈGE
Lire la courbe à $0{,}08$ sans convertir 80 mA en ampères, ou comparer la durée lue à « 3 » sans convertir les minutes en secondes.



3.4 · Document 3 : durée pendant laquelle $|i| \geqslant 80$ mA

1.1 Partie B, deuxième partie (étude théorique). Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur, puis calculer sa valeur pour le super-condensateur.

Données utiles $C' = 1{,}0$ F ; $u_C = 6{,}0$ V

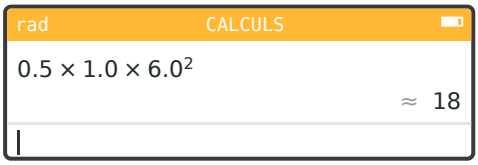
$E = \frac{1}{2} C u_C^2$, avec E en joules, C en farads et u_C en volts.

$$E' = \frac{1}{2} \times 1{,}0 \times 6{,}0^2$$

$E' = 18$ J

PIÈGE
Oublier le carré de la tension ou le facteur $\frac{1}{2}$.

À LA CALCULATRICE



1.2 Comparer cette valeur avec celle de l'énergie stockée dans le condensateur de la première partie et conclure.

Données utiles $C = 1{,}0\ \mu\text{F}$; $u_C = 6{,}0\ \text{V}$; $E' = 18\ \text{J}$ (1.1)

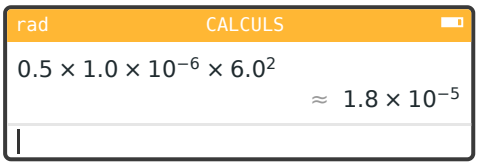
$E = \frac{1}{2} \times 1{,}0 \times 10^{-6} \times 6{,}0^2 = 1{,}8 \times 10^{-5}$ J, soit $18\ \mu$J.

$\frac{E'}{E} = \frac{C'}{C} = \frac{1{,}0}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 1{,}0 \times 10^{6}$

Sous la même tension, le super-condensateur stocke un million de fois plus d'énergie : il pourra alimenter la lampe bien plus longtemps.

COMPRENDRE
À tension égale, l'énergie est proportionnelle à la capacité : le rapport des énergies est celui des capacités, sans autre calcul.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Dans le montage du document 1, quelle est la relation qui existe entre les tensions u_C et u_R ?

Loi des mailles, avec les flèches tracées à la question 1 de la première partie : en parcourant la maille, les deux tensions sont rencontrées dans le même sens.

$u_C + u_R = 0$

COMPRENDRE
La maille ne contient pas de générateur : la somme des deux tensions est nulle. Le signe dépend des flèches choisies ; avec la convention récepteur imposée, $u_R = -u_C$.

2.1.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C.

Loi d'Ohm (convention récepteur) : $u_R = R\,i$.

Condensateur (convention récepteur) : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = C'\,u_C$, donc $i = C'\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$.

On remplace dans $u_C + u_R = 0$: $u_C + R\,C'\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$.

$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R\,C'}\,u_C = 0$

MÉTHODE
Circuit RC : 1) loi des mailles ; 2) loi d'Ohm ; 3) $i = C\,\mathrm{d}u_C/\mathrm{d}t$; 4) tout exprimer en fonction de u_C. La même démarche sert pour la charge, avec E au second membre.

2.1.3 Une solution de cette équation différentielle est du type $u_C(t) = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$. Déterminer la valeur de la constante A pour ce montage.

Données utiles $u_C(0) = 6{,}0\ \text{V}$

À $t = 0$: $u_C(0) = A\,\mathrm{e}^{0} = A$. Or le condensateur est initialement chargé sous $u_C(0) = 6{,}0$ V.

$A = 6{,}0$ V

COMPRENDRE
A est fixée par la condition initiale, τ par le circuit : en reportant la solution dans l'équation différentielle, on retrouve $\tau = R\,C'$.

2.1.4 Montrer que $i(t) = -0{,}27\,\mathrm{e}^{-t/22}$, toutes les grandeurs étant exprimées dans les unités du système international.

Données utiles $R = 22\ \Omega$; $C' = 1{,}0$ F ; $A = 6{,}0$ V (2.1.3)

$i = C'\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ avec $u_C(t) = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ et $\tau = RC'$:

$$i(t) = C' \times \left(-\frac{A}{RC'}\right)\mathrm{e}^{-t/\tau} = -\frac{A}{R}\,\mathrm{e}^{-t/(RC')}$$

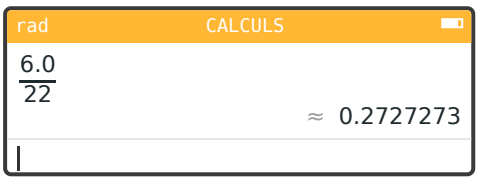
$\dfrac{A}{R} = \dfrac{6{,}0}{22} = 0{,}27$ A et $\tau = RC' = 22 \times 1{,}0 = 22$ s.

$i(t) = -0{,}27\,\mathrm{e}^{-t/22}$ (i en A, t en s) : c'est l'expression attendue.

PIÈGE
Oublier le facteur $-\dfrac{1}{\tau}$ en dérivant l'exponentielle : la dérivée de $\mathrm{e}^{-t/\tau}$ est $-\dfrac{1}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

COMPRENDRE
Le signe moins indique que le courant réel circule en sens inverse de la flèche i du schéma : le condensateur se décharge. Plus court : $i = u_R/R = -u_C/R$.

À LA CALCULATRICE



2.2 À l'aide de la courbe $|i| = f(t)$ du document 4, dire si ce super-condensateur convient. Justifier.

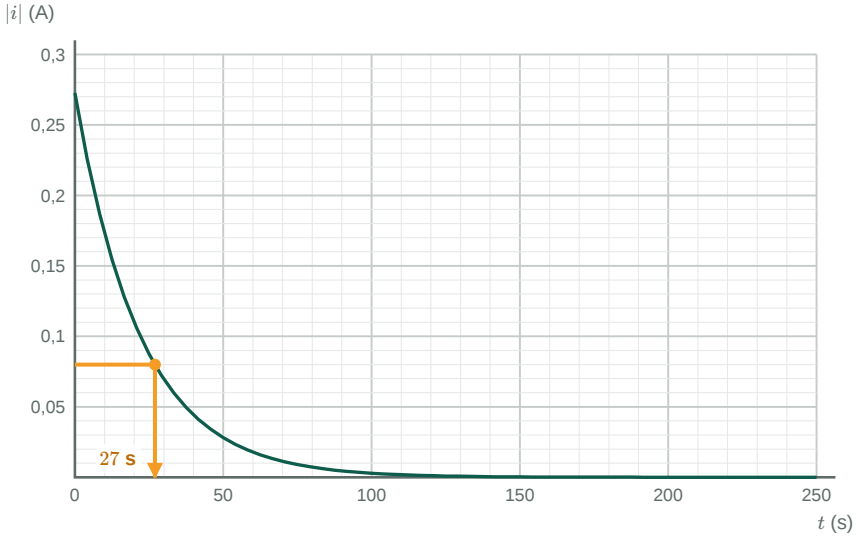
Données utiles éclairage correct si $|i| \geqslant 80$ mA ; durée voulue : au moins 3 min

Sur le document 4, l'horizontale $|i| = 0{,}080$ A coupe la courbe à la date $t \approx 27$ s. La lampe ne brille donc correctement que pendant une demi-minute environ, alors qu'il faudrait $3\ \mathrm{min} = 180$ s.

Le titre du document 4 indique $C = 1{,}0\ \mu\mathrm{F}$: c'est une coquille, la courbe (graduée en dizaines de secondes) est celle du super-condensateur $C' = 1{,}0$ F.

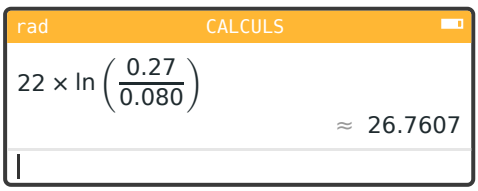
Durée d'éclairage ≈ 27 s, inférieure à 180 s : ce super-condensateur ne convient pas non plus.

COMPRENDRE
La calculatrice confirme la lecture : $0{,}27\,\mathrm{e}^{-t/22} = 0{,}080$ donne $t = 22\ln(0{,}27/0{,}080)$. La durée est proportionnelle à $\tau = RC'$: il faudrait une capacité environ sept fois plus grande.



2.2 · Document 4 : durée pendant laquelle $|i| \geqslant 80$ mA

À LA CALCULATRICE



L'eau distillée et son pH

Bac S 2009 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Écrire l'équation de la réaction d'autoprotolyse de l'eau.

Une molécule d'eau cède un ion H^+ à une autre molécule d'eau :

$$2\,H_2O\,(l) \rightleftharpoons H_3O^+\,(aq) + HO^-\,(aq)$$

COMPRENDRE
L'eau est un ampholyte : acide du couple H_2O / HO^- et base du couple H_3O^+ / H_2O. Elle réagit donc sur elle-même, de façon très limitée.

1.2 Exprimer la constante d'équilibre K_e associée à cette équation. Quel nom lui donne-t-on ?

L'eau est le solvant : elle n'apparaît pas dans l'expression.

$K_e = [H_3O^+]_{éq} \times [HO^-]_{éq}$: c'est le **produit ionique de l'eau**.

COMPRENDRE
Les concentrations sont en réalité divisées par $c^\circ = 1\ mol \cdot L^{-1}$: K_e n'a pas d'unité. Elle ne dépend que de la température.

1.3.1 Calculer la valeur de K_e à 25 °C.

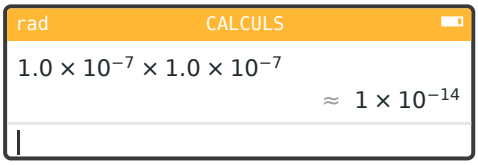
Données utiles $[H_3O^+]_{éq} = [HO^-]_{éq} = 1{,}0 \times 10^{-7}\ mol \cdot L^{-1}$

$$K_e = [H_3O^+]_{éq} \times [HO^-]_{éq} = 1{,}0 \times 10^{-7} \times 1{,}0 \times 10^{-7}$$

$K_e = 1{,}0 \times 10^{-14}$ à 25 °C

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les concentrations données.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 Calculer la valeur du pH de l'eau pure à 25 °C.

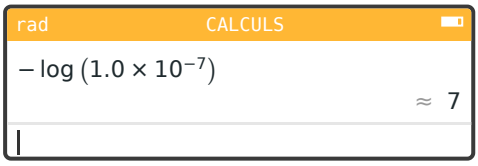
Données utiles $[H_3O^+]_{éq} = 1{,}0 \times 10^{-7}\ mol \cdot L^{-1}$

$$pH = -\log[H_3O^+]_{éq} = -\log\left(1{,}0 \times 10^{-7}\right)$$

$pH = 7{,}0$

PIÈGE
La valeur 7,0 n'est le pH de l'eau pure qu'à 25 °C : K_e varie avec la température, le pH de neutralité aussi.

À LA CALCULATRICE



2.1 Écrire les couples acido-basiques mis en jeu dans l'équation de la réaction entre le dioxyde de carbone dissous et l'eau.

CO_2,H_2O cède un ion H^+ (acide) et H_2O le capte (base).

Couples acide / base : CO_2,H_2O / HCO_3^- et H_3O^+ / H_2O

PIÈGE
Un couple s'écrit toujours acide / base. Ici l'eau joue le rôle de base : son couple est H_3O^+ / H_2O, et non H_2O / HO^-.

2.2 Exprimer la constante d'acidité K_A associée à l'équation précédente.

$$K_A = \frac{[HCO_3^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[CO_2,H_2O]_{éq}}$$

MÉTHODE
Constante d'acidité : base du couple fois H_3O^+ au numérateur, acide du couple au dénominateur, jamais le solvant.

2.3 Montrer qu'à partir de l'expression de K_A on peut écrire la relation (1) : $\text{pH} = \text{p}K_A + \log \dfrac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}$.

On prend l'opposé du logarithme décimal de K_A, avec $\log(a \times b) = \log a + \log b$:

$$-\log K_A = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} - \log \frac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}$$

Or $\text{p}K_A = -\log K_A$ et $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$, donc $\text{p}K_A = \text{pH} - \log \dfrac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}$.

$\text{pH} = \text{p}K_A + \log \dfrac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}$: c'est la relation (1).

PIÈGE
Dans la relation, c'est la base qui est au numérateur du quotient. L'inverser change le signe du logarithme.

2.4 Calculer la valeur du quotient $\dfrac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}$ pour de l'eau distillée de pH = 5,7. Quelle espèce prédomine ? Justifier.

Données utiles $\text{p}K_A = 6{,}4$; $\text{pH} = 5{,}7$

D'après la relation (1) : $\log \dfrac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}} = \text{pH} - \text{p}K_A$, donc

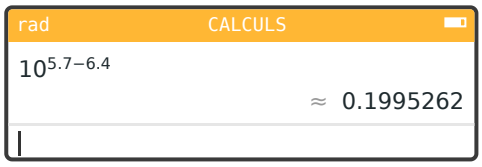
$$\frac{[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}}}{[\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}} = 10^{\text{pH}-\text{p}K_A} = 10^{5{,}7-6{,}4} = 10^{-0{,}7} = 0{,}20$$

Ce quotient est inférieur à 1 : $[\text{HCO}_3^-]_{\text{éq}} < [\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}$.

Quotient égal à 0,20 : l'espèce $\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}$ prédomine (environ 5 fois plus concentrée que HCO_3^-).

MÉTHODE
Pour isoler un quotient placé dans un logarithme décimal, on utilise $\log y = a \Leftrightarrow y = 10^a$.

À LA CALCULATRICE

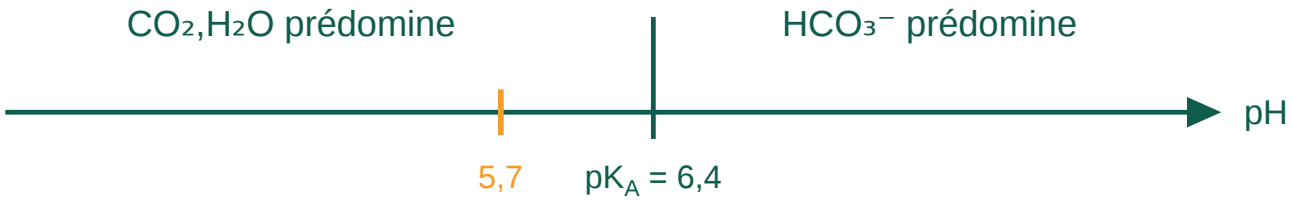


2.5 Tracer le diagramme de prédominance des espèces $\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}$ et HCO_3^-.

Données utiles $\text{p}K_A = 6{,}4$

Si $\text{pH} < \text{p}K_A$, le quotient de la relation (1) est inférieur à 1 : l'acide $\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}$ prédomine. Si $\text{pH} > \text{p}K_A$, c'est la base HCO_3^-. La frontière est à $\text{pH} = \text{p}K_A = 6{,}4$.

$\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}$ prédomine pour $\text{pH} < 6{,}4$; HCO_3^- prédomine pour $\text{pH} > 6{,}4$ (voir le diagramme).



2.5 · Diagramme de prédominance du couple ; en orange, l'eau distillée de pH 5,7

2.6.1 Compléter littéralement le tableau d'avancement donné en annexe, en fonction de V et de c.

La quantité de dioxyde de carbone apportée est $n_0 = c \times V$. Chaque mole de $\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}$ qui réagit forme une mole de HCO_3^- et une mole de H_3O^+.

À l'équilibre : $n(\text{CO}_2,\text{H}_2\text{O}) = cV - x_{\text{éq}}$ et $n(\text{HCO}_3^-) = n(\text{H}_3\text{O}^+) = x_{\text{éq}}$ (tableau complété ci-dessous).

Équation de la réaction		CO_2,H_2O + $H_2O(\ell)$ = $HCO_3^-(aq)$ + H_3O^+			
État du système chimique	Avancement (mol)				
État initial (mol)	0	c·V	solvant	0	0
État intermédiaire (mol)	x	c·V − x	solvant	x	x
État final, équilibre (mol)	$x_{éq}$	c·V − $x_{éq}$	solvant	$x_{éq}$	$x_{éq}$

2.6.1 · Annexe complétée (en orange, ce que l'élève écrit)

2.6.2 Quelle est la relation entre $[HCO_3^-]_{éq}$ et $[H_3O^+]_{éq}$? En déduire la valeur de $[HCO_3^-]_{éq}$.

Données utiles $pH = 5{,}7$; tableau d'avancement (2.6.1)

D'après le tableau, à l'équilibre $n(HCO_3^-) = n(H_3O^+) = x_{éq}$, dans le même volume V :

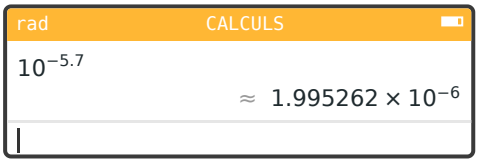
$$[HCO_3^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

Or $[H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} = 10^{-5{,}7} = 2{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$\boxed{[HCO_3^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 2{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

COMPRENDRE
L'égalité suppose que les ions H_3O^+ viennent tous de cette réaction : on néglige l'autoprotolyse de l'eau, et l'énoncé écarte la réaction de HCO_3^- avec l'eau.

À LA CALCULATRICE



2.6.3 Déterminer la valeur de $[CO_2,H_2O]_{éq}$ en utilisant l'expression de la constante d'acidité établie à la question 2.2.

Données utiles $pK_A = 6{,}4$; $[HCO_3^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 2{,}0 \times 10^{-6}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.6.2)

De l'expression de K_A (2.2) : $[CO_2,H_2O]_{éq} = \dfrac{[HCO_3^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{K_A}$,

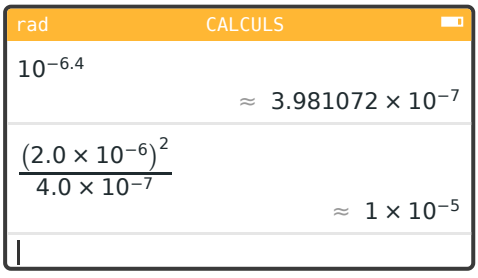
avec $K_A = 10^{-pK_A} = 10^{-6{,}4} = 4{,}0 \times 10^{-7}$.

$$[CO_2,H_2O]_{éq} = \frac{(2{,}0 \times 10^{-6})^2}{4{,}0 \times 10^{-7}}$$

$$\boxed{[CO_2,H_2O]_{éq} = 1{,}0 \times 10^{-5}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

MÉTHODE
Contrôle par les exposants : $[CO_2,H_2O]_{éq} = 10^{pK_A - 2\,pH} = 10^{6{,}4-11{,}4} = 10^{-5{,}0}$. On vérifie aussi le quotient de 2.4 : $2{,}0 \times 10^{-6} \div 1{,}0 \times 10^{-5} = 0{,}20$.

À LA CALCULATRICE



2.6.4 En déduire la valeur de c.

Données utiles $[CO_2,H_2O]_{éq} = 1{,}0 \times 10^{-5}$ mol · L^{-1} (2.6.3) ; $[HCO_3^-]_{éq} = 2{,}0 \times 10^{-6}$ mol · L^{-1} (2.6.2)

D'après le tableau : $n(CO_2,H_2O)_{éq} = cV - x_{éq}$. En divisant par V :

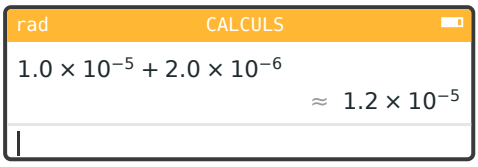
$$[CO_2,H_2O]_{éq} = c - \frac{x_{éq}}{V} = c - [HCO_3^-]_{éq}.$$

$$c = [CO_2,H_2O]_{éq} + [HCO_3^-]_{éq} = 1{,}0 \times 10^{-5} + 2{,}0 \times 10^{-6}$$

$$\boxed{c = 1{,}2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

COMPRENDRE
c est la concentration apportée : tout le dioxyde de carbone dissous, qu'il soit resté sous la forme CO_2,H_2O ou transformé en HCO_3^-. C'est une conservation de la matière.

À LA CALCULATRICE



3.1 Pour une pression atmosphérique de $1{,}013 \times 10^5$ Pa, à quelle pression partielle p_{CO_2} correspond un pourcentage moyen en quantité de CO_2 de 0,038 % ?

Données utiles $P_{atm} = 1{,}013 \times 10^5$ Pa ; pourcentage en quantité de CO_2 : 0,038 %

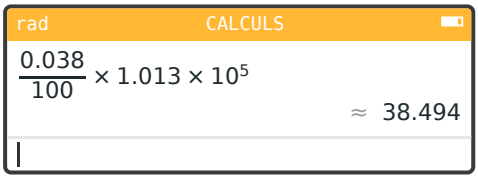
La pression partielle est la même fraction de la pression totale que le pourcentage en quantité :

$$p_{CO_2} = \frac{0{,}038}{100} \times P_{atm} = \frac{0{,}038}{100} \times 1{,}013 \times 10^5$$

$$\boxed{p_{CO_2} = 38 \text{ Pa}}$$

PIÈGE
Oublier de diviser le pourcentage par 100 : on trouverait $3{,}8 \times 10^3$ Pa, cent fois trop.

À LA CALCULATRICE



3.2 Calculer la concentration $[CO_2,H_2O]_{éq}$ dans une solution aqueuse en équilibre avec une atmosphère contenant 0,038 % de CO_2.

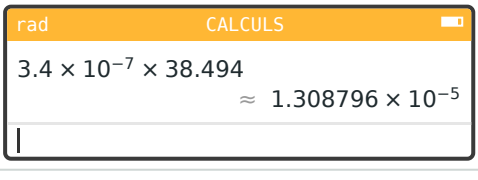
Données utiles $[CO_2,H_2O]_{éq} = k\,p_{CO_2}$; $k = 3{,}4 \times 10^{-7}$ mol · L^{-1} · Pa^{-1} ; $p_{CO_2} = 38{,}494$ Pa (3.1, valeur non arrondie)

$$[CO_2,H_2O]_{éq} = k \times p_{CO_2} = 3{,}4 \times 10^{-7} \times 38{,}494$$

$$\boxed{[CO_2,H_2O]_{éq} = 1{,}3 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

MÉTHODE
Dans un calcul en chaîne, on reprend la valeur non arrondie du résultat précédent et on n'arrondit qu'à la fin, ici à deux chiffres significatifs comme k.

À LA CALCULATRICE



3.3 En comparant cette valeur à celle de la question 2.6.3, indiquer sans calcul si l'air du laboratoire possède un pourcentage en dioxyde de carbone plus petit ou plus grand que 0,038 %.

Données utiles laboratoire : $[CO_2,H_2O]_{éq} = 1{,}0 \times 10^{-5}\ mol \cdot L^{-1}$ (2.6.3) ; air à 0,038 % : $1{,}3 \times 10^{-5}\ mol \cdot L^{-1}$ (3.2)

$[CO_2,H_2O]_{éq}$ est proportionnelle à p_{CO_2}, elle-même proportionnelle au pourcentage de CO_2 dans l'air.

Au laboratoire, $1{,}0 \times 10^{-5}\ mol \cdot L^{-1} < 1{,}3 \times 10^{-5}\ mol \cdot L^{-1}$: la pression partielle de CO_2 y est plus faible.

L'air du laboratoire contient un pourcentage de dioxyde de carbone **plus petit** que 0,038 %.

COMPRENDRE

L'écart reste faible : le pH n'est connu qu'au dixième, et un pH de 5,65 donnerait déjà $1{,}3 \times 10^{-5}\ mol \cdot L^{-1}$. La conclusion est celle qu'attend le sujet, sans être très robuste.

Spécialité : Une carafe filtrante permet-elle de diminuer la dureté d'une eau?

Bac S 2009 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Quelle verrerie doit-on utiliser pour prélever le volume $V = 20{,}0$ mL d'eau à doser ?

Le volume V de la prise d'essai doit être connu avec précision, car il intervient dans le calcul de la concentration.

On prélève l'eau avec une **pipette jaugée de 20,0 mL**, munie d'une propipette.

PIÈGE
Proposer une éprouvette graduée ou un bécher : ils ne sont pas assez précis pour un titrage. L'écriture « 20,0 mL », avec trois chiffres significatifs, indique qu'il faut de la verrerie jaugée.

2.1 Ce titrage est-il direct ou indirect ? Justifier.

Les ions Y^{4-} versés à la burette réagissent eux-mêmes avec les espèces à doser, Ca^{2+} et Mg^{2+}, présentes dans le bécher. Aucune réaction préalable ne transforme ces ions avant le titrage.

Le titrage est **direct** : le réactif titrant réagit avec les espèces titrées elles-mêmes.

COMPRENDRE
Dans un titrage indirect, l'espèce à doser réagit d'abord avec un autre réactif, souvent en excès ; on titre ensuite un produit formé ou l'excès restant.

2.2 Quelle relation lie $n(\mathrm{Ca}^{2+})$, $n(\mathrm{Mg}^{2+})$ et la quantité $n(\mathrm{EDTA})$ d'ions Y^{4-} versés à l'équivalence ?

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques. Dans chacune des deux équations, un ion Y^{4-} réagit avec un ion métallique : la quantité d'ions Y^{4-} versés est donc égale à la quantité totale d'ions Ca^{2+} et Mg^{2+}.

$$n(\mathrm{Ca}^{2+}) + n(\mathrm{Mg}^{2+}) = n(\mathrm{EDTA})$$

PIÈGE
Écrire $n(\mathrm{Ca}^{2+}) = n(\mathrm{Mg}^{2+}) = n(\mathrm{EDTA})$. L'EDTA réagit avec les deux ions sans les distinguer : le titrage ne donne que leur somme.

3 Quelle est la relation existant entre $[\mathrm{Ca}^{2+}]$, $[\mathrm{Mg}^{2+}]$, V, c et V_E ?

Dans le volume V d'eau titrée : $n(\mathrm{Ca}^{2+}) = [\mathrm{Ca}^{2+}] \times V$ et $n(\mathrm{Mg}^{2+}) = [\mathrm{Mg}^{2+}] \times V$.

Quantité d'ions Y^{4-} versés à l'équivalence : $n(\mathrm{EDTA}) = c \times V_E$.

La relation de la question 2.2 devient $\left([\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}]\right) \times V = c \times V_E$, soit :

$$[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}] = \frac{c \times V_E}{V}$$

MÉTHODE
Pour tout titrage : écrire la relation entre quantités de matière à l'équivalence, puis remplacer chaque quantité par « concentration × volume », avec le bon volume pour chaque espèce (prise d'essai ou volume équivalent).

4.1 Calculer en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ la valeur de la somme $[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}]$ pour l'eau n°1 et l'eau n°2.

Données utiles $c = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V = 20{,}0$ mL ; $V_{E1} = 6{,}7$ mL ; $V_{E2} = 2{,}9$ mL

On applique la relation de la question 3 ; les deux volumes étant en mL, leur rapport est sans unité.

Eau n°1 : $[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}] = \dfrac{1{,}0 \times 10^{-2} \times 6{,}7}{20{,}0} = 3{,}35 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Eau n°2 : $[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}] = \dfrac{1{,}0 \times 10^{-2} \times 2{,}9}{20{,}0} = 1{,}45 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Eau n°1 : $3{,}4 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; eau n°2 : $1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c et V_E, les données les moins précises. On garde les valeurs non arrondies ($3{,}35$ et $1{,}45$) pour la suite des calculs.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.0 \times 10^{-2} \times 6.7}{20.0} \approx 0.00335$

$\frac{1.0 \times 10^{-2} \times 2.9}{20.0} \approx 0.00145$

4.2 En déduire le TH, en degré français, de l'eau non filtrée (eau n°1) et de l'eau filtrée (eau n°2).

Données utiles 1 °f correspond à $10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ d'ions Ca^{2+} et Mg^{2+} ; concentrations de la question 4.1

Le TH est proportionnel à la concentration totale en ions calcium et magnésium : $\text{TH} = \frac{[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}]}{10^{-4}}$, avec les concentrations en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Eau n°1 : $\text{TH}_1 = \frac{3{,}35 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = 33{,}5$ °f, soit 34 °f avec deux chiffres significatifs.

Eau n°2 : $\text{TH}_2 = \frac{1{,}45 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = 14{,}5$ °f, soit 15 °f avec deux chiffres significatifs.

$\text{TH}_1 \approx 34$ °f et $\text{TH}_2 \approx 15$ °f

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{3.35 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-4}} \approx 33.5$

$\frac{1.45 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-4}} \approx 14.5$

4.3 Quelle est l'eau la plus dure ? Justifier.

Plus le TH est élevé, plus l'eau est dure. Or $\text{TH}_1 > \text{TH}_2$.

D'après le tableau, l'eau n°1 (34 °f, entre 25 et 42 °f) est une eau dure ; l'eau n°2 (14,5 °f avant arrondi, entre 7 et 15 °f) est une eau douce, à la limite de la catégorie « moyennement dure ».

L'eau la plus dure est l'**eau n°1**, l'eau du robinet non filtrée.

4.4 Conclure sur l'efficacité de la carafe.

Données utiles $\text{TH}_1 = 33{,}5$ °f et $\text{TH}_2 = 14{,}5$ °f (Q4.2)

$\frac{\text{TH}_1}{\text{TH}_2} = \frac{33{,}5}{14{,}5} \approx 2{,}3$: la filtration divise par plus de deux la concentration en ions calcium et magnésium. L'eau passe de la catégorie « dure » à la catégorie « douce ».

La carafe est **efficace** : elle diminue nettement la dureté de l'eau, sans retenir tous les ions Ca^{2+} et Mg^{2+}.

MÉTHODE

Une conclusion s'appuie sur des valeurs : un rapport, un écart ou un changement de catégorie dans le tableau. Répondre « oui, elle est efficace » sans chiffre ne suffit pas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{33.5}{14.5} \approx 2.310345$

5 Déterminer le titre hydrotimétrique (en °f) de l'eau minérale dont l'étiquette est donnée et le comparer à celui de l'eau filtrée avec la carafe.

Données utiles ions calcium : $78\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; ions magnésium : $24\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; $M(\text{Ca}) = 40{,}1\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{Mg}) = 24{,}3\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; TH_2 (Q4.2)

L'étiquette donne des concentrations en masse t. La concentration en quantité de matière s'en déduit par $[\text{X}] = \dfrac{t(\text{X})}{M(\text{X})}$, avec t en $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$.

$$[\text{Ca}^{2+}] = \frac{78\times10^{-3}}{40{,}1} = 1{,}95\times10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$[\text{Mg}^{2+}] = \frac{24\times10^{-3}}{24{,}3} = 9{,}9\times10^{-4}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}] = 2{,}9\times10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$, donc $\text{TH}_3 = \dfrac{2{,}9\times10^{-3}}{10^{-4}} = 29$ °f : c'est une eau dure.

$\text{TH}_3 > \text{TH}_2$: l'eau minérale est environ deux fois plus dure que l'eau filtrée, et à peine moins dure que l'eau du robinet ($\text{TH}_1 \approx 34$ °f).

$\text{TH}_3 \approx 29$ °f : l'eau minérale est plus dure que l'eau filtrée par la carafe ($\text{TH}_2 \approx 15$ °f).

PIÈGE

Laisser les concentrations en $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$: on obtient un TH mille fois trop grand. Ne pas additionner non plus les concentrations en masse : la dureté compte des quantités de matière, et les deux ions n'ont pas la même masse molaire.

COMPRENDRE

La masse d'un ion monoatomique est quasiment celle de l'atome (les électrons perdus sont très légers) : on utilise les masses molaires atomiques de Ca et de Mg.

À LA CALCULATRICE

